

Gabriel Ionescu

# **MASURARI SI TRADUCTOARE**

**Volumul I**



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

Prof. dr. ing. GABRIEL IONESCU

# **MASURARI SI TRADUCTOARE**

**Volumul I**



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ  
BUCUREȘTI, 1985



## PREFAȚĂ

Lucrarea de față reprezintă cursul predat studenților anului III de la Facultatea de Automatică din Institutul Politehnic București.

În conformitate cu prevederile planurilor de învățământ, cursul Măsurări și traductoare — așa cum rezultă și din denumirea sa — are un dublu scop: asigurarea unei pregătiri generale în domeniul măsurărilor tehnice, indispensabilă oricărei formații cu caracter ingineresc, precum și a uneia de specialitate cu privire la traductoare ca elemente tipice ale sistemelor automate.

Măsurările, operații experimentale prin intermediul cărora se obține determinarea sub formă numerică a valorilor mărimilor fizice necesare caracterizării cantitative a diverselor obiecte sau fenomene, au reprezentat din cele mai vechi timpuri unul din factorii primordiali pentru adâncirea cunoașterii, pentru dezvoltarea și progresul civilizației umane. În contextul revoluției tehnico-științifice contemporane, importanța măsurărilor se evidențiază cu și mai multă pregnanță în toate sectoarele economico-sociale, de la supravegherea desfășurării proceselor industriale și controlul calității produselor până la cercetarea științifică în cele mai variate domenii (fizică nucleară, astronautică, biologie, medicină ș.a.).

Deși măsurările își au originea în primele vârste ale umanității, dată fiind însemnătatea lor practică atenția oamenilor de știință și a cercetătorilor a fost concentrată, îndeosebi, asupra aspectelor aplicative, avînd drept obiectiv perfecționarea continuă a metodelor și mijloacelor de măsurat, a performanțelor acestora, folosind cele mai noi descoperiri științifice și perfecționări tehnologice. În acest sens, se poate observa o strînsă interdependență a măsurărilor cu științele, pe de o parte ele constituind componente fundamentale ale dezvoltării științifice, iar pe de altă parte beneficiind de realizările acestora.

În ultimii ani se manifestă tendința constituirii unei științe a măsurării cu concepte și legi proprii, punctul de plecare constituindu-l formalizarea procesului de măsurare și reprezentarea sa printr-un model matematic. Știința măsurării are un puternic caracter interdisciplinar, integrînd noțiuni din teoria sistemelor, teoria informației, transmisia semnalelor, teoria probabilităților și statistica matematică, estimarea parametrilor, reglarea automată etc. Crearea unui suport teoretic fundamentat științific este de natură să aibă un impact deosebit de favorabil asupra conceperii de noi metode și mijloace practice de măsurare, oferind un cadru unitar de analiză și sinteză, de definire și apreciere a performanțelor bazate pe criterii generale și obiective.

În condițiile actuale, în care automatica și informatica cunosc o dezvoltare fără precedent, determinînd ceea ce adesea este denumită „a doua revoluție industrială”, măsurările căpătă noi dimensiuni. Aparatele de măsurat clasice cu ac indicator, destinate să furnizeze informația de măsurare unui operator uman, tînd tot mai frecvent să fie înlocuite cu traductoare care transmit această informație sub forma de semnale adecvate sistemelor de conducere automată a proceselor sau calculatoarelor de prelucrare a datelor în scopuri științifice, economice etc.



Traductoarele prezintă o însemnătate specială întrucât, ele fiind elementele prin intermediul cărora se obțin valorile mărimilor ce caracterizează procesele conduse sau cercetate, calitatea tuturor celorlalte operații de prelucrare, analiză, interpretare și decizie este condiționată în mod esențial de precizia informațiilor transmise de acestea.

Traductoarele îndeplinesc și un important rol unificator în ansamblul echipamentelor de automatizare și de tehnică de calcul. Dată fiind multitudinea de mărimi fizice și de limite de variație a acestora, traductoarele situate la interfața proceselor tehnologice cu echipamentele menționate trebuie să satisfacă pe partea de intrare (element sensibil) cerințele extrem de variate de captare a informației. În schimb, la ieșire, traductoarele transmit informația de măsurare sub forma unor semnale unificate — analogice sau numerice — aceleași, indiferent de natura sau intervalul de valori ale mărimii de intrare. Pe această cale se asigură standardizarea aparaturii de automatizare și de tehnică de calcul, cu avantajele cunoscute de producție și exploatare. Traductoarele, reprezentând elementele cele mai diversificate în cadrul sistemelor automate, implică o problemă extrem de largă atât sub raportul principiilor fizice care stau la baza funcționării lor, cât și în ceea ce privește tehnologia de execuție.

Pe linia celor menționate, prezenta lucrare își propune să contribuie la pregătirea specialiștilor în domenii prioritare pentru dezvoltarea economico-industrială a țării noastre, având ca obiective creșterea accentuată a productivității muncii prin automatizarea și informatizarea producției, precum și asigurarea unei înalte calități a produselor printr-un control eficient, executat cu mijloace de măsurare cu performanțe superioare.

Lucrarea este structurată pe două volume, în principal din considerente de editare, ea fiind concepută ca un manual unitar. Primul volum cuprinde noțiunile și conceptele teoretice fundamentale, grupate sub denumirea de bazele științei măsurării, urmate de o parte în care sînt tratate măsurările analogice ale curenților și tensiunilor electrice — domeniu devenit clasic pentru inginerii din profilul electric. Cel de al doilea volum începe cu măsurarea numerică a curenților și tensiunilor, întregind astfel cunoștințele privind toate categoriile de măsurări asupra mărimilor electrice celor mai frecvent întâlnite. Urmează apoi măsurarea celorlalte mărimi electrice, atât prin metode analogice cât și numerice. Un spațiu larg este acordat traductoarelor utilizate în automatizări pentru măsurarea electrică a mărimilor neelectrice.

Modul de tratare menționat — din care rezultă o pondere importantă acordată măsurării mărimilor electrice și traductoarelor funcționînd cu semnale electrice — este justificat în primul rînd de faptul că, în marea lor majoritate, sistemele și echipamentele de automatizare și de tehnică de calcul pe care le vor concepe, construi, exploata și întreține studenții pregătiți de Facultatea de Automatică sînt de natură electrică și electronică. Aspectele privind traductoarele utilizate în instalațiile de automatizare pneumatice și hidraulice sînt abordate la cursuri dedicate acestor categorii de echipamente cu o arie de aplicație mai restrînsă.

Dezvoltarea diverselor capitole s-a făcut cu precădere din punctul de vedere al utilizatorului, dar au fost evidențiate și aspectele de concepție și de construcție, mai ales în partea referitoare la traductoare, subliniindu-se particularitățile care derivă din calitatea lor de elemente componente ale sistemelor automate.

Dinamica explozivă din domeniul electronicii, automaticii și informaticii este puternic reflectată și în ceea ce privește metodele și aparatele de măsurat, respectiv traductoarele, aflate într-o continuă evoluție. În aceste condiții, autorul a fost confruntat cu dificultăți de selecționare din marea diversitate de realizări a celor



mai semnificative, de găsire a unui echilibru judicios între clasic — fără a fi perimât — și actual — dar cu perspective.

Lucrarea reprezentând un manual pentru studenți, conținutul său este corelat cu celelalte discipline și presupune cunoscute o serie de cunoștințe predate la cursurile de matematică, fizică, electrotehnică, electronică etc.

Destinată studenților care se pregătesc în specialitatea Automatizări și Calculatoare, lucrarea poate fi utilă și studenților de la alte specialități din profilul electric, precum și inginerilor și cercetătorilor din domeniile automatizării și tehnicii de calcul.

În încheiere, autorul ține să mulțumească colectivului de cadre didactice de la Facultatea de Automatică, unde își desfășoară activitatea, pentru condițiile create și sprijinul acordat în elaborarea acestei lucrări.



## CUPRINS

### Partea întâi

### BAZELE ȘTIINȚEI MĂSURĂRII

<b>Cap. 1. Noțiuni generale de metrologie</b> .....	<b>9</b>
1.1. Considerații introductive. Definiția măsurării .....	9
1.2. Elemente de teoria măsurării. Scări de măsurare .....	11
1.3. Metrologia — știința măsurării .....	18
1.4. Clasificări ale mărimilor de măsurat.....	19
1.5. Relații între mărimi și unități de măsură.....	21
1.6. Sisteme de unități de măsură .....	22
1.7. Noțiunile de aparat de măsurat și de traductor.....	24
1.8. Etaloane .....	28
1.9. Metode de măsurare .....	30
1.9.1. Metode directe de măsurare.....	30
1.9.2. Metode indirecte de măsurare .....	34
1.10. Categori de măsurări.....	37
1.10.1. Măsurări statice .....	37
1.10.2. Măsurări dinamice .....	38
1.10.3. Măsurări statistice .....	41
1.10.4. Măsurări analogice .....	44
1.10.5. Măsurări numerice .....	45
1.10.6. Măsurări de laborator .....	47
1.10.7. Măsurări industriale .....	48
<b>Cap. 2. Calitatea măsurării</b> .....	<b>49</b>
2.1. Indicatori de calitate a măsurării.....	49
2.2. Noțiuni de teoria erorilor de măsurare .....	50
2.2.1. Cauzele erorilor de măsurare .....	50
2.2.2. Clasificarea erorilor de măsurare .....	53
2.2.3. Analiza și evaluarea erorilor sistematice .....	56
2.2.4. Analiza și prelucrarea rezultatelor în scopul evaluării erorilor aleatoare .....	59
2.2.5. Funcțiile teoretice de repartiție și utilizarea lor în calculul erorilor întâmplătoare .....	67
2.2.6. Erorile valorilor medii .....	70
2.2.7. Compunerea erorilor aleatoare și sistematice simultane .....	73
2.2.8. Teste pentru depistarea erorilor grosiere .....	76
2.2.9. Calculul erorilor la măsurările indirecte bazate pe relații explicite .....	77
2.2.10. Calculul erorilor la măsurările indirecte bazate pe relații implicite. Metoda celor mai mici pătrate .....	80
2.2.11. Exprimarea rezultatelor măsurărilor .....	84
2.3. Caracteristicile generale ale aparatelor de măsurat și traductoarelor.....	87



2.3.1. Caracteristicile statice. Indicatori de calitate pentru măsurări statice .....	88
2.3.2. Caracteristicile dinamice. Indicatori de calitate pentru măsurări dinamice .....	101
2.3.3. Caracteristici energetice .....	114
2.3.4. Caracteristici constructive și de exploatare .....	118

## Partea a doua

### MĂSURĂRI ANALOGICE ALE MĂRIMILOR ELECTRICE

Cap. 3. Măsurări statice ale curenților și tensiunilor electrice.....	125
3.1. Aparate electrice indicatoare pentru măsurări statice .....	125
3.1.1. Principii și relații generale de funcționare .....	125
3.1.2. Aparate magnetoelectrice .....	133
3.1.3. Aparate feromagnetice .....	145
3.1.4. Aparate electrodinamice .....	150
3.2. Măsurarea curenților și tensiunilor continue.....	156
3.2.1. Ampermetre de curent continuu.....	157
3.2.2. Voltmetre de curent continuu.....	161
3.2.3. Compensatoare de curent continuu.....	164
3.3. Măsurarea curenților și tensiunilor alternative .....	174
3.3.1. Ampermetre feromagnetice și electrodinamice de curent alternativ .....	175
3.3.2. Ampermetre cu conversie curent alternativ — curent continuu....	179
3.3.3. Voltmetre feromagnetice și electrodinamice de curent alternativ....	184
3.3.4. Voltmetre cu conversie curent alternativ — curent continuu.....	187
3.4. Voltampermetre de curent continuu și curent alternativ cu domenii multiple .....	187
3.5. Măsurarea curenților continui intensi cu separare galvanică a circuitului de măsurare. ....	188
3.6. Utilizarea dispozitivelor și circuitelor electronice pentru măsurarea curenților și tensiunilor. Aparate electronice .....	191
3.6.1. Amplificatoare electronice de curent continuu .....	191
3.6.2. Aparate electronice pentru măsurări de tensiuni și curenți continui .....	201
3.6.3. Amplificatoare electronice de curent alternativ .....	206
3.6.4. Aparate electronice pentru măsurări de tensiuni și curenți alternativi .....	210
3.6.5. Utilizarea circuitelor electronice pentru dilatarea și comprimarea scării aparatelor de măsurat .....	224
Cap. 4. Măsurări dinamice ale curenților și tensiunilor electrice .....	230
4.1. Considerații generale. ....	230
4.2. Osciloscopul catodic .....	233
4.2.1. Schema și principiul de funcționare al osciloscopului cu un canal....	233
4.2.2. Tubul catodic .....	239
4.2.3. Determinarea expresiilor coeficienților de deviație .....	243
4.2.4. Caracteristicile de frecvență ale tubului catodic .....	246
4.2.5. Blocurile de pe canalul de deflexie verticală .....	249
4.2.6. Blocurile pentru generarea și sincronizarea bazei de timp .....	252
4.2.7. Amplificatorul de pe canalul de deflexie orizontală .....	263
4.2.8. Blocul de calibrare internă și sursele de alimentare .....	264
4.2.9. Dispozitive și circuite pentru creșterea performanțelor .....	265
4.3. Osciloscopul cu două baze de timp .....	269
4.3.1. Regimul cu bază de timp întârziată. ....	269
4.3.2. Regimul cu bază de timp mixtă .....	272



4.3.3. Regimul cu bază de timp comutată.....	274
4.4. Osciloscopul cu mai multe canale .....	275
4.5. Osciloscopul cu eșantionare.....	280
4.5.1. Principiul eșantionării .....	280
4.5.2. Schema funcțională a osciloscopului cu eșantionare .....	281
4.5.3. Dispozitivul de eșantionare și banda de frecvență .....	283
4.6. Osciloscopul cu memorie.....	285
4.6.1. Tubul catodic cu memorie electrostatică .....	286
4.6.2. Principiul memorării electrostatice.....	287
4.6.3. Regimurile de funcționare ale tubului catodic: memorare, afișare, ștergere, persistență variabilă.....	289
4.7. Aparatură înregistratoare analogice.....	295
4.7.1. Înregistratoare grafice.....	295
4.7.2. Înregistratoare magnetice .....	311
<b>Bibliografie</b> .....	317
<b>Anexa 1</b> .....	320
<b>Anexa 2</b> .....	325



# PARTEA ÎNTÎI

## BAZELE ȘTIINȚEI MĂSURĂRII

### Capitolul 1

#### NOȚIUNI GENERALE DE METROLOGIE

##### 1.1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE. DEFINIȚIA MĂSURĂRII

Orice activitate umană conștientă are o componentă cognitivă, al cărei scop fundamental îl constituie reflectarea, cît mai corectă și mai detaliată, în conștiința omului a lumii și a legilor acesteia. Începînd cu observarea spontană și mergînd pînă la cercetarea științifică organizată, rezultatul reflectării constă în stabilirea unor proprietăți comune anumitor categorii de obiecte și fenomene care, reprezentate prin simboluri adecvate, permit alcătuirea unui model generalizator. Ansamblul coerent de concluzii desprinse din considerarea modelului conduce la crearea unei teorii care, verificată prin practică, asigură cunoașterea obiectelor și fenomenelor investigate. Prin cunoaștere, omul poate prevedea și acționa în mod util asupra obiectelor și fenomenelor care îi condiționează existența.

Considerînd cunoașterea umană ca un proces constînd din unitatea dialectică a două trepte, una senzorială (empirică) și alta rațională (teoretică), măsurarea reprezintă mijlocul fundamental pentru realizarea primei trepte. Scopul măsurării îl constituie reflectarea sub o primă formă a proprietăților lumii reale. Pentru a fi utilă celei de a doua trepte — cea rațională — această reflectare trebuie să se exprime prin simboluri care să posede un caracter operațional. Entitățile matematice, prin ansamblul dezvoltat și riguros de legi și proceduri cu care operează, satisfac în gradul cel mai înalt această cerință. Deoarece entitățile matematice utilizate (scalari, vectori, tensori) se exprimă prin componente numerice, simbolurile atribuite ca rezultat al măsurării sînt numere.

Pornind de la aceste considerații, o definiție a măsurării, cu valoare euristică, este următoarea [4]:

**Măsurarea** este *procesul experimental, obiectiv, prin care se realizează atribuirea de numere proprietăților obiectelor și fenomenelor lumii reale, astfel încît să rezulte reprezentări simbolice utile ale acestora.*

Pentru o mai bună înțelegere a acestei definiții se impun unele precizări.

Mai întîi se observă că se măsoară proprietăți ale obiectelor și fenomenelor și nu ele în sine. Aceasta implică existența unui concept clar al proprietății care se măsoară, ca o noțiune generală specifică unei categorii de obiecte sau



fenomene. În acest sens, proprietatea are un caracter abstract și numai formele ei particulare de manifestare, legate de existența unui anumit obiect sau fenomen, pot fi măsurate. De exemplu, nu se pot măsura lungimea, masa, temperatura ca atare, ci numai cele asociate unui corp concret. În fizică, aceste proprietăți poartă denumirea de *mărimi fizice*<sup>1</sup>, iar numerele atribuite ca rezultat al măsurării diverselor manifestări ale lor se numesc *valori* sau *măsuri*.

Noțiunea de *proprietate* sau *mărime* reflectă calitatea, iar cea de *valoare* cantitatea, ambele fiind aflate într-o unitate dialectică.

Obiectelor și fenomenelor le sînt caracteristice un ansamblu de proprietăți ale căror manifestări empirice apar simultan. Procesul de măsurare se referă, de regulă, la una dintre acestea, făcînd abstracție de existența celorlalte.

Fiecare proprietate, potrivit relațiilor empirice dintre diversele forme de manifestare, are o anumită structură internă. Procesul de măsurare trebuie să se întemeieze pe o bună cunoaștere a acestei structuri, pentru ca relațiile numerice între măsuri să reflecte în mod corespunzător pe cele empirice. Rezultă astfel că măsurarea implică un anumit mod de comparare a manifestărilor proprietății care se măsoară, potrivit structurii interne a acesteia. De aici decurge caracterul restrîns al definiției — folosită adesea — conform căreia măsurarea constă din compararea unei mărimi fizice necunoscute cu o alta de aceeași natură, considerată unitate, și exprimarea măsurii prin raportul lor. Această definiție este aplicabilă numai măsurării anumitor mărimi, de exemplu lungimea, masa, forța etc. Pentru altele, cum sînt duritatea, temperatura, densitatea, vîscozitatea, trebuie găsite alte modalități de comparație a manifestărilor lor.

Cele menționate mai sus evidențiază un prim aspect referitor la caracterul obiectiv al măsurării. Un al doilea aspect privește faptul că numerele atribuite ca rezultat al unui proces experimental trebuie, în limitele unor abateri acceptate care constituie *erorile de măsurare*, să fie independente de observator. Prin aceasta, măsurarea se deosebește de alte proceduri de atribuire de numere care nu derivă din observații experimentale și au un caracter subiectiv, de exemplu obiecte identice pot avea numere de inventar diferite.

Ca mijloc de cunoaștere, măsurările au un rol important în dezvoltarea științelor. Exprimarea obiectivă, sub formă concisă și precisă de număr, a proprietăților realității constituie modul curent de reprezentare a datelor științifice. Există totodată și o influență inversă, progresele înregistrate în diferite științe fiind utilizate pentru perfecționarea măsurărilor.

Măsurările prezintă importanță pentru multe alte domenii ale activității umane decît cele legate de științe (comerț, construcții, producție, transporturi etc.). De altfel, măsurările au apărut tocmai din aceste necesități practice încă din cele mai vechi timpuri (cîteva milenii înaintea e.n.). Ca urmare, cea mai mare atenție a fost acordată acestor aspecte practice ale problemei măsurării.

Preocupările pentru latura teoretică au apărut începînd de la finele secolului trecut, iar eforturi consistente care să conducă la elaborarea unei teorii moderne unitare a măsurării au fost depuse de abia în ultimii 35 de ani. Deși această activitate este în plină desfășurare și o asemenea teorie unanim accep-

<sup>1</sup> Se subliniază că denumirea de *mărime fizică* exprimă implicit posibilitatea măsurării proprietății pe care o definește sau, altfel spus, numai în acest caz sînt îndeplinite condițiile intrinseci de existență a unei mărimi fizice.



tată nu este finalizată încă, se poate afirma că s-au conturat o serie de principii care permit o axiomatizare și o formalizare matematică a procesului de măsurare. Pe baza acestora sînt formulate bazele logice ale alcătuirii scărilor de măsurare, problemă importantă nu numai pentru teoreticieni, dar și pentru practicieni.

## 1.2. ELEMENTE DE TEORIA MĂSURĂRII. SCĂRI DE MĂSURARE

Punctul de plecare îl constituie definirea științifică a conceptului de *măsurare*, printr-o formalizare logică și matematică riguroasă, cu un înalt grad de generalitate. În cele ce urmează se va face o prezentare succintă a principalelor rezultate obținute în acest sens, pe baza lucrărilor [2], [4].

După cum se poate deduce din cele expuse în subcapitolul precedent, problema centrală a măsurării o constituie atribuirea de simboluri (numere), astfel ca relațiile dintre simboluri să reflecte în mod adecvat relațiile empirice corespunzătoare proprietății măsurate. Deoarece aceste relații se stabilesc pe multitudinea de manifestări ale proprietății considerate, tratarea problemei face apel la teoria mulțimilor.

Notînd cu  $Q$  mulțimea manifestărilor individuale ale unei proprietăți  $q$  și cu  $\Omega$  mulțimea obiectelor  $\omega$  cărora le sînt asociate, ansamblul:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots\} \quad (1.1)$$

$$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_i, \dots\}$$

reprezintă clasa obiectelor supuse măsurării proprietății  $q$ , ignorînd existența și a altor proprietăți.

Considerînd că pe  $Q$  se poate stabili existența unei mulțimi de relații empirice:

$$L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}, \quad (1.2)$$

proprietatea  $q$  poate fi reprezentată prin sistemul cu relații empirice:

$$\mathcal{L} = \langle Q, L \rangle. \quad (1.3)$$

În mod asemănător se poate considera sistemul cu relații numerice (al simbolurilor):

$$\mathcal{R} = \langle R, P \rangle, \quad (1.4)$$

unde  $R$  este mulțimea numerelor reale (sau o submulțime a acesteia), iar  $P$  mulțimea relațiilor de același tip cu  $L$  ( $n$  are) definite pe  $R$ :

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}. \quad (1.5)$$

Cu aceste precizări și ținînd seama de cerința denumită și *condiție de reprezentare*, ca prin măsurare să se stabilească o corespondență între manifestările  $q_i \in Q$  și numerele  $n_i \in R$ , de o manieră în care relațiile empirice între elementele  $q_i$  să implice relațiile între imaginile lor  $n_i$ , *măsurarea se poate defini formal ca fiind operația empirică obiectivă descrisă de aplicația:*

$$M : Q \rightarrow R, \quad (1.6)$$



unde  $M$  este un homomorfism al sistemului cu relații empirice  $\mathcal{E} = \langle Q, L \rangle$  în sistemul cu relații numerice  $\mathcal{R} = \langle R, P \rangle$ . Aceasta înseamnă că pentru:

$$L_i(q_1, q_2, \dots, q_n) \Leftrightarrow P_i [M(q_1), M(q_2), \dots, M(q_n)], \quad (1.7)$$

adică există o transformare bijectivă  $F : L \rightarrow P$  astfel încît:

$$P_i = F(L_i) \text{ pentru } \forall L_i \in L \text{ și } P_i \in P. \quad (1.8)$$

$M$  este un homomorfism și nu o transformare bijectivă, deoarece, prin măsurare, unor manifestări nedistincte dar asociate unor obiecte diferite trebuie să li se atribuie același număr.

Homomorfismul  $M$  sau, mai complet, quadruplul:

$$\mathcal{S} = \langle \mathcal{E}, \mathcal{R}, M, F \rangle \quad (1.9)$$

definește ceea ce se numește o *scară de măsurare*. Imaginile mulțimii  $Q$  în  $R$  prin acest homomorfism,  $M(q_i) = n_i$ , reprezintă numere atribuite manifestărilor individuale  $q_i$  ale proprietății  $q$ . Mai direct spus,  $n_i$  sînt valorile mărimilor măsurate  $q_i$  pe scara  $\mathcal{S}$ .

Din cele menționate, rezultă că valorile  $n_i$  sînt dependente de scara  $\mathcal{S}$ , adică o aceeași mărime  $q_i$  poate avea valori distincte pe două scări diferite. Trebuie observat însă că asemenea scări, deși diferite, au structuri asemănătoare, deoarece ambele trebuie să respecte aceeași condiție de reprezentare. În consecință, se pot deduce relații de trecere de la valorile obținute pe o anumită scară la cele corespunzătoare unei alte scări de același tip, ceea ce în esență exprimă unicitatea măsurării.

În ceea ce privește abstracția făcută de celelalte proprietăți ale obiectului supus măsurării, aceasta nu constituie o restricție, întrucît selectarea proprietății care interesează, precum și a relațiilor empirice corespunzătoare se realizează prin procedeul experimental adoptat pentru procesul de măsurare, respectiv prin modul de efectuare a comparației și dispozitivele utilizate în acest scop.

● **Scări pentru măsurări directe.** Măsurările directe se bazează integral pe relațiile existente între mărimile aparținînd aceleiași clase cu mărimea care se măsoară, fără a necesita măsurări ale mărimilor din alte clase. Măsurările directe sînt cele mai frecvente, ele aplicîndu-se unor mărimi uzuale precum lungimea, masa, curentul electric etc. Scările pentru măsurările directe depind de sistemul cu relații empirice corespunzător mărimii considerate, respectiv de tipul și numărul de relații empirice care pot fi stabilite.

Sistemul cu relații empirice cel mai simplu conține o singură relație, cea de echivalență  $\sim$ , fiind de forma  $\langle Q, \sim \rangle$ . Relația de echivalență empirică trebuie să satisfacă axiomele de simetrie, tranzitivitate și implicit de reflexivitate.

Între sistemul  $\langle Q, \sim \rangle$  și un sistem cu relații numerice  $\langle R, = \rangle$  există întotdeauna un homomorfism. Scara de măsurare definită pe această cale poartă denumirea de **scară de măsurare nominală**, deoarece valorile pe care le determină nu au altă semnificație decît aceea de a nominaliza clase de echivalență pe  $Q$ .

Constituirea unei scări nominale necesită alegerea în mod arbitrar a unei serii de obiecte cu proprietăți caracteristice pentru mărimea de măsurat și diferite din punctul de vedere al criteriului de echivalență. Cu acestea se formează o submulțime  $E$  de etaloane:

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\} \quad (1.10)$$



cu  $e_i \in Q$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  și  $e_i \sim e_j$  numai dacă  $i = j$ . Elementele  $e_i$  determină clase de echivalență pe  $Q$  și fiecăruia dintre ele  $i$  se atribuie arbitrar un număr  $n_i$  cu singura condiție că  $n_i \neq n_j$  dacă  $i \neq j$ .

Măsurarea constă în compararea, printr-un procedeu corespunzător relației de echivalență empirică, a obiectului care manifestă mărimea de măsurat  $q_x$  cu elemente etalon din  $E$ . Dacă se găsește un etalon  $e_x$  astfel încât  $q_x \sim e_x$ , atunci valoarea respectivă se exprimă prin numărul  $n_x$  atribuit etalonului. Este evident că nu pot fi determinate decât atâtea valori câte etaloane distincte conține  $E$ , ceea ce înseamnă că pot exista mărimi  $q_{x'} \in Q$  care să nu aibă un etalon echivalent. Pe de altă parte, creșterea numărului de etaloane conduce la dificultăți practice de efectuare a măsurării.

Un exemplu de scară nominală îl constituie codul culorilor stabilit prin atribuirea de numere unui set de obiecte colorate diferit. Acest cod nu dă nici o altă informație despre culori, decât că sînt echivalente dacă au același număr, sau diferite dacă numerele sînt distincte.

Valorile obținute pe o scară nominală nu permit distingerea unui sens relativ între mărimile măsurate și nici efectuarea de operații algebrice cu numerele respective. În consecință, rezultă o utilizare restrînsă a acestui tip de scară (de fapt nu este considerată scară de măsurare în accepțiunea curentă a acestei noțiuni, ea servind mai mult la identificarea unor forme de manifestare a proprietăților și la determinarea frecvențelor absolute sau relative ale acestora).

Dacă în sistemul cu relații empirice precedent, pe lîngă relația de echivalență există și o relație de ordine „ $<$ ”, reflexivă, tranzitivă și antisimetrică [4], sistemul cu relații empirice devine  $\langle Q, \sim, „<” \rangle$ . Existența homomorfismului care aplică acest sistem în sistemul cu relații numerice corespunzător  $\langle R, =, < \rangle$  a fost demonstrată pentru mulțimi numărabile de Cantor în 1895; detalii în acest sens se găsesc în [2].

Dacă prin „ $<$ ” se exprimă o relație de ordine totală nestrictă (simplă), homomorfismul este un izomorfism și scara de măsurare se numește **scară de ordine** sau **ordinală**.

În mod asemănător ca pentru relația de echivalență trebuie să existe un procedeu experimental de comparație prin care să se materializeze și relația de ordine „ $<$ ”.

Modalitatea practică de realizare a unei scări de ordine constă în alegerea de etaloane cu care se formează submulțimea  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  avînd elementele aranjate în ordinea determinată de  $\langle Q, \sim, „<” \rangle$ ,  $e_1 „<” e_2 „<” \dots „<” e_n$ . Etaloanelor li se atribuie numere, astfel încît ordinea lor să corespundă cu ordinea în  $E$ .

Operația de măsurare, la fel ca în cazul scării nominale, comportă compararea mărimii de măsurat  $q_x$  cu etaloane din  $E$  și dacă se găsește  $q_x \sim e_x$  rezultă valoarea  $n_x$  pe scara respectivă. În cazul în care nu se poate stabili o relație de echivalență cu nici un etalon, există totuși posibilitatea să se determine două etaloane consecutive între care se situează  $q_x$ , adică  $e_i „<” q_x „<” e_{i+1}$ . Astfel se deduce că mărimea  $q_x$  are o valoare  $n_i < n_x < n_{i+1}$ , ceea ce constituie o informație în plus față de cea de nonechivalență.

Scări de ordine uzuale sînt cele pentru duritatea mineralogică, intensitatea cutremurelor, tăria vîntului, maturitatea (gradul de coacere) al fibrelor de bumbac etc. De exemplu, scara Mohs pentru duritate este alcătuită din zece minerale aranjate în ordinea crescîndă a durității (în sensul că cele care preced pot fi zgîriate de următoarele și nu invers): talc, gips, calcit, fluorină, apatită, ortoză, cuarț, topaz, corindon, diamant. În această ordine li s-au atribuit numerele naturale de la 1 la 10. Asemănător pentru cutremure, după



modul în care sînt resimțite și după efectele distructive, sînt definite scările Richter și Mercalli cu 9 și respectiv 12 grade de magnitudine, iar pentru tăria vîntului scara Beaufort cu 12 grade care se succed de la lipsa de vînt la uragan.

Numerele atribuite în cadrul scărilor de ordine sînt arbitrare, singura condiție pe care o respectă fiind aceea de ordonare. De aceea nu are sens să se spună că apatita are o duritate de cinci ori mai mare decît a talcului și de două ori mai redusă față de diamant. Cu alte cuvinte numerele respective nu permit nici în acest caz efectuarea de operații, ele semnifică numai faptul că un mineral are o duritate inferioară sau superioară celui alt, fără a permite stabilirea unei relații de raport sau de distanță. Este evident că mărind numărul de etaloane, clasele de echivalență pe care le definesc se îngustează și finețea măsurării crește. În același timp, procedura de măsurare devine mai laborioasă, ceea ce implică acceptarea unui compromis.

Deficiențele semnalate pentru scările nominală și ordinală au condus la necesitatea definirii unor sisteme care, pe lîngă relațiile binare de echivalență și ordonare, formate din dubleți  $q_i, q_j \in Q$  să conțină și o relație ternară  $*$  care implică tripleți,  $q_i * q_j \sim q_l$ , pentru  $\forall q_i, q_j, \in Q$  rezultînd  $q_l \in Q$ . Sistemul ternar cu relații empirice astfel obținut se notează  $\langle Q, \sim, „<”, * \rangle$ . Relația ternară  $*$  care reprezintă o operație binară (cu doi operanzi) este denumită *concatenare*. Este de observat că procedura de concatenare depinde de natura mărimii de măsurat. Pentru măsurarea maselor cu balanța ea constă în punerea greutăților pe același taler, la măsurarea lungimilor în așezarea cap la cap a unor tije sau benzi etc. Mărimile care permit o concatenare de tipul celei arătate în cele două exemple, denumită *concatenare aditivă* deoarece prezintă o asemănare directă cu adunarea numerelor reale, se numesc *mărimi extensive*. Această proprietate nu este adevărată pentru toate mărimile (de exemplu, la conectarea în serie a două amplificatoare, amplificarea rezultată este dată de produsul amplificărilor parțiale). Ca urmare, definirea mărimilor extensive ca fiind acelea care la reunirea unor obiecte ele se combină aditiv este restrictivă, mai generală fiind considerarea ca mărimi extensive a aceloră pentru care operația de concatenare nu este idempotentă. Mărimile pentru care concatenarea este idempotentă sau care nu permit o concatenare directă se numesc *intensive* (de exemplu prin alăturarea mai multor corpuri avînd aceeași densitate, valoarea acesteia nu se modifică).

Considerînd cazul mărimilor extensive pentru care relația de concatenare are un caracter aditiv, existența unui homomorfism între sistemul empiric  $\langle Q, \sim, „<”, * \rangle$  și sistemul numeric  $\langle R, =, <, + \rangle$  poate fi demonstrată dacă sînt îndeplinite anumite condiții structurale.

Pe scurt, aceasta înseamnă ca sistemul  $\langle Q, \sim, „<”, C, * \rangle$ , în care  $\sim, „<”$  sînt două relații binare,  $*$  este o relație ternară și  $C \subset Q \times Q$ , să fie semigrup local ordonat, adică să satisfacă următoarele axiome:

$A_1$   $\langle Q, \sim, „<” \rangle$  este un sistem preordonat.

$A_2$  Dacă  $(q_i, q_j) \in C$ , cu  $q_i „\lesssim” q_l$  și  $q_m „\lesssim” q_j$ ,

atunci  $(q_i, q_m) \in C$

$A_3$  Dacă  $(q_i, q_j) \in C$  și  $q_i „\lesssim” q_1$  sau  $q_j „\lesssim” q_1$ ,

atunci  $q_i * q_j „\lesssim” q_1 * q_j$ , respectiv  $q_i * q_j „\lesssim” q_i * q_1$ .

$A_4$   $(q_i, q_j) \in C$  și  $(q_i * q_j, q_1) \in C$  sînt echivalente cu  $(q_j, q_1) \in C$

și  $(q_i, q_j * q_1) \in C$ . Atunci  $(q_i * q_j) * q_1 \sim q_i * (q_j * q_1)$ .



$A_5$  Dacă  $(q_i, q_j) \in C$ , atunci  $q_i \text{ „} < \text{” } q_i * q_j$ .

$A_6$  Dacă  $q_i \text{ „} < \text{” } q_j$ , atunci există  $q_1 \in Q$  astfel ca  $(q_j, q_1) \in C$  și  $q_i \text{ „} < \text{” } q_j * q_1$ .

$A_7$  Mulțimea  $\{n \mid n \in N_i \text{ și } q_j, nq_i \text{ „} < \text{” } q_j\}$  este finită, submulțimile  $N_i \subset N$  și  $nq_i$  se definesc după cum urmează:

—  $1 \in N_i$  și  $1q_i \sim q_i$ ;

— dacă  $n-1 \in N_i$  și  $((n-1)q_i, q_i) \in C$ , atunci  $n \in N_i$ ; și

$nq_i \sim (n-1)q_i * q_i$ ;

— dacă  $n-1 \in N_i$  și  $((n-1)q_i, q_i) \notin C$  atunci  $\forall m, n \leq m, m \notin N_i$ .

Dacă axiomele  $A_4, A_5$  și  $A_6$  sînt satisfăcute pentru  $\forall q_i, q_j \in Q$ , semigrupul local ordonat se numește *pozitiv regulat* și *Archimedian*.

În condițiile fixate prin axiomele de mai sus, se poate demonstra [2] că între sistemul  $\{Q, \sim, \text{„} < \text{”, } C, *\}$  reprezentînd un semigrup local ordonat, pozitiv regulat și Archimedian și sistemul  $\langle R, =, <, + \rangle$  există un homomorfism  $M$  avînd proprietățile:

$$q_i \text{ „} \lesssim \text{” } q_j \Leftrightarrow M(q_i) \leq M(q_j), \quad \forall q_i, q_j \in Q; \quad (1.11)$$

$$M(q_i * q_j) = M(q_i) + M(q_j), \quad \forall (q_i, q_j) \in C.$$

Pentru realizarea practică a unei scări de măsurare pentru mărimi extensive care admit concatenare aditivă (de exemplu mase, lungimi) este suficient să se aleagă un singur element etalon a cărui mărime  $e_1 \in Q$  este adoptată ca referință. Se caută, sau se construiește, un alt element  $e_1^1 \sim e_1$  și prin concatenare rezultă  $e_1 * e_1^1 \sim e_2$ . Conform cu  $A_7$  noul element etalon  $e_2 \sim 2e_1$ . Continuînd procedeul, se poate construi întreg șirul de etaloane pînă la  $e_n \sim ne_1$ . Atribuind numărul 1 elementului  $e_1$ , adică  $M(e_1) = 1$ , rezultă direct 2 pentru  $e_2$  ș.a.m.d.,  $n$  pentru  $e_n$ . Similar se pot obține și etaloane subunitare găsind de exemplu  $e_{1/2}, e_{1/2}^1 \in Q, e_{1/2} \sim e_{1/2}^1$ , astfel încît  $e_{1/2} * e_{1/2}^1 \sim e_1$  sau, mai general,  $e_{1/n} \in Q$  pentru care  $ne_{1/n} \sim e_1$ . Prin procedeul descris se poate construi o clasă de etaloane oricît de extinsă pornind de la un element unic și deci oricărui  $q_x \in Q$  îi va corespunde  $e_x \sim q_x$ , permițînd astfel exprimarea valorii pentru  $q_x$  prin numărul  $n_x$  atribuit lui  $e_x$ .

Elementul etalon minimal  $e_1$  căruia i s-a atribuit numărul 1 reprezintă ceea ce se numește *unitatea de măsură* a scării. Se poate considera că valoarea numerică pentru  $q_x$  rezultă ca un raport între numărul asociat etalonului echivalent  $e_x$  și cel atribuit etalonului  $e_1$ . În acest sens se vede că definiția clasică prin care rezultatul măsurării este dat de raportul între mărimea de măsurat și unitatea de măsură corespunde de fapt numai măsurării mărimilor extensive care admit concatenare aditivă.

Prin caracterul arbitrar al alegerii etalonului  $e_1$  există posibilitatea definirii unor scări cu proprietăți similare, dar care determină valori numerice distincte. Caracteristic pentru valorile obținute pe două astfel de scări este faptul că raportul lor este constant. Ca urmare, scările pentru mărimi extensive care admit concatenare aditivă se numesc **scări de raport**.

Valorile numerice deduse prin intermediul scărilor de raport, pe lîngă comparații corespunzătoare relațiilor de echivalență sau de ordonare, permit efectuarea de operații algebrice, ceea ce le conferă o largă utilizare practică.



Pentru anumite mărimi fizice operația de concatenare  $*$  nu este posibilă decât pentru intervale. Un exemplu în acest sens îl constituie temperatura, mărime intensivă, pentru care valorile se exprimă numai sub forma unor diferențe față de o referință arbitrară căreia i se atribuie valoarea zero.

Prin *interval* se înțelege o pereche ordonată  $(q_i, q_j)$ ,  $q_i, q_j \in Q$  fiind capetele intervalului. Intervalele reprezintă elemente ale produsului cartezian  $Q \times Q$  și o relație binară pe acest produs implică patru elemente din  $Q$ , iar dacă există și o operație binară între intervale, cum este concatenarea, atunci intervin șase elemente. Sistemele cu relații pe intervale sînt astfel *sisteme cuaternare* sau *superioare*.

Două intervale  $(q_i, q_j)$  și  $(q_1, q_m)$  se consideră echivalente dacă produc aceleași efecte empirice, de exemplu aceeași diferență de temperatură are ca efect dilatarea identică a unui corp, indiferent de valorile absolute ale temperaturilor. Dacă două intervale  $(q_i, q_j)$ ,  $(q_1, q_m)$  sînt adiacente, atunci  $q_j \sim q_1$  și prin concatenarea lor rezultă intervalul  $(q_i, q_m)$ . Concatenarea intervalelor neadiacente se face prin echivalare cu intervale adiacente.

Cu precizările de mai sus, în [2] sînt enunțate axiomele care trebuie îndeplinite pentru ca sistemul  $\langle Q, Q^*, \sim, „<”, * \rangle$ , unde  $Q^* \subset Q \times Q$  și  $*$  este o operație binară pe  $Q^*$ , să fie un sistem cu diferențe pozitive. Pe baza acestor axiome, similare cu  $A_1 \dots A_7$ , se demonstrează că sistemul  $\langle Q^*, \sim, „<”, C^*, * \rangle$ , în care  $C^* \subset Q^* \times Q^*$  cu proprietatea

$$C^* = \{((q_i, q_j), (q_j, q_1)) \mid (q_i, q_j), (q_j, q_1) \in Q^*\},$$

este un semigrup local ordonat, pozitiv regulat și Archimedian și că există un homomorfism  $M'$  între acesta și sistemul  $\langle R, =, <, + \rangle$ .

Scara de măsurare definită de un homomorfism de acest tip se numește **scară de interval**.

Construirea practică a unei scări de interval constă în alegerea ca etalon a unui interval  $(s_0, s_n) \in Q^*$ , cu  $s_0 „<” s_n$ . În cadrul acestuia se stabilesc  $n$  subintervale adiacente echivalente  $(s_i, s_{i+1}) \sim (s_j, s_{j+1})$ , cu  $s_i „<” s_{i+1}$ ,  $s_j „<” s_{j+1}$ , pentru  $\forall i, j = 0, 1, \dots, n$ , prin concatenarea cărora rezultă intervalul etalon adoptat:

$$(s_0, s_n) \sim (s_0, s_1) * (s_1, s_2) * \dots * (s_{n-1}, s_n) \sim n(s_0, s_1). \quad (1.12)$$

Determinarea valorilor numerice se obține prin atribuirea numărului 0 pentru  $s_0$  capătul inferior al intervalului etalon  $(s_0, s_n)$  și a numărului 1 pentru subintervalul  $(s_0, s_1)$  adică  $M'((s_0, s_1)) = 1$ . Subintervalul unitar  $(s_0, s_1)$  are în acest caz semnificația de unitate de măsură a scării. Pentru o mărime  $q_x$  căreia îi corespunde un interval  $(s_0, q_x)$ , presupunînd că scara conține un număr mare de subintervale suficient de fine, se poate obține  $(s_0, q_x) \sim n_x(s_0, s_1)$  și valoarea numerică este  $M'((s_0, q_x)) = n_x$ .

Se poate observa că homomorfismul  $M'$  pe baza căruia se construiește o scară de interval este o aplicație a mulțimii de intervale  $Q^*$  în  $R$ , similară cu aplicația definită de  $M$  din  $Q$  în  $R$  pentru mărimi extensive. În consecință, și în acest caz există posibilitatea construirii de scări de interval diferite, după modul de alegere a intervalului etalon și a subintervalului unitar. De asemenea, se conservă proprietatea că raportul între valorile acelorași intervale pe scări diferite este constant.

Valorile numerice determinate prin intermediul scărilor de interval permit efectuarea de operații algebrice referitoare la intervalele măsurate.

Ca exemple de scări de interval se pot menționa scările de temperatură. Scara Celsius este definită prin intervalul etalon determinat de temperatura



de topire a gheții (capătul inferior  $s_0$  căruia i s-a atribuit valoarea 0) și temperatura vaporilor apei care fierbe (capătul superior  $s_n$  căruia i-a fost atribuită valoarea 100), ambele temperaturi la presiunea normală. Scara cuprinde deci 100 de subintervale echivalente, subintervalul unitar fiind denumit *grad Celsius*. Alte exemple sînt scările Réaumur și Fahrenheit care ilustrează practic posibilitățile de construire a unor scări de interval diferite.

Cele patru tipuri de scări analizate — *nominală, de ordine, de raport și de interval* — reprezintă scările cele mai frecvente pentru măsurările uzuale. În funcție de posibilitățile de a stabili și alte condiții de reprezentare, respectiv de a găsi homomorfisme între sisteme cu relații empirice și sisteme cu relații numerice altele decît cele menționate, se pot obține și alte tipuri de scări.

**Transformări de scări.** Fără a intra în detalii, din cele expuse a rezultat posibilitatea construirii unor scări diferite pentru măsurarea aceleiași mărimi. Ținînd seama de faptul că prin compunerea homomorfismelor se obțin noi homomorfisme, se deduce că pot fi construite atîtea scări cîte homomorfisme diferite există între cele două sisteme  $\mathcal{L}$  și  $\mathcal{R}$ . Dacă se are în vedere și faptul că între sisteme numerice  $\mathcal{R}$  și  $\mathcal{R}'$  există izomorfisme, rezultă o altă posibilitate de a apărea noi scări. Astfel între  $\langle R, =, <, + \rangle$  și  $\langle R, =, <, \cdot \rangle$  se poate verifica ușor că transformarea  $h(x) = e^x$ ,  $x \in R$  este un izomorfism. Acest izomorfism permite trecerea de la o scară aditivă la una multiplicativă, observînd că:

$$x_3 = x_1 + x_2 \Leftrightarrow e^{x_3} = e^{x_1} e^{x_2}, \quad (1.13)$$

adică:

$$h(x_1 + x_2) = h(x_1)h(x_2).$$

O aplicație a acestui izomorfism o constituie trecerea de la măsurarea amplificării pe o scară logaritmică (aditivă) la măsurarea pe o scară naturală (multiplicativă).

Construirea de noi scări presupune anumite transformări care au loc în același sistem cu relații numerice denumite *transformări admisibile*. Homomorfismul  $M$  care aplică  $\mathcal{L} = \langle Q, L \rangle$  în  $\mathcal{R} = \langle R, P \rangle$  nu este obligatoriu surjectiv, astfel că  $M: Q \rightarrow R_0$  cu  $R_0 \subset R$ , ceea ce poate conduce la trei sisteme:  $\langle Q, L \rangle$ ,  $\langle R_0, P \rangle$  și  $\langle R, P \rangle$ . Un monomorfism  $H$  între  $\langle R_0, P \rangle$  și  $\langle R, P \rangle$  reprezintă un endomorfism parțial al sistemului  $\langle R, P \rangle$ . Prin urmare, orice transformare  $H \circ M = M'$  definește un homomorfism între  $\langle Q, L \rangle$  și  $\langle R, P \rangle$  și pentru determinarea transformărilor admisibile trebuie avute în vedere numai proprietățile endomorfismelor parțiale dependente de natura relațiilor  $P$ .

În cazul sistemelor nominale,  $P$  cuprinde numai relația de egalitate și atunci orice aplicație injectivă între  $R_0$  și  $R$ , fiind un endomorfism parțial, este o transformare admisibilă pentru scările nominale.

La sistemele ordinale, endomorfismul implică și relația de ordine  $<$ , necesitînd ca aplicația corespunzătoare să fie injectivă și crescătoare, deci pentru scările de ordine transformarea admisibilă este orice funcție crescătoare.

Pentru sistemele extensive, endomorfismele parțiale ale sistemului  $\langle R, =, <, + \rangle$  determinate pe  $M(q)$  sînt de forma:

$$H: M(Q) \rightarrow R, \quad x \rightarrow \lambda x \text{ cu } 0 < \lambda, \quad (1.14)$$

Ca urmare, transformarea admisibilă pentru o scară de raport este transformarea similară  $M''(q_i) = \lambda M(q_i)$ . În termeni uzuali, această transformare



exprimă trecerea de la o unitate de măsură la alta, de  $\lambda$  ori mai mică. În sfârșit, pentru sistemele cu diferențe, dacă se consideră un nou homomorfism  $M'''$ , atunci  $M'''((q_i, q_j)) = \lambda M'((q_i, q_j))$  și avînd în vedere posibilitățile de reducere a acestora la sisteme extensive [2], rezultă:

$$M'''(q_i) - M'''(q_j) = \lambda [M'(q_i) - M'(q_j)]. \quad (1.15)$$

Pentru  $q_j \sim s_0$  și  $M'(q_j) = 0$  se obține:

$$M'''(q_i) = \lambda M'(q_i) + M'''(q_j) = \lambda M'(q_i) + \mu, \quad \mu \in R. \quad (1.16)$$

Transformarea admisibilă pentru scările de interval este o transformare afină (liniară pozitivă):

$$H : M(Q) \rightarrow R, \quad x \rightarrow \lambda x + \mu, \quad 0 < \lambda, \quad \mu \in R. \quad (1.17)$$

**Pentru exemplificare**, trecerea de la scara de temperatură Celsius la scara Fahrenheit se face conform relației:

$$\theta_F = \frac{180}{100} \theta_C + 32.$$

● **Scări pentru măsurări indirecte.** Scările precedente au fost deduse pentru mărimi direct măsurabile, care au proprietatea că permit aplicarea sistemului cu relații empirice în unul cu relații numerice numai pe baza relațiilor existente pe mulțimea de valori a mărimii de măsurat. Pentru numeroase alte mărimi, fie principial nu este posibil, fie condițiile concrete de realizare nu permit obținerea în acest mod a scării de măsurare. În asemenea cazuri, măsurarea se realizează indirect pe baza unor relații între mărimea respectivă și alte mărimi direct măsurabile pentru care se dispune de scări bine definite, de regulă scări de raport.

Deși în practică se întîlnesc adesea scări pentru măsurări indirecte, tratarea formală a construirii unei astfel de scări este mai complicată. În esență se procedează similar ca la scările pentru măsurări directe, în plus trebuind să se țină seama de modul de combinare a mărimilor direct măsurabile prin relația care definește mărimea măsurată indirect, de caracterul de independență al acestora etc. Detalii în acest sens se găsesc în [2], [4], iar unele exemplificări pentru cazuri concrete sînt date în subcapitolul 1.9.2.

### 1.3. METROLOGIA — ȘTIINȚA MĂSURĂRII

Elementele teoretice expuse referitor la formalizarea măsurării pe baza noțiunii de *scară de măsurare* evidențiază unul dintre aspectele esențiale ale eforturilor de dezvoltare a unui arsenal conceptual și metodologic menit să fundamenteze științific studiul și elaborarea proceselor de măsurare. Cuprinzînd și alte laturi ale procesului (operației) de măsurare, de natură teoretică sau aplicativă, acest arsenal permite să se vorbească în prezent de *știința măsurării*, denumită și *metrologie* (în grecește „metron” înseamnă măsură și „logos” vorbire).

Se poate astfel afirma că **metrologia** reprezintă *știința care are ca obiect studiul procesului de măsurare cu elementele sale componente*:

— *mărimea de măsurat*, denumită și *măsurand*, cu proprietățile care o fac măsurabilă;



— *scara de măsurare și unitatea de măsură* corespunzătoare;

— *metoda de măsurare*, care cuprinde o latură teoretică privitoare la principiul pe care se bazează procedeul experimental prin care se realizează operația de măsurare și alta practică referitoare la mijloacele concrete prin care acest procedeu devine operant;

— *prelucrarea rezultatelor primare* — manual sau automat — în scopul obținerii unei informații cât mai reprezentative și mai complete privind valoarea mărimii de măsurat și sub o formă direct accesibilă utilizatorului.

Prin obiectul și scopul său, metrologia este o știință aplicativă. Acest fapt rezultă chiar din cele mai recente definiții privind însuși suportul său teoretic: „*din punct de vedere operațional teoria măsurării poate fi considerată corpul total al definițiilor și regulilor referitoare la măsurări, formulate în scopul constituirii unui ghid pentru obținerea de rezultate consistente*”.

Din simpla examinare a celor patru elemente constitutive ale operației de măsurare rezultă evident că metrologia este o știință cu un puternic caracter interdisciplinar. Fizica și matematica, în primul rând, sînt implicate major în fundamentarea conceptelor teoretice referitoare la problemele legate de evidențierea proprietăților fizice ale mărimilor de măsurat, de principiile metodelor de măsurare, de adoptarea scărilor și unităților de măsură, de prelucrarea matematică a rezultatelor. Științele tehnice, îndeosebi electronica și electrotehnica, mecanica și informatica, stau la baza realizării mijloacelor de măsurare, care devin adesea instalații de mare complexitate tehnică, a etaloanelor, care reclamă tehnologii de extremă finețe, a asigurării condițiilor de aplicabilitate a metodelor de măsurare adoptate.

Importanța măsurărilor pentru desfășurarea oricărei activități, practic în toate domeniile vieții sociale, a condus la necesitatea stabilirii unor reglementări juridice privitoare la operațiile de măsurare. Ca urmare, metrologia cuprinde în sfera sa de preocupări, pe lângă latura pur științifică și elaborarea ansamblului de prevederi legale, acte normative, măsuri organizatorice (instituții și organisme) menite să asigure unificarea și obiectivizarea măsurărilor. Pentru a releva acest aspect se utilizează denumirea de *metrologie legală*.

#### 1.4. CLASIFICĂRI ALE MĂRIMILOR DE MĂSURAT

Urmărind scopul arătat în paragraful precedent, se vor prezenta în continuare trei moduri de clasificare a mărimilor fizice.

● O primă clasificare se poate efectua punînd în evidență aspectele dimensional-spațiale: **mărimi scalare, vectoriale și tensoriale**.

**Mărimile scalare** sînt acelea care pot fi complet determinate printr-un singur număr. Este, de exemplu, cazul acelor mărimi din care se pot extrage în mod nemijlocit părți egale cu o unitate de măsură realizată fizic printr-un etalon și prin simpla lor numărare se deduce valoarea.

**Mărimile vectoriale**, spre deosebire de cele precedente, nu pot fi reprezentate printr-un singur număr, ele fiind caracterizate pe lângă modul (intensitate), de direcție și sens. O altă modalitate o constituie reprezentarea printr-o matrice cu o singură coloană sau o singură linie, ale cărei  $n$  elemente sînt componentele vectorului în raport cu un sistem de axe de referință corespunzător spațiului  $n$ -dimensional pe care este definit vectorul respectiv. Se vede că



în acest caz sînt necesare  $n$  numere pentru determinarea completă a unui vector.

Ca exemple de mărimi fizice vectoriale se pot cita: forțele, vitezele, accelerațiile etc.

Un **tensor** reprezintă o mărime atașată unui punct dintr-un spațiu cu o anumită structură geometrică și care este constituită dintr-un ansamblu ordonat de componente scalare. Dacă  $n$  este dimensiunea spațiului pe care este definit tensorul, el poate să asigure fiecărui ansamblu de coordonate din spațiul respectiv o matrice cu  $n \times m$  elemente scalare.

Pentru exemplificare poate fi considerat tensorul eforturilor ce apar într-un corp solid deformat.

În mod asemănător cu vectorii, tensorii, pentru a putea fi determinați, necesită un ansamblu de numere — în cazul precedent  $n \times m$  numere. Astfel, dacă pentru mărimile scalare — simple — se pot efectua operații directe de măsurare, pentru cele vectoriale sau tensoriale — mărimi complexe — în mod frecvent nu există această posibilitate și măsurarea are un caracter indirect. Se determină separat componentele — adesea prin metode și mijloace diferite — cu ajutorul cărora se alcătuiește ansamblul ce definește mărimea complexă respectivă.

Uneori se întâlnește situația practică în care nu interesează decît una sau o parte din componentele necesare definirii complete a unei mărimi vectoriale sau tensoriale. De exemplu, în cazul curentului electric, care este în esență un vector caracterizat prin intensitate și polaritate în curent continuu, sau fază în curent alternativ, în procese termice este suficient să fie determinată numai intensitatea, căpătînd atributele unei mărimi scalare.

● O a doua clasificare a mărimilor fizice, utilă pentru definirea operației de măsurare, o constituie gruparea lor după tipul relațiilor empirice care pot fi definite pe mulțimea obiectelor sau fenomenelor cărora le sînt asociate în: **mărimi reperabile, mărimi extensive și mărimi intensive.**

**Mărimile reperabile** sînt acelea pentru care se pot defini numai relații de echivalență și de ordine. Pentru măsurarea lor se pot construi numai scări nominale sau de ordine (de exemplu: culorile, duritatea, intensitatea vîntului, a cutremurelor).

**Mărimile extensive** admit pe lîngă relațiile de echivalență și de ordine și o relație de concatenare (neidempotentă). Din această categorie cele mai semnificative sînt acelea la care concatenarea are un caracter aditiv, permițînd construirea scărilor de raport (de exemplu: lungimea, masa, forța etc.).

**Mărimile intensive** se caracterizează prin aceea că nu admit o concatenare directă, ci cel mult o concatenare de intervale. Pentru măsurările intensive pentru care este posibilă concatenarea de intervale se construiesc scări de interval (de exemplu: temperatura, timpul ca durată etc.). Tot în categoria mărimilor intensive intră și cele măsurabile indirect (de exemplu: densitatea, concentrația, constantele de material și cele universale etc.).

● Cea de a treia clasificare a mărimilor fizice are în vedere aspectul energetic, împărțind mărimile fizice în două categorii principale: **active și pasive.**

O mărime este considerată **activă** dacă are asociată o energie din care o parte poate fi utilizată în procesul de măsurare. Raportul între energia totală și cea folosită pentru măsurare trebuie să fie cît mai ridicat, așa încît prin operația de măsurare să nu se afecteze valoarea mărimii măsurate. Tensiunea la bornele unei surse electrice, temperatura apei într-un cazan constituie exemple de mărimi active. Mărimile active sînt denumite și *mărimi de tip intensitate*.



Mărimile care nu posedă o energie proprie liberabilă și pentru măsurarea cărora este necesar să se recurgă la o sursă de energie auxiliară (energia de activare) se numesc **mărimi pasive**. Exemple de mărimi pasive sînt mărimile ce caracterizează circuitele electrice, rezistența, capacitatea, inductivitatea. De asemenea masa este o mărime pasivă, întrucît pentru a o pune în evidență și a o măsura este necesar un cîmp de accelerație. Întrucît aceste mărimi se referă în mod frecvent la proprietăți de material, se mai numesc și *mărimi de tip parametric*.

În [8] mărimile active menționate mai sus sînt denumite *mărimi de grad 1*. Produsele (sau sumele de produse) ale mărimilor de grad 1 conduc la așa-numitele *mărimi de grad 2*, care au caracterul unor puteri sau energii. Rapoartele unor mărimi de grad 1 sau de grad 2 definesc *mărimi de grad 0*, care sînt în general de tip parametric.

Mărimile de grad 1 sînt de regulă direct măsurabile, pe cînd cele de grad 2 și de grad 0 sînt indirect măsurabile.

### 1.5. RELAȚII ÎNTRE MĂRIMI ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Ținînd cont de cele arătate în subcapitolul 1.2 și utilizînd notații uzuale din fizică, valoarea  $a$  a unei mărimi extensive  $A$  măsurată pe o scară de raport cu unitatea  $[A]$  este dată de relația:

$$a = \frac{A}{[A]}. \quad (1.18)$$

Rezultatul măsurării se exprimă prin numărul  $a$  urmat de denumirea unității  $[A]$ . Dacă măsurarea se va efectua utilizînd o altă unitate  $[A']$  va rezulta o altă scară și deci o altă valoare:

$$a' = \frac{A}{[A']}. \quad (1.19)$$

Între cele două valori și unitățile respective există relația cunoscută:

$$\frac{a}{a'} = \frac{[A']}{[A]}. \quad (1.20)$$

prin care se evidențiază concret proprietățile enunțate pentru scările de raport și transformările de trecere de la o scară la alta. Relațiile precedente relevă și faptul că esența procesului de măsurare o constituie comparația cu unitatea.

Legile fizice reprezentînd relațiile între mai multe mărimi se exprimă prin formule matematice sau prin formule fizice. În exprimarea unei legi printr-o formulă matematică, simbolurile respective reprezintă mărimi. Făcîndu-se abstracție de modul de măsurare se conferă un caracter mai general formulelor matematice, important pentru aspectele teoretice. În aplicații sînt necesare însă formulele fizice în care intervin valorile măsurate ale mărimilor. Ca urmare, formulele fizice pot diferi în funcție de unitățile de măsură adoptate.

Diferența între exprimarea unei legi fizice printr-o formulă matematică și una fizică se manifestă prin apariția în formula fizică a unui coeficient dependent de unități, denumit adesea *coeficient parazit*.



Pentru exemplificare, fie formula matematică ce exprimă legea fundamentală a dinamicii:

$$F = MA, \quad (1.21)$$

în care  $F$  reprezintă forța ce imprimă masei  $M$  accelerația  $A$ . Pentru utilizarea practică în relația (1.21), trebuie introduse valorile măsurate pentru mărimile  $F$ ,  $M$  și  $A$  în raport cu niște unități  $[F]$ ,  $[M]$  și  $[A]$ . Valorile măsurate vor fi:

$$f = \frac{F}{[F]}; \quad m = \frac{M}{[M]}; \quad a = \frac{A}{[A]}. \quad (1.22)$$

Formula fizică se deduce prin introducerea valorilor  $f$ ,  $m$  și  $a$  în (1.21):

$$f = \frac{[M][A]}{[F]} \quad ma = kma, \quad (1.23)$$

unde:

$$k = \frac{[M][A]}{[F]}. \quad (1.24)$$

Se vede deci că valoarea forței  $f$  este proporțională cu produsul valorilor masei  $m$  și accelerației  $a$ , factorul de proporționalitate  $k$  fiind dependent de unitățile de măsură  $[F]$ ,  $[M]$  și  $[A]$ .

În exemplul precedent, unitățile  $[F]$ ,  $[M]$  și  $[A]$  care determină valoarea coeficientului  $k$  au fost alese arbitrar. Există însă posibilitatea de a alege aceste unități astfel încât să se obțină  $k = 1$ . În acest caz, unitățile nu mai pot fi alese independent. Din relația (1.24) se deduce că pentru  $k = 1$ :

$$[F] = [M][A], \quad (1.25)$$

deci odată alese  $[M]$  și  $[A]$  unitatea pentru forță  $[F]$  este definită de primele două. Adoptarea unui ansamblu de unități, astfel încât să se elimine coeficientul parazit  $k$ , transformă formula fizică (1.23) în:

$$f = ma, \quad (1.26)$$

de formă similară cu formula matematică (1.11). Se observă de asemenea din relația (1.25) că unitatea de forță  $[F]$  rezultă din înlocuirea directă în formula de definiție a unităților alese  $[M]$  și  $[A]$ . Unitățile deduse pe această cale se numesc *unități coerente*. Relațiile de tipul (1.25) poartă numele de *relații de condiție*, întrucât arată modul în care anumite unități le condiționează pe altele.

## 1.6. SISTEME DE UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Întrucât prezența coeficientului parazit în formulele fizice complică structura acestora, se urmărește să se elimine acest coeficient prin alegerea convenabilă a unităților de măsură. Aceasta are drept consecință faptul că, pe de o parte, numărul unităților ce pot fi alese arbitrar se reduce, iar, pe de altă parte, apar o serie de unități care sînt impuse de primele. Se ajunge astfel



la relații de subordonare, în sensul că mărimile pentru care unitățile pot fi alese convențional se numesc **fundamentale** și unitățile de asemenea; toate celelalte mărimi pentru care unitățile de măsură se definesc în raport cu cele fundamentale se numesc **mărimi derivate** și respectiv **unități derivate** (pentru a deosebi unitățile fundamentale de cele derivate, primele se scriu cu simbolul lor fără paranteze, iar celelalte prin simboluri cuprinse în paranteze drepte).

*Totalitatea unităților fundamentale și derivate, care formează un ansamblu coerent pentru un anumit domeniu de măsurare, constituie ceea ce se numește un sistem de unități de măsură.*

Potrivit celor arătate anterior, un sistem de unități este definit pe baza unităților fundamentale. Astfel, problema care se pune la alcătuirea unui asemenea sistem este aceea a stabilirii numărului necesar de mărimi și unități fundamentale și apoi nominalizarea lor din totalul celor care formează domeniul respectiv.

În principiu, dacă pentru descrierea fenomenelor fizice într-un anumit domeniu există un număr de  $l$  legi fizice independente care leagă între ele  $m$  mărimi ( $m > l$ ), atunci numărul minim de mărimi și respectiv de unități fundamentale necesare  $n$  este dat de relația:

$$n = m - l. \quad (1.27)$$

Dacă, adoptînd numărul minim de mărimi și unități fundamentale dat de relația (1.17), rezultă relații complicate de definire a unităților derivate se poate mări numărul unităților fundamentale.

După adoptarea numărului de unități fundamentale urmează nominalizarea lor. Pentru aceasta, se au în vedere criterii de simplificare și de comoditate în operațiile de măsurare și de definire a unităților derivate. Aceste criterii pot fi formulate după cum urmează:

- mărimile și unitățile fundamentale trebuie în primul rînd să fie asociate unor fenomene reprezentative pentru domeniul respectiv, care să aibă proprietăți de invariantă în timp și spațiu;

- unitățile fundamentale trebuie să poată fi realizate și reproduse în condiții avantajoase sub formă de etaloane;

- între unitățile fundamentale și cele derivate să existe relații simple pe baza cărora să poată fi realizate ușor unitățile derivate;

- valorile efective ale unităților fundamentale se adoptă ținînd seama de considerente practice privind utilizarea lor și a unităților derivate, precum și de posibilitățile de realizare a unor multipli și submultipli corespunzători cerințelor de folosire curentă.

Pe baza criteriilor enunțate, în dezvoltarea științei și tehnicii au apărut mai multe sisteme de unități de măsură, diferind între ele atît prin alegerea unităților fundamentale cît și prin definirea unităților derivate potrivit regimului de coerență adoptat (MK<sub>S</sub>, CGS, MKS, MTS etc.).

Existența unui număr mare de sisteme de unități, cărora li se adăugau și multe alte unități care nu făceau parte din nici un sistem, a determinat încă din prima jumătate a acestui secol o amplă activitate în vederea adoptării unui sistem de unități practic, coerent, simplu și rațional structurat, cu aplicabilitate în toate domeniile științei și tehnicii. Ca urmare a acestor activități, la cea de a 11-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți (1960) a fost adoptat Sistemul Internațional de Unități (SI) care, potrivit modificărilor și amenda-



mentelor aduse în cadrul următoarelor conferințe (cea de a 16-a a avut loc în 1979), cuprinde 7 unități fundamentale.

În anexa 1 sînt date unitățile SI fundamentale, principalele unități SI derivate, unitățile SI suplimentare, precum și unele reguli privind simbolurile și scrierea acestora.

Sistemul internațional de unități SI a fost adoptat și de țara noastră încă din 1961. Unitățile SI, multiplii și submultiplii lor, se utilizează în R. S. România în conformitate cu STAS — 737 și prevederile Legii metrologiei (nr. 27/1978).

Detalii privind sistemele de unități se găsesc în [1], [6], [7].

### 1.7. NOȚIUNILE DE APARAT DE MĂSURAT ȘI DE TRADUCTOR

Operația de măsurare ca o comparație direct perceptibilă a mărimii de măsurat cu unitatea de măsură nu este posibilă decît într-un număr restrîns de cazuri, în care unitățile pot fi realizate sub o formă ce permite utilizarea lor ca atare. Restricțiile apar pe de o parte prin faptul că există numeroase mărimi fizice ce nu sînt accesibile simțurilor umane, iar pe de altă parte chiar și în cazurile celor care posedă această proprietate numai un domeniu limitat de valori poate fi sesizat.

De cele mai multe ori între mărimea de măsurat și organele de percepție este necesar să se intercaleze anumite dispozitive care, acționate de mărimea respectivă pe baza energiei asociate acesteia sau a unei energii auxiliare de activare, determină apariția unor efecte susceptibile de a fi percepute. De exemplu, curentul electric ca un flux de electroni nu poate fi perceput, dar trecînd acest curent printr-o bobină mobilă așezată într-un cîmp magnetic aceasta va suferi o deplasare ce poate fi observată cu ajutorul organelor simțului vizual. Dacă se consideră cîmpul magnetic constant și nu există alte influențe perturbatoare, deplasarea bobinei mobile se află într-o corespondență (determinată) cu valoarea curentului electric. Cunoscînd prin calcul sau experimental modul în care se realizează această corespondență, deplasarea bobinei permite deducerea valorii curentului, ea putînd constitui o măsură a acestuia. Pe baza acestor considerente se poate defini noțiunea de *aparat de măsurat*:

*Acel dispozitiv care stabilește o dependență între mărimea de măsurat și o alta ce poate fi percepută în mod nemijlocit de organele de simț umane, astfel încît permite determinarea valorii mărimii respective pe baza unei scări de măsurare, se numește **aparat de măsurat**.*

Aceasta este o definiție generală care are în vedere înțelesul clasic al noțiunii de *aparat de măsurat*, ce presupune utilizarea acestuia de către un operator uman. În instalațiile automate, unde intervenția directă a omului este eliminată, noțiunea de *aparat de măsurat* se modifică în consecință. În acest caz *aparatul de măsurat* este denumit **traductor** și el stabilește o corespondență între mărimea de măsurat și o mărime etalonată conform unei scări de măsurare, aptă de a fi prelucrată de elemente de automatizare sau de echipamente de calcul, de exemplu regulatoarele în sistemele de reglare convenționale, sau calculatoarele de proces în sistemele de automatizare complexă.



Pornind de la definițiile precedente se poate reprezenta schema generală a unei măsurări. În figura 1.1 este dată o astfel de schemă pentru cazul unui aparat de măsurat care se adresează unui operator uman, iar în figura 1.2 schema corespunzătoare utilizării unui traductor, care realizează funcția de măsurare într-un sistem de reglare automată.

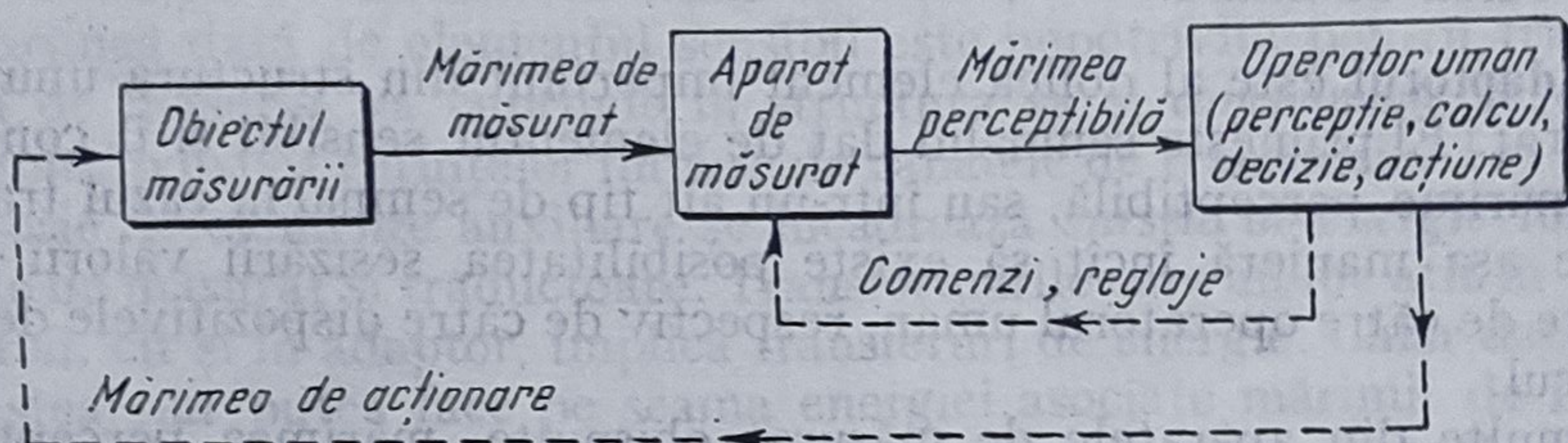


Fig. 1.1. Schema generală a unei măsurări efectuate de către un operator uman.

Între cele două scheme nu există diferențe principiale, întrucât ambele îndeplinesc funcțiuni similare de determinare a valorii mărimii de măsurat, în vederea unei anumite utilizări a acesteia. Scopul măsurării, în sistemele de reglare automată, este acela de a iniția o acțiune asupra instalației automatizate pentru a păstra mărimea reglată la valoarea prescrisă. Măsurarea servește pentru a putea constata abateri de la această valoare. Trebuie observat că nici în cazul operatorului uman, măsurarea nu prezintă un scop în sine ci, de regulă, se efectuează tot în vederea exercitării unei acțiuni asupra obiectului măsurării.

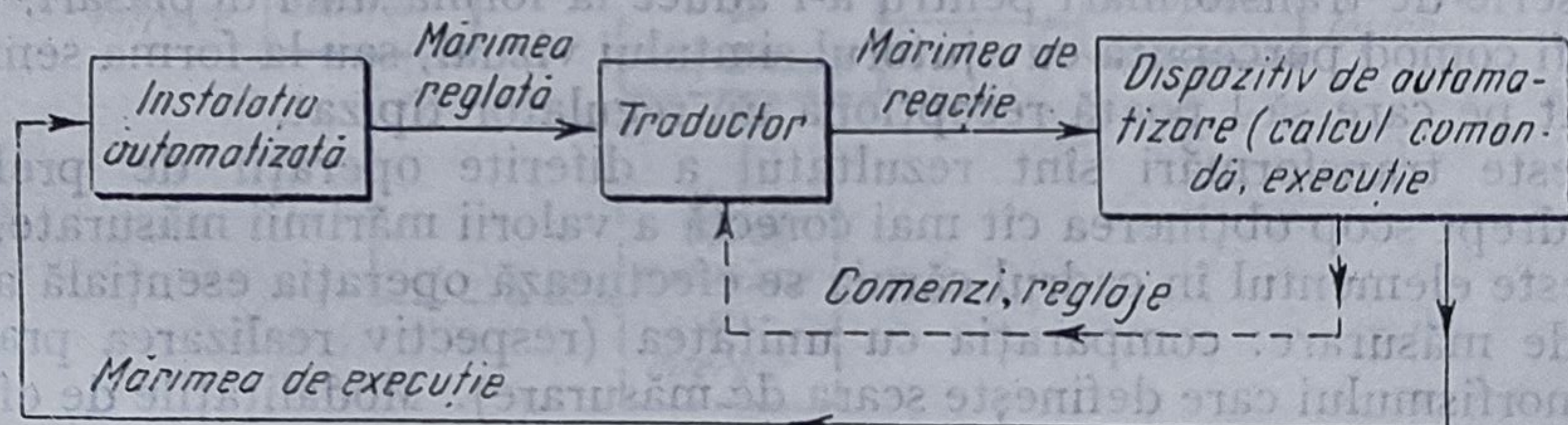


Fig. 1.2. Schema generală a unei măsurări efectuată în cadrul unui sistem de reglare automată.

Pentru a aduce mărimea de măsurat la o formă accesibilă fie operatorului uman, fie dispozitivelor de automatizare, în cadrul unui aparat de măsurat au loc o serie de transformări ale acesteia, bazate pe energia pe care o are asociată, sau pe energii furnizate de surse auxiliare. Privind din acest punct de vedere, orice aparat de măsurat sau traductor are o structură ce cuprinde următoarele elemente tipice:

● **Elementul sensibil sau detectorul** este elementul esențial, specific pentru măsurarea unei anumite mărimi fizice.

În condițiile de efectuare a măsurării, el trebuie să aibă proprietatea de a fi sensibil numai la mărimea de măsurat și de a o detecta numai pe aceasta, eliminând sau reducând la un minim acceptabil influența pe care o exercită toate celelalte mărimi fizice existente în mediul în care se află plasat. Elementul sensibil trebuie să furnizeze la ieșire un semnal<sup>1</sup>, care, potrivit unei dependențe

<sup>1</sup> Prin semnal se înțelege o mărime ale cărei manifestări sînt purtătoare de informații într-o manieră convențională prestabilită. În măsurări semnalele sînt purtătoare de informații referitoare la mărimea de măsurat în sensul că există un homomorfism între manifestările acesteia și cele ale semnalului.



consecință a legilor fizice pe care se bazează funcționarea sa, să conțină informația necesară determinării valorii mărimii de măsurat. Acest semnal trebuie totodată să fie de asemenea natură, încât să poată să acționeze celelalte elemente ale aparatului de măsurat. Pentru aceasta, semnalul trebuie să posede o anumită energie pe care o poate prelua de la mărimea de măsurat sau de la o sursă auxiliară.

● **Adaptorul** este al doilea element important din structura unui aparat de măsurat. El primește semnalul dat de elementul sensibil și îl convertește într-o mărime perceptibilă, sau într-un alt tip de semnal în cazul traductoarelor, de așa manieră încât să existe posibilitatea sesizării valorii mărimii măsurate de către operatorul uman, respectiv de către dispozitivele de reglare sau calcul.

La multe din aparatele de măsurat obișnuite, mărimea perceptibilă se prezintă sub forma unei mărimi mecanice (deplasarea unui ac indicator în fața unei scări gradate, sau la cele înregistratoare trasarea unui grafic).

Pentru traductoare adaptorul îndeplinește, în cele mai multe cazuri, funcția de a da la ieșire o mărime sub forma unui semnal unificat. Semnalele unificate sînt mărimi de natură electrică sau pneumatică care se încadrează într-o anumită gamă de variație oricare ar fi mărimea măsurată și limitele de valori ale acesteia. Pe această cale se asigură posibilitatea introducerii corecte a valorilor unei largi varietăți de mărimi măsurate în dispozitive de automatizare sau de calcul tipizate.

În cadrul adaptorului, semnalul dat de elementul sensibil suferă la rîndul său o serie de transformări pentru a-l aduce la forma unei deplasări, care să poată fi comod percepută cu ajutorul simțului vizual, sau la forma semnalului unificat pe care să-l poată recepționa un regulator tipizat.

Aceste transformări sînt rezultatul a diferite operații de prelucrare, avînd drept scop obținerea cît mai corectă a valorii mărimii măsurate. Adaptorul este elementul în cadrul căruia se efectuează operația esențială a procesului de măsurare: comparația cu unitatea (respectiv realizarea practică a homomorfismului care definește scara de măsurare). Modalitățile de efectuare a comparației pot fi variate, ele ținînd de înseși principiile metodelor de măsurare și determinînd diversificări structurale importante ale aparatelor de măsurat și traductoarelor.

Astfel, comparația se poate face aplicînd din exterior, simultan, atît mărimea de măsurat cît și cea de referință. În cele mai multe cazuri însă comparația este succesivă, în sensul că printr-o operație de calibrare inițială valorile referinței sînt convertite și „memorate” de anumite elemente constructive ale aparatului, iar la efectuarea operației de măsurare, mărimea de măsurat este singura care apare din exterior.

Datorită rolului lor, adaptoarele cuprind o serie de elemente comune care nu depind de mărimea de măsurat, spre deosebire de elementele sensibile, care sînt specifice și care diferă de la un aparat la altul, în funcție de mărimea măsurată.

● **Elemente auxiliare.** Cea mai mare parte dintre aparatele de măsurat sau traductoarele uzuale, indiferent de complexitate, de destinație sau de forma constructivă pot fi reduse la această structură funcțională simplă, constituită din elementul sensibil și adaptorul. Uneori însă, particularități legate de aspecte tehnologice sau economice impun prezența în plus a unor elemente auxiliare. Astfel sînt cazuri, de exemplu la măsurarea temperaturilor ridicate etc., cînd elementul sensibil nu poate fi plasat în aceeași unitate con-



structivă cu adaptorul. În asemenea situații, apare necesitatea unor *elemente de legătură* pentru transmiterea semnalului furnizat de elementul sensibil către adaptor, cu o pondere și o însemnătate mai mari decât la un aparat obișnuit și care necesită evidențierea lor ca elemente componente. În general, elementele de transmisie realizează conexiuni electrice, mecanice sau de altă natură. Dacă mărimea dată de elementul sensibil este nepotrivită pentru transmisie, aparatul de măsurat va cuprinde în structura sa și *componente de conversie a semnalului* potrivit cerințelor impuse de canalele de transmisie. Tot în această categorie de elemente auxiliare se încadrează *sursele de energie* folosite în aparatele de măsurat și traductoare. Transformările care au loc atât în elementul sensibil, cât și în adaptor, implică transferuri de energie. Chiar dacă principial acestea s-ar putea face pe seama energiei asociate mărimii de măsurat, din punct de vedere practic apar dificultăți de obținere corectă și sub o formă convenabilă a valorii, astfel încât în mod frecvent se recurge la introducerea surselor de alimentare cu energie auxiliară. De cele mai multe ori transformările care au loc se fac prin modularea de către mărimea de măsurat a unui semnal „energetic” furnizat de aceste surse. Cu precizările de mai sus, structura generală a unui aparat de măsurat sau a unui traductor poate fi reprezentată sintetic prin schema funcțională din figura 1.3.

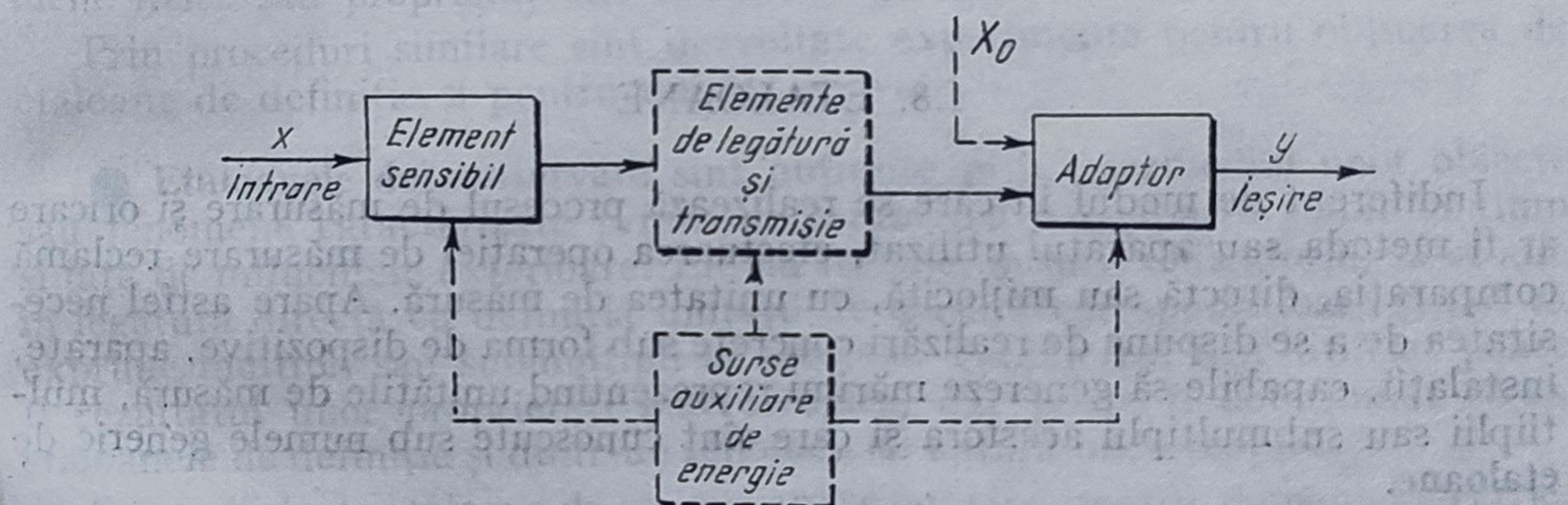


Fig. 1.3. Structura tipică a unui aparat de măsurat sau a unui traductor:

$X$  — mărimea de măsurat;  $Y$  — mărimea perceptibilă, respectiv semnalul de ieșire din traductor;  $X_0$  — mărimea de referință (etalon).

Structura și schema prezentată corespund aparatelor destinate măsurărilor directe, cele mai frecvent utilizate. Ea are caracterul de model destinat evidențierii elementelor funcționale tipice, prin intermediul cărora se realizează procesul de măsurare.

În funcție de performanțele care sînt impuse, de destinația și condițiile de utilizare (în industrie sau laborator), măsurări la distanță sau în zone cu grad înalt de periculozitate, de necesitatea prezentării rezultatelor sub o formă accesibilă prelucrării pe calculatoare și dispozitive de automatizare, unele aparate de măsurat actuale pot căpăta o mare complexitate care le face să apară cu totul diferite față de imaginea clasică a aparatelor cu ac indicator. În asemenea cazuri, care conduc la reprezentări schematice de forma celei din figura 1.4, devine mai potrivită denumirea de **instalație** (sistem, echipament, lanț) de măsurare.

În schema din figura 1.4, deși sînt evidențiate un număr mai mare de elemente pentru a sublinia noțiunea de *instalație de măsurare*, ele pot fi grupate din punct de vedere funcțional, astfel încât se ajunge în ultimă instanță tot la schema din figura 1.3.



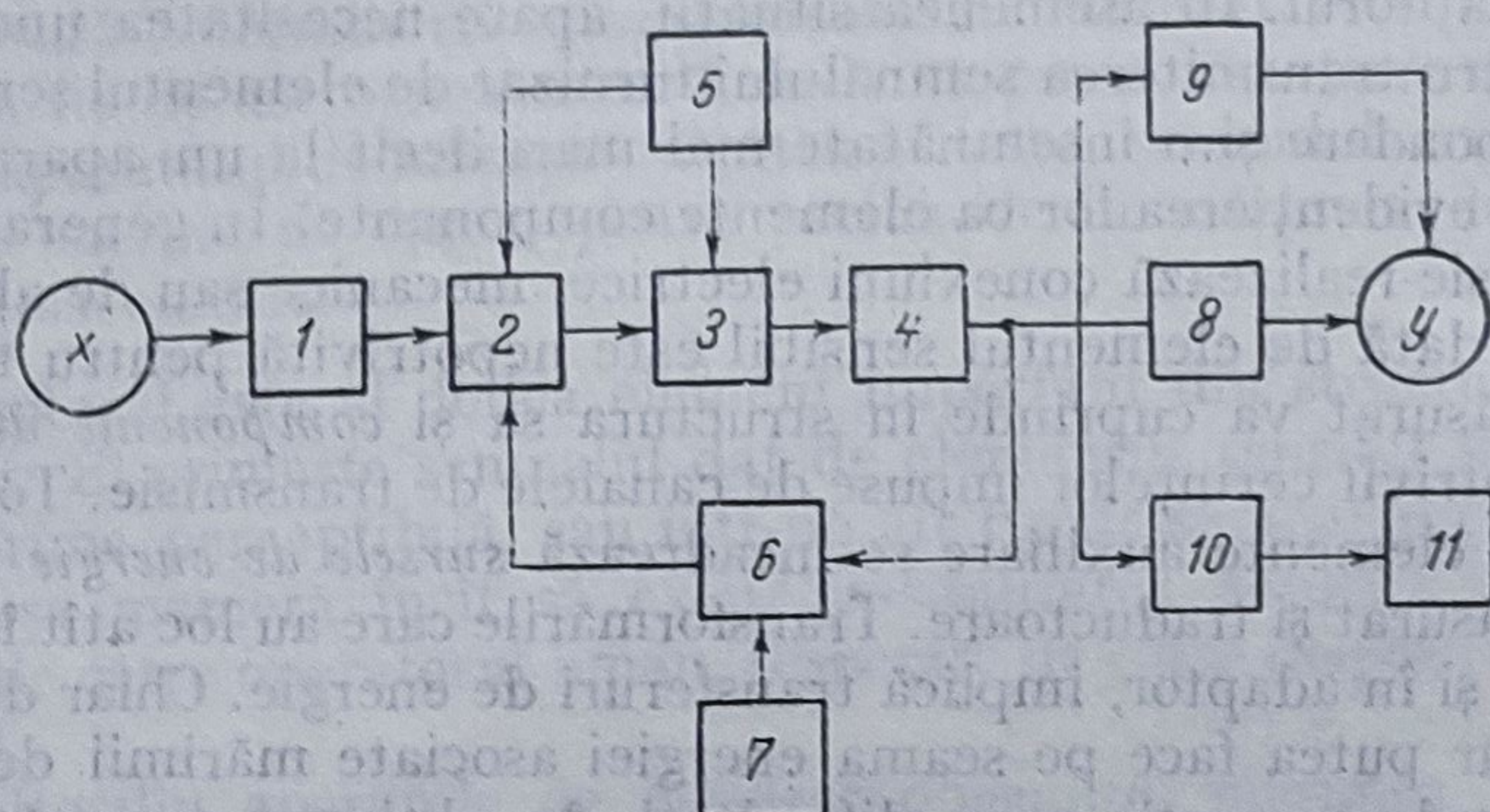


Fig. 1.4. Schema unei instalații de măsurare:

- $X$  — mărimea de măsurat;  $Y$  — mărimea reprezentând rezultatul măsurării;  
 1 — elementul sensibil; 2 — dispozitiv de comparație; 3 — amplificator;  
 4 — formator de semnal (filtru); 5 — sursă de alimentare; 6 — dispozitiv  
 de generare a mărimii de comparație; 7 — dispozitiv pentru calibrare;  
 8 — dispozitiv indicator; 9 — dispozitiv înregistrator; 10 — codificator;  
 11 — echipament pentru transmitere la distanță.

## 1.8. ETALOANE

Indiferent de modul în care se realizează procesul de măsurare și oricare ar fi metoda sau aparatul utilizat, efectuarea operației de măsurare reclamă comparația, directă sau mijlocită, cu unitatea de măsură. Apare astfel necesitatea de a se dispune de realizări concrete sub forma de dispozitive, aparate, instalații, capabile să genereze mărimi reprezentând unitățile de măsură, multiplii sau submultiplii acestora și care sînt cunoscute sub numele generic de **etaloane**.

Etaloanele sînt menite totodată să asigure unitatea și conformitatea măsurărilor, în orice loc și în orice moment, ceea ce impune condiții severe asupra realizării lor, atît în privința valorilor absolute, cît și referitor la stabilitatea în timp și spațiu a acestora. Ele prezintă o importanță deosebită pentru măsurări, principalul indicator de performanță (precizia) depinzînd într-un înalt grad tocmai de existența unor etaloane de calitate.

Necesitățile practice au determinat elaborarea de sisteme de etaloane corespunzătoare îndeplinirii următoarelor funcțiuni:

- furnizarea principalelor unități de măsură în conformitate cu definițiile lor;
- conservarea acestor unități de măsură (a multiplilor sau submultiplilor), în cadrul laboratoarelor metrologice;
- utilizarea lor pentru corelarea între ele a diverselor unități, derivarea altora, efectuarea operațiilor denumite *etalonări* asupra aparaturii de măsurare în faza de construcție și în exploatare.

Potrivit celor trei destinații sus-menționate se disting trei categorii de etaloane:

- etaloane de definiție;
- etaloane de conservare;
- etaloane de transfer.



● **Etaloanele de definiție** sînt cele care materializează practic — de regulă printr-un experiment — definiția unei anumite unități de măsură. Experimentul trebuie conceput astfel încît unitatea respectivă să rezulte numai în raport de acele mărimi care intervin în relația de definiție.

Inițial, etaloanele în cadrul Sistemului Metric au fost realizate sub forma de prototipuri din materiale care să asigure o cît mai bună stabilitate. Descoperirile ulterioare din fizică, în special din fizica atomică, au relevat posibilități de utilizare a unor fenomene microscopice, care conduc la valori ce pot fi determinate cu mare finețe și sînt foarte stabile și reproductibile. Ele permit atît definirea mult mai precisă a unităților de lungime și timp, precum și realizarea etaloanelor de definiție corespunzătoare.

Astfel, pentru obținerea etalonului de lungime definit pe baza lungimii de undă a radiației atomului de kripton 86 se utilizează lămpi cu descărcare cu catod cald, conținînd kripton 86 cu puritate 99 %, iar pentru etalonul de timp exprimat în raport de perioada radiației atomului de cesiu 133 sînt folosite aparate cu jet atomic de cesiu în vid, cu cavități rezonante.

În mod asemănător și pentru celelalte unități fundamentale, în afara celei de masă (kg), singura care a rămas cu etalonul reprezentat sub formă de prototip, etaloanele de definiție se realizează prin raportarea la anumite fenomene fizice sau proprietăți ale materiei reproductibile cu mare precizie.

Prin proceduri similare sînt dezvoltate experimente pentru obținerea de etaloane de definiție și pentru unități derivate.

● **Etaloanele de conservare** sînt obținute prin intermediul unor obiecte sau fenomene caracterizate printr-un parametru fizic foarte stabil în timp și față de influențele exterioare. Ele nu trebuie, în mod obligatoriu, să se afle în legătură directă cu definiția unității de măsură corespunzătoare și pot să exprime multipli sau submultipli ai acesteia. Parametrul fizic utilizat poate fi rezultatul unor proprietăți macroscopice, dar poate fi determinat ca la etaloanele de definiție și dintr-un fenomen de natură microscopică.

Ca exemple de etaloane de conservare se pot cita, pentru domeniul electric, etaloanele de tensiune, de rezistență, de capacitate, de inductivitate.

● **Etaloanele de transfer** sînt cele care servesc la etalonarea diverselor tipuri de aparate de măsurat sau traductoare pentru domenii largi de variație ale mărimilor de măsurat. Ele sînt de obicei aparate de măsurat de tipuri și execuții speciale și care asigură o bună calitate a măsurării. Se pot deosebi următoarele categorii de etaloane de transfer:

— pentru un același tip de mărime, în scopul trecerii de la un domeniu de valori la altul, pentru care se dispune de etaloane de conservare (*transfer adimensional*);

— pentru transfer de la un anumit tip de mărime la alt tip, cu același scop al disponibilității de etaloane de conservare (*transfer dimensional*).

Ca exemple din prima categorie pot fi menționate dispozitivele rezistive de raport, de mare precizie, utilizate în cadrul compensatoarelor de c.c. pentru măsurarea tensiunilor electrice continui.

Cele din cea de a doua categorie sînt dispozitive sau aparate, mai mult sau mai puțin complexe, care permit măsurarea indirectă a unei mărimi în raport de altele, măsurate direct sau avînd valori fixe cunoscute (de exemplu șuntul, care permite determinarea unui curent electric prin măsurarea tensiunii la borne și a rezistenței).



## 1.9. METODE DE MĂSURARE

Prin **metodă de măsurare** se înțelege *ansamblul de principii și mijloace pe care se bazează efectuarea unei măsurări cu scopul ca rezultatul obținut să reprezinte cât mai corect valoarea mărimii măsurate și să satisfacă cerințele de utilizare.*

Metodele de măsurare cuprind deci o problemă largă, legată de aspectele constructiv-funcționale ale aparatelor de măsurat și traductoarelor, de alegerea și folosirea etaloanelor, de asigurarea condițiilor de experimentare, adecvate obținerii performanțelor optime.

Varietatea mărimilor de măsurat, mijloacele și scopurile diverse în care sînt făcute măsurările, au condus la elaborarea unei mari diversități de metode de măsurare, ce pot fi clasificate din diferite puncte de vedere și, la rîndul lor, constituie criterii de grupare ale diferitelor categorii de măsurări.

Operația de comparație cu unitatea fiind esențială în procesul de măsurare, modalitatea de realizare a acestei operații reprezintă principalul criteriu de clasificare a metodelor de măsurare. Din acest punct de vedere, o primă împărțire este aceea în *metode directe și metode indirecte.*

### 1.9.1. Metode directe de măsurare

**Metodele directe** se caracterizează prin aceea că valoarea mărimii măsurate se exprimă nemijlocit ca rezultat al comparației cu un etalon aparținînd aceleiași clase, fără a recurge la relații în funcție de mărimi de altă natură fizică. În general aceste metode se aplică mărimilor extensive.

Metodele directe se pot divide la rîndul lor în următoarele categorii:

- prin comparație simultană;
- prin comparație succesivă.

● **Metodele prin comparație simultană** se disting prin aceea că în procesul de măsurare intervine în același timp cu mărimea de măsurat și mărimea de comparație (etalonul) aparținînd aceleiași clase.

Măsurandul poate fi comparat fie cu un etalon de valoare egală sau apropiată, fie cu un etalon de valoare diferită. Rezultă astfel subdiviziunile denumite *comparație 1 : 1*, respectiv *comparație 1 : n*.

**Comparația 1 : 1** se poate efectua *direct* sau prin intermediul unui *aparat de tip comparator*.

*Comparația 1 : 1 directă* se realizează prin metoda diferențială și prin metoda de zero:

— *metoda diferențială* conține în măsurarea directă, cu un aparat de măsurat adecvat a diferenței  $\Delta$  dintre măsurandul  $X$  și o mărime de referință  $X_0$  de valoare apropiată. Rezultatul este de forma  $X = X_0 + \Delta$ . Dacă diferența  $\Delta$  este mică, eroarea dependentă de aparat devine practic neglijabilă și incertitudinea rezultatului este egală cu cea a referinței;

— *metoda de zero* reprezintă cazul particular al metodei diferențiale, în care se dispune de un etalon de valoare egală cu mărimea de măsurat. În acest caz, aparatul utilizat are rolul unui indicator de nul.

Metoda diferențială și metoda de zero se înscriu printre cele mai precise metode de măsurare, deoarece la aceste metode influența aparatelor de măsurat este minimă, precizia rezultatului depinzînd numai de cea a etaloanelor. Ele au însă dezavantajul că necesită etaloane de valoare apropiată sau egală



cu mărimea de măsurat, respectiv etaloane variabile prin care să se poată obține asemenea condiții.

Aceste metode se aplică în cazurile în care combinarea diferențială a celor două mărimi  $X$  și  $X_0$  este posibilă nemijlocit prin însăși natura lor, ele implicând un aparat de măsurat numai pentru indicarea (sau numai sesizarea) diferenței, ca și cum aceasta ar reprezenta o singură mărime de sine stătătoare. Date fiind valorile  $\Delta$  mici care trebuie măsurate la metoda diferențială, precum și necesitatea detectării anulării acestor diferențe în cazul metodei de nul, aparatele utilizate sînt de mare sensibilitate.

Trebuie observat că o combinare diferențială în sensul menționat o permit numai mărimile care au polaritate (pot fi atît pozitive, cît și negative), cum sînt de exemplu: forța, presiunea, tensiunea electrică etc. În schimb, nu se pot măsura prin metoda diferențială mărimi care sînt numai pozitive, de exemplu masa, rezistența electrică etc. Pentru a măsura diferențial astfel de mărimi sînt necesare dispozitive suplimentare, care să facă posibilă (să mijlocească) comparația diferențială, respectiv un aparat numit comparator.

*Comparația 1 : 1 cu aparat comparator* se realizează în trei variante (metoda comparației simple, metoda substituției și metoda permutării):

— *metoda comparației simple* constă în compararea măsurandului cu referința  $X_0$ , rezultatul exprimîndu-se printr-o relație de forma  $X = KX_0$ , unde  $K$  este o constantă introdusă de aparatul comparator și care se dorește a fi egală sau cît mai apropiată de unitate;

— *metoda substituției*, numită și *metoda efectelor egale*, elimină (reduce considerabil) eroarea introdusă de comparator printr-o măsurare dublă. Măsurandul și etalonul sînt comparate pe rînd cu o mărime auxiliară  $X_1$  (tară), care nu trebuie cunoscută cu precizie ridicată, dar este necesar să fie stabilă pe durata măsurării. Din relațiile  $X = KX_1$  și  $X_0 = KX_1$ , rezultă  $X = X_0$  și astfel rezultatul nu depinde de aparatul comparator (erorile acestuia apar în același mod în ambele măsurări și se compensează);

— *metoda permutării* reprezintă o altă posibilitate de eliminare a erorii, prin același procedeu al dublei măsurări. La prima măsurare mărimile se aplică comparatorului corespunzător comparației lui  $X$  cu referința  $X_0$  și apoi, la cea de a doua măsurare, se intervertesc între ele. Pe baza relațiilor  $X = KX_0$  și  $X_0 = KX$  unde  $X_0$  și  $X'$  sînt cele două valori de referință necesare, se deduce  $X = \sqrt{X_0 X'_0}$ , în care nu intervine factorul  $K$ .

Este de remarcat faptul că și în aplicarea acestor metode trebuie să se dispună de etaloane variabile. De asemenea, pentru sesizarea îndeplinirii condițiilor de forma  $X = KX_0$  este necesar un aparat de măsurat, care, de regulă, este un indicator de nul similar ca la metoda de zero.

Sînt și unele situații particulare în cazul metodei substituției, cînd indicația aparatului de măsurat poate fi o diferență (o valoare diferită de zero) fixă, aceeași atît la aplicarea măsurandului  $X$ , cît și a etalonului  $X_0$ .

Deși la metodele substituției și permutării măsurarea se face în două etape, ele se încadrează în categoria comparației simultane, întrucît în procesul de măsurare sînt prezente concomitent două mărimi de aceeași natură.

*Comparația 1 : n*, adică măsurarea în raport cu un etalon de valoare diferită, se poate face prin *metoda de adăugare*, sau prin *metoda de raport*.

*Metoda de adăugare* se bazează pe utilizarea de etaloane care au proprietatea de concatenare aditivă astfel ca suma valorilor lor să fie egală cu aceea a mărimii de măsurat. În acest mod, măsurarea se reduce la o comparație 1 : 1.



*Metoda de raport* implică existența unui „dispozitiv de raport”, care permite compararea mărimii de măsurat cu o fracțiune din cea etalon (sau invers). Exemple cunoscute sînt: balanța cu brațe neegale, divizorul de tensiune rezistiv, inductiv sau capacitiv.

Relația de bază pentru această metodă este  $X = K'X_0$ , unde  $K'$  este factorul de raport al dispozitivului de comparație, care este, în acest caz, diferit de unitate și poate varia în limite largi. Valorile factorului  $K'$  trebuie cunoscute cu precizie egală sau apropiată de cea a etalonului, pentru a asigura precizia ridicată a metodei.

Avantajul esențial al acestei metode — posibilitatea efectuării de măsurări într-un domeniu extins, utilizînd un singur etalon de valoare fixă — face ca ea să aibă o mare aplicabilitate.

Îndeplinirea condiției de echilibru, exprimată de relațiile caracteristice, este sesizată asemănător ca la comparația 1 : 1 cu un aparat detector de nul.

O variantă a metodei adîinării o constituie *metoda indicației constante*, care constă nu în compararea directă a mărimii de măsurat cu cea de referință pe cale diferențială, ci într-o comparație indirectă ca urmare a unei operații de însumare a celor două. Însumînd cele două mărimi și aplicîndu-le unui aparat de măsurat, se modifică apoi referința pînă cînd la aparat se obține o indicație fixă, corespunzătoare unei valori bine precizate. Rezultatul se obține scăzînd din valoarea constantă indicată pe cea a etalonului.

Această metodă este dependentă de aparat, de corectitudinea indicației acestuia. Aplicarea ei este totuși preferabilă în situațiile în care aparatul de măsurat nu are sensibilitatea unui detector de nul, iar indicația sa pentru o valoare fixată, care poate fi mult diferită de zero, este afectată de erori reduse și asigură printr-o etalonare corespunzătoare o precizie comparabilă cu a referinței. Prin faptul că deviația este întotdeauna aceeași (constantă) aparatul se va afla într-o situație identică și precizia pe ansamblu se conservă.

● **Metodele prin comparație succesivă** sînt cele specifice aparatelor de măsurat uzuale (indicatoare) în care au loc una sau mai multe transformări ale mărimii de măsurat, conform unor relații de dependență explicite și complet determinate. Pe baza acestor relații și a unității adoptate, care împreună definesc scara de măsurare, se pot atribui numere diverselor valori ale mărimii perceptibile, care astfel reprezintă direct rezultatul măsurării.

Spre deosebire de metodele prin comparație simultană, la cele prin comparație succesivă etalonul de aceeași natură cu măsurandul nu apare ca o mărime exterioară aplicată aparatului concomitent cu mărimea de măsurat. Mărimea de referință a fost aplicată anterior operației de măsurare (la construcția și gradarea scării aparatului) și informația cu privire la efectele ei este reținută (memorată) de către anumite elemente componente ale aparatului. Această operație este denumită *calibrare* sau *etalonare*.

Odată stocată informația de calibrare, ea este utilizată pentru efectuarea comparației cu mărimea de măsurat ori de cîte ori aceasta este aplicată aparatului.

Astfel, în metoda comparației succesive comparația directă între măsurand și mărimea de referință este înlocuită cu o comparație simultană între două mărimi de altă natură, una în relație cu mărimea de măsurat și alta cu etalonul (prin memorarea acestuia ca urmare a operației de calibrare).

Metoda comparației succesive prezintă avantaje importante în ceea ce privește simplificarea operației de măsurare. Întrucît comparația se efectuează automat, operatorul nu trebuie să intervină în procesul măsurării, activi-



tatea sa rezumându-se la citirea corectă a aparatului și asigurarea condițiilor necesare de funcționare. Intervenția operatorului este însă necesară și efectivă în operația de calibrare.

Pe de altă parte, calitatea măsurărilor prin metoda comparației succesive este condiționată de aparatul de măsurat într-un grad mult mai ridicat decât la comparația simultană și, în general, precizia corespunzătoare acestei metode este inferioară celor anterioare. Totodată, aparatul de măsurat calibrat pentru un anumit domeniu are o utilizare limitată numai la valori ale măsurandului în domeniul respectiv.

Datorită avantajelor de operativitate, metoda comparației succesive este aplicată pe scară largă și cele mai multe aparate de măsurat indicatoare funcționează conform acestei metode.

În tabelul 1.1 este prezentată, cu scop recapitulativ, clasificarea metodelor directe de măsurare care au fost analizate.

Tabelul 1.1

Clasificarea metodelor directe de măsurare

Comparație simultană	Comparație 1 : 1	directă, cu etalon variabil	indicație diferențială indicație de zero
		prin aparat comparator cu etalon variabil	comparație simplă
			comparație prin substituție
	Comparație 1 : n	prin adăugare cu etalon variabil	comparație prin permutare
			directă, cu indicație de zero
		prin dispozitiv de raport variabil și etalon fix	indirectă, cu indicație constantă
Comparație succesivă	Comparație indirectă cu etalonul prin operația de calibrare (memorarea etalonului)	prin dispozitiv de raport variabil și etalon fix	indicație diferențială indicație de zero
		prin calibrare cu dispozitive mecanice prin calibrare cu dispozitive electrice	

De asemenea, pentru ilustrarea grafică a principiilor metodelor directe prin comparație simultană și succesivă, în figura 1.5, *a* și *b* sînt prezentate schemele celor două tipuri de măsurări.

După cum rezultă din figură, la comparația simultană transferul de informație se face în același timp de la etalon și de la măsurand, prin intermediul aparatului de măsurat, la operatorul uman, iar la comparația succesivă acest transfer se face în două etape, mai întâi pe calea etalon — aparat de măsurat — operator în cadrul operației de calibrare și ulterior pe calea măsurand — aparat de măsurat — operator în cadrul operației de măsurare propriu-zisă.



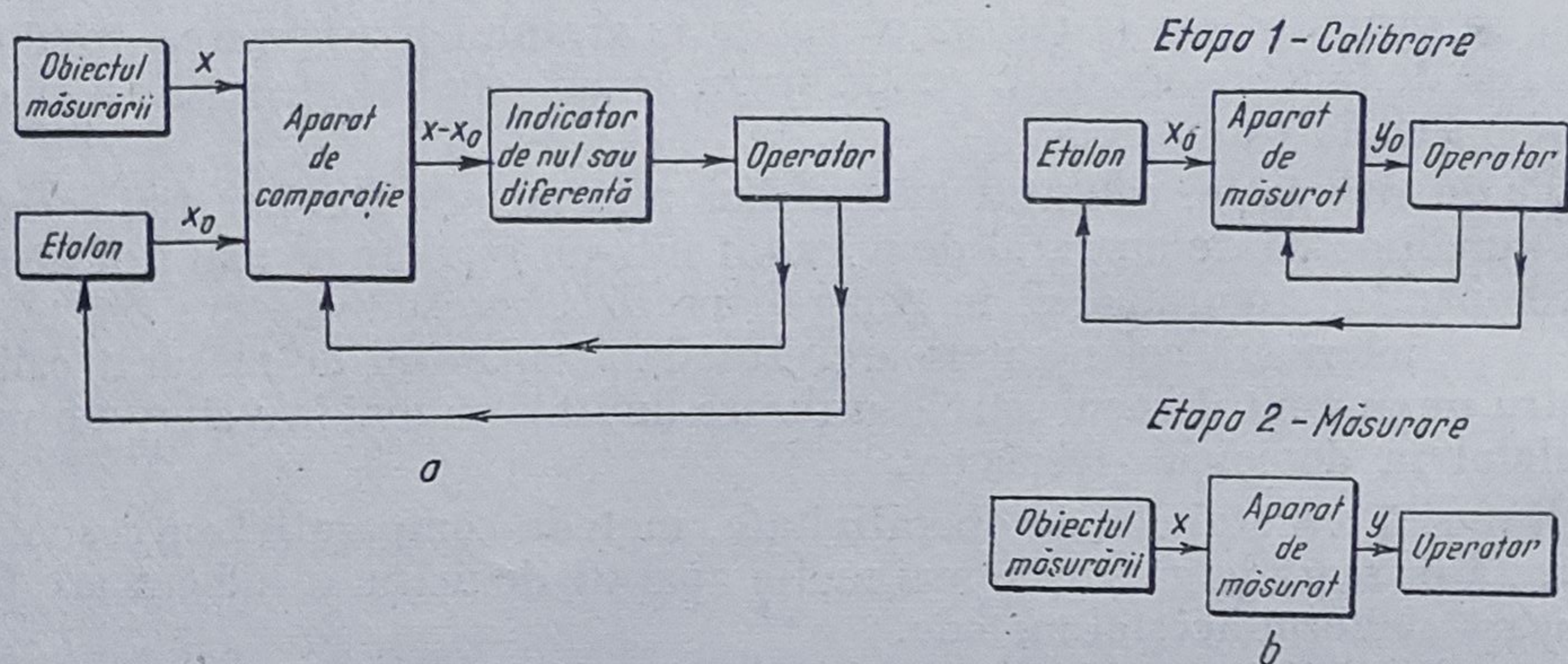


Fig. 1.5. Reprezentarea schematică a metodelor directe de măsurare:  
a — prin comparație simultană; b — prin comparație succesivă.

În aprecierea celor două categorii principale de metode, prin comparația simultană și prin comparație succesivă, se poate spune că metodele din prima categorie implică un proces de măsurare mai laborios, dar care conduce la rezultate mai precise decât metodele din categoria a doua, mai simplu de aplicat dar afectate de erori mai mari. În raport de aceste caracteristici, primele metode sînt specifice măsurărilor de laborator, iar cele din a doua categorie măsurărilor din industrie.

În cele expuse în cadrul acestui paragraf, pentru conciziune, s-au făcut referiri numai la măsurările efectuate de către un operator uman utilizînd aparate de măsurat. Aceleași metode pot fi utilizate și în instalațiile automate, pe baza principiilor respective fiind realizate diferite tipuri de traductoare.

### 1.9.2. Metode indirecte de măsurare

Metodele indirecte de măsurare se aplică acelor mărimi pentru care nu este posibilă, sau nu este realizabilă prin procedee practice avantajoase, comparația directă cu o mărime de referință aparținînd aceleiași clase. Ca urmare, pornind de la o relație de dependență, consecință a unor legi fizice între o astfel de mărime și alte mărimi direct măsurabile, măsurarea indirectă constă dintr-o serie de măsurări directe, urmate de operațiile de calcul corespunzătoare acestei relații.

Dacă măsurările directe se efectuează independent și după aceea rezultatele se introduc în calcule pe care operatorul le face manual, este evident că, în fond, măsurarea indirectă își pierde calitatea, reducîndu-se la mai multe măsurări directe. Există însă posibilitatea combinării operațiilor de măsurare directă și a celor de calcul, astfel încît să se realizeze concomitent (fără intervenția omului), de o manieră similară ca la metodele directe prin comparație succesivă. În acest mod, problema metodelor indirecte de măsurare are sens și ele pot fi considerate ca o categorie distinctă pentru care sînt elaborate scări de măsurare corespunzătoare.



Caracteristicile metodelor indirecte de măsurare sînt condiționate în primul rînd de forma relației de dependență pe care se bazează și care determină separarea lor în două grupe:

- metode indirecte bazate pe relații explicite;
- metode indirecte bazate pe relații implicite.

● **Metodele indirecte bazate pe relații explicite** sînt cele mai simple și mai ușor de aplicat datorită posibilităților realizării de aparate dotate cu elemente sensibile la mărimile ce se măsoară direct și cu elemente de calcul ce execută automat operațiile corespunzătoare relației care explicitează mărimea de măsurat în funcție de cele direct măsurabile. Un exemplu în acest sens îl constituie măsurarea puterii electrice cu wattmetrul, conform relației  $P = UI$ . Wattmetrul este un aparat care cuprinde două elemente sensibile, unul pentru tensiunea  $U$ , altul pentru curentul  $I$ , un dispozitiv electrodinamic care determină un cuplu activ proporțional cu produsul  $UI$  și apoi adaptorul, care permite citirea directă a valorii puterii.

Structura menționată are un caracter funcțional, din punct de vedere constructiv elementele respective nefiind neapărat distincte. Există însă wattmetre electronice în cadrul cărora blocul de calcul (multiplicatorul) are și o individualitate constructivă.

Comparația se face în cadrul adaptorului, după ce s-a efectuat operația de calcul, deci între o mărime reprezentînd rezultatul acesteia din urmă și o referință memorată ca urmare a calibrării efectuate în raport cu ambele mărimi  $U$  și  $I$ .

Schema funcțională (fără elemente auxiliare) a unui aparat sau traductor pentru măsurări indirecte pe baza unei relații explicite  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  este dată în figura 1.6.

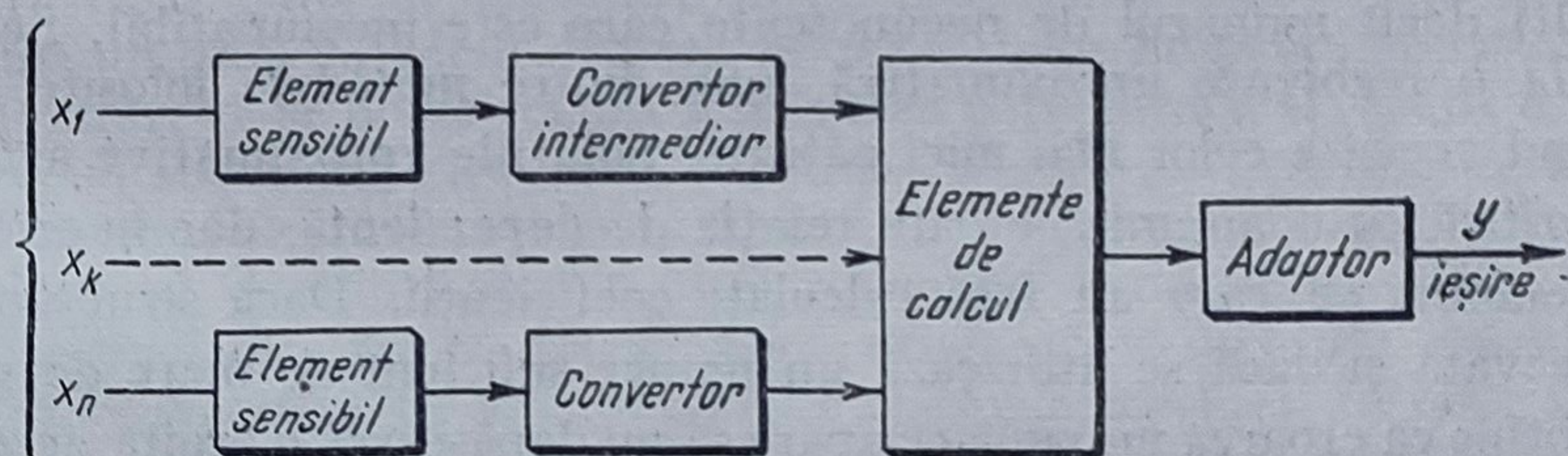


Fig. 1.6. Schema funcțională a unui aparat sau traductor pentru măsurări indirecte, bazate pe relații explicite:  
 $X_1, \dots, X_n$  — mărimi direct măsurabile;  $Y$  — mărimea care reprezintă rezultatul măsurării.

Precizia unei măsurări indirecte explicite depinde de precizia măsurărilor directe pe care le include, precum și de aceea a elementului de calcul. Datorită posibilităților de cumulare a erorilor, precizia măsurărilor indirecte este uneori mai redusă decât a celor directe.

● **Metodele indirecte bazate pe relații implicite** diferă de cele precedente prin aceea că valoarea mărimii care constituie obiectul măsurării nu poate fi exprimată direct în raport de cîte o singură valoare a mărimilor direct măsurabile.

Un exemplu îl poate constitui evaluarea coeficienților de variație cu temperatura a unei rezistențe electrice, conform relației:

$$R_\theta = R_{\theta_0} [1 + \alpha(\theta - \theta_0) + \beta(\theta - \theta_0)^2 + \gamma(\theta - \theta_0)^3]. \quad (1.28)$$



Problema care se pune este aceea a determinării coeficienților  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  care intervin sub o formă implicită în relația rezistenței  $R_0$ . Etapele necesare pentru obținerea rezultatului ar putea părea similare ca la metodele indirecte bazate pe relații explicite: măsurarea directă a temperaturii și rezistenței, introducerea în relație și deducerea coeficienților. Diferențele constau însă, în faptul că sînt necesare mai multe valori ale mărimilor direct măsurabile deci o succesiune de măsurări directe ale căror rezultate sînt utilizate în operațiile de calcul care urmează.

Efectuarea unui set de măsurări, memorarea unui număr de valori și, mai ales, prelucrarea lor prin metode laborioase de calcul nu mai este posibil să se realizeze concomitent, cu aparate relativ simple, ca la metodele indirecte anterioare.

În asemenea cazuri este necesară fie intervenția directă a operatorului uman, fie utilizarea de sisteme de automatizare și de calcul programabile, alcătuiind instalații complexe de măsurare.

Pentru determinarea coeficienților în exemplul considerat s-ar părea că sînt necesare trei măsurări ale rezistenței  $R_0$  la trei temperaturi diferite, cu care să se realizeze un sistem de trei ecuații prin rezolvarea căruia rezultă  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$ . O astfel de tratare a problemei ar conduce la soluții valabile numai pentru cele trei temperaturi, sau într-o gamă restrînsă, ori interesează ca relația să fie adevărată pentru o gamă largă de variații ale lui  $\theta$ . Obținerea unor soluții corecte implică efectuarea unui număr mare de măsurări în întreg domeniul pentru care se urmărește valabilitatea relației, astfel încît să se înglobeze o cantitate cît mai mare de informație privind caracterul dependenței  $R(\theta)$ .

Aceasta conduce la formarea unui sistem cu un număr de ecuații mai mare (cu mult) decît numărul de necunoscute, care este incompatibil. Se recurge atunci la o rezolvare aproximativă, una dintre metodele folosite în acest scop fiind aceea a celor mai mici pătrate. Soluțiile aproximative astfel obținute verifică cu o anumită eroare relația de dependență, dar în orice punct al domeniului pe care au fost calculați coeficienții. Dacă structura relației este adecvată și dacă se utilizează un număr suficient de mare de valori se poate obține ca eroarea maximă ce apare să nu depășească o limită acceptabilă. Astfel, precizia metodelor indirecte bazate pe relații implicite depinde de precizia măsurărilor directe, dar și de partea de calcul unde intervin adesea aproximații. De asemenea asigurarea constanței condițiilor în care se fac măsurările constituie o problemă ce trebuie tratată cu atenție.

După cum se vede, în cadrul acestor metode intervin operații complicate de calcul care fac apel la domenii de vîrf ale matematicilor aplicate, cum sînt teoria estimației, teoria modelelor, teoria calculelor aproximative etc., partea de calcul ocupînd un loc mult mai important decît procesul experimental de măsurare așa cum a fost prezentat la măsurările directe.

În ultimii ani, prin dezvoltarea atît a unor aspecte teoretice privind modelele matematice cît și prin progresele tehnologice în domeniul calculatoarelor, metodele indirecte implicite au început să capete o utilizare tot mai largă și au apărut și echipamente și instalații complexe de măsurare și calcul care facilitează aplicarea lor.



## 1.10. CATEGORII DE MĂSURĂRI

Metodele de măsurare constituie ele însele criterii care definesc categorii de măsurări. Există însă multe alte elemente ce diversifică măsurările și care pot fi legate de mărimile măsurate, de particularități ale procesului de măsurare, de obținerea rezultatului măsurării, de performanțele care se obțin, de domeniile de aplicație etc. Dintre acestea, mai importante pentru o clasificare principală a măsurărilor apar următoarele trei:

- *regimul de variație al mărimilor de măsurat*, care conduce la împărțirea în: **măsurări statice**, **măsurări dinamice** și **măsurări statistice**;

- *modul în care este obținut și prezentat rezultatul măsurării*, care permite separarea în: **măsurări analogice** și **măsurări dinamice**;

- *specificul unor domenii largi de aplicare, determinat de condițiile pe care le oferă și performanțele care le solicită*, determină gruparea în: **măsurări de laborator** și **măsurări industriale**.

### 1.10.1. Măsurări statice

Măsurările statice se referă la determinarea valorilor unor mărimi în regimul în care acestea au o valoare constantă în intervalul de timp în care se efectuează măsurarea. Matematic, aceasta se exprimă prin condiția ca toate derivatele mărimii de măsurat în raport cu timpul să fie nule în intervalul considerat.

Pentru ca o astfel de măsurare să fie posibilă, regimul static trebuie să se mențină un timp suficient de lung, astfel ca toate etapele impuse de operația de măsurare să se poată realiza și mărimea perceptibilă să se afle de asemenea în regim static pentru a reda valoarea constantă a mărimii de măsurat. În cazul unei măsurări bazate pe utilizarea unui aparat indicator, aceste intervale trebuie să fie superioare duratei regimului tranzitoriu, adică timpului necesar trecerii din starea de echilibru existentă în absența măsurandului în noua stare de echilibru determinată de acțiunea acestuia. În plus, mărimea perceptibilă trebuie menținută constantă încă un timp necesar asimilării valorii de către operator.

Rezultă deci că măsurările statice se întâlnesc în toate situațiile în care valoarea trebuie obținută de operator în momentul în care se efectuează măsurarea, în mod nemijlocit în funcție de indicația aparatului utilizat, fără a recurge la elemente de memorie. Măsurările statice sînt cele mai frecvente întrucît, deși nu se poate vorbi de mărimi invariabile în timp în mod absolut (pe timp îndelungat), un număr mare de mărimi fizice sînt caracterizate de regimuri staționare în limite de timp care permit aprecierea valorii corespunzătoare acestui regim de către un operator uman. Aceste regimuri prezintă și interes practic, întrucît se are în vedere adesea stabilirea și menținerea unor valori constante adecvate unui anumit criteriu tehnic, economic, biologic etc.

În aceeași categorie intră și măsurile cvasistatice, care se aplică unor mărimi ce variază lent în timp, astfel încît operatorul poate urmări indicațiile aparatului de măsurat. Viteza de variație trebuie să fie suficient de lentă, în raport cu regimul tranzitoriu al aparatului, astfel ca acesta să poată ajunge în echilibru corespunzător valorilor luate de mărimea de măsurat.



Datorită condițiilor în care se efectuează, metodele utilizate pentru măsurări statice și cvasistatice se caracterizează îndeosebi prin obținerea unei precizii ridicate și mai puțin prin viteza cu care se desfășoară procesul de măsurare.

Aceleași considerații de mai sus sînt valabile și în cazul traductoarelor destinate măsurărilor statice sau cvasistatice.

### 1.10.2. Măsurări dinamice

Măsurările dinamice sînt acelea care trebuie efectuate asupra unor mărimi care prezintă variații rapide în timp, astfel încît nu este posibilă deducerea valorii pe baza unei mărimi, în sine perceptibilă, dar care ar varia tot atît de rapid ca mărimea de măsurat. Ca urmare, măsurările dinamice se realizează cu ajutorul unor elemente de memorare capabile să rețină valorile mărimii rapid variabile într-un interval de timp dat și să le redea prin imagini statice.

Metodele aplicate în măsurările dinamice depind de modul și de viteza de variație a mărimilor respective. După forma de variație, mărimile se pot clasifica în *deterministe* și *aleatoare*.

O **mărimă deterministă** este aceea a cărei evoluție în timp este previzibilă. Ea se poate exprima printr-o funcție de timp, continuă sau discontinuă, care permite cunoașterea respectivei evoluții în orice moment.

Această funcție de timp uneori poate fi cunoscută principial din anumite legi fizice, dar determinarea completă se face prin măsurări asupra mărimii considerate. Reprezentarea evoluției mărimilor deterministe prin astfel de funcții include aproximații pe baza unor criterii de eroare satisfăcătoare pentru scopurile urmărite.

Spre deosebire de mărimile deterministe, **mărimile aleatoare** prezintă variații neprevizibile și valorile pe care le iau în realizările la diverse momente de timp sînt întîmplătoare. Aceste mărimi nu pot fi caracterizate decît în sens probabilistic cu ajutorul metodelor statistice.

În ceea ce privește mărimile deterministe, acestea se împart la rîndul lor în *periodice* și *a-periodice*.

● **Mărimile periodice** au proprietatea că valorile pe care le iau la anumite momente se repetă după intervale egale de timp. Astfel, pentru o mărime periodică valoarea instantanee  $x(t)$  satisface relația:

$$x(t) = x(t + T), \quad (1.29)$$

unde  $T$  este *perioada*. Perioada  $T$ , sau *frecvența*  $f = \frac{1}{T}$  sînt parametri fundamentali pentru caracterizarea mărimilor periodice.

Pentru descrierea matematică a unei mărimi periodice  $x(t)$ , ea poate fi considerată ca suma între o componentă constantă definită ca *valoare medie*  $m_x$ :

$$m_x = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt, \quad (1.30)$$

și o *componentă alternativă*  $x^T(t)$ , de valoare medie nulă, care se reprezintă printr-o serie Fourier sub formă trigonometrică:

$$x^T(t) = \sum_{k=1}^n X_k \sin(k\omega t + \varphi_k). \quad (1.31)$$



Termenul pentru  $k = 1$  reprezintă *fundamentală* și aceasta, prin pulsația  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , definește perioada  $T$ . Ceilalți termeni sînt denumiți *armonice*.

Valoarea medie se poate include în sumă, dacă aceasta se face de la  $k = 0$ .

Mărimile periodice pot fi deci complet determinate dacă sînt cunoscute: valoarea medie, perioada, numărul, valorile maxime și fazele armonicelor. Adesea, o astfel de reprezentare este aproximativă și gradul de aproximare este cu atît mai bun cu cît se ia un număr mai mare de termeni în sumă (valorile armonicelor superioare devin neglijabile).

Un alt parametru utilizat pentru caracterizarea mărimilor periodice este *valoarea eficace*  $X_{ef}$  definită prin relația:

$$X_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt = m_x^2 + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [x^T(t)]^2 dt. \quad (1.32)$$

Valoarea eficace permite o apreciere a puterii asociate mărimii respective.

Deducerea parametrilor care definesc relațiile ce exprimă evoluția mărimilor periodice se poate face cunoscînd diversele valori pe care mărimea le ia în decurs de o perioadă. În acest scop se folosesc metode și aparate avînd o *viteză de răspuns* ridicată, pentru a putea reacționa la variații rapide și elemente de memorare sub formă continuă sau discretă a valorilor măsurate. Acestea sînt asociate cu dispozitive care redau, simultan cu efectuarea măsurării, sau, ulterior la cerere, valorile respective. Dintre aparatele îndeplinind asemenea funcțiuni este tipic osciloscopul catodic, dar au fost dezvoltate și numeroase aparate înregistratoare rapide.

Anumiți parametri, presupunînd că rămîn constanți pe o durată convenabilă, pot fi determinați prin metode corespunzătoare măsurărilor statice. Așa de exemplu valoarea medie sau valoarea eficace ale tensiunii și curentului electric alternativ se pot măsura cu aparate similare celor ce măsoară tensiuni și curenți continui. Aceasta se bazează pe proprietatea unor asemenea aparate de a integra acțiunile exercitate de mărimea de măsurat și de a da indicații dependente de valoarea sa medie sau a pătratului acesteia. De asemenea, perioada sau frecvența (fundamentalei) se pot obține cu aparate care permit indicarea directă a valorii lor. Toate acestea asigură obținerea unor informații parțiale asupra mărimii periodice, dar care, în anumite situații, pot fi satisfăcătoare.

Totuși descrierea completă a mărimii periodice prin intermediul relațiilor de tipul (1.31) presupune integrarea tuturor valorilor pe care le ia mărimea respectivă în decurs de o perioadă. După cum este cunoscut din analiza Fourier, valorile armonicelor și fazele corespunzătoare se deduc din:

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos k\omega t dt; \quad (1.33)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \sin k\omega t dt; \quad (1.34)$$

$$X_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}; \quad (1.35)$$

$$\varphi_k = \arctg \frac{B_k}{A_k}. \quad (1.36)$$



Deoarece nu totdeauna este posibilă o măsurare și o integrare continuă, de multe ori se utilizează măsurări discontinue care furnizează un set finit de valori ale mărimii  $x(t)$  la momente discrete de timp, iar calculele se efectuează prin discretizarea integralelor (1.30), (1.32), (1.33), (1.34) și transformarea lor în sume. Potrivit unei teoreme, cunoscută sub denumirea de **teorema eșantionării (Shannon)**, *numărul minim de valori, uniform distribuite în intervalul de o perioadă, trebuie să fie mai mare sau cel puțin egal cu de două ori valoarea frecvenței corespunzătoare celei mai înalte armonice*. Numai în aceste condiții rezultatele obținute cu valori discrete reprezintă corect parametrii respectivi.

Este evident că efectuarea operațiilor pe care le implică expresiile de mai sus sînt complexe și depășesc cadrul unei măsurări uzuale. Există însă în prezent aparate, denumite *analizoare de frecvență* (sau *analizoare Fourier*), care realizează automat atît culegerea valorilor  $x(t)$ , cît și prelucrarea corespunzătoare a acestora.

În cazurile mai simple ale mărimilor pur sinusoidale este suficient să se cunoască valoarea maximă sau valoarea eficace și perioada, pentru a găsi expresia matematică a evoluției în timp. Faza este necesară numai atunci cînd intervin raporturi cu alte mărimi și de asemenea poate fi determinată prin metode statice, dacă se menține constantă.

● **Mărimile aperiodice** sînt lipsite de proprietatea (1.29). Ele evoluează în timp după legi predeterminate, dar valorile lor nu au un caracter periodic. Ca urmare, pentru descrierea matematică a variației lor în timp, este necesar să se cunoască valorile pe întreg intervalul pe care se definește mărimea respectivă, spre deosebire de cele periodice unde este de ajuns să se dispună de valorile pe o singură perioadă. Exemple de variații aperiodice curent întîlnite în tehnică sînt cele ce pot fi descrise de funcții rampă, parabolă, hiperbolă, exponențială etc. Ele pot fi foarte diferite și o caracterizare relativ unitară ca pentru cele periodice nu mai este posibilă. În afară de aceasta, nici unele facilități de obținere a unei imagini staționare bazată pe caracterul repetitiv, așa cum se întîmplă la osciloscopul catodic, nu se mai aplică mărimilor aperiodice. Rezultă astfel că determinarea evoluției mărimilor aperiodice se poate face numai utilizînd aparate adecvate, cu viteze de răspuns ridicate, capabile să măsoare și să înregistreze variații rapide și pe intervale lungi de timp. Măsurarea mărimilor aperiodice implică dificultăți sporite în comparație cu cele periodice. Metodele de măsurare statice se pot aplica în cazuri cu totul particulare mai simple (de exemplu, la o variație rampă, coeficientul unghiular fiind constant, se poate determina dintr-o măsurare statică a vitezei).

Trebuie precizat că în acest paragraf s-a făcut numai o succintă referire asupra reprezentării matematice a mărimilor deterministe, pentru a putea releva aspecte specifice măsurărilor dinamice. Problema este mult mai complexă și pentru o tratare mai detaliată trebuie să se facă apel la literatura de specialitate [18], [24], [25].

Măsurările dinamice prezintă o mare însemnătate pentru automatizări. Instalațiile automate trebuie să satisfacă performanțele impuse atît în regim staționar, cît și în regim tranzitoriu. Cu cît un proces automatizat este mai complex, în funcționarea sa poate să apară un număr mai mare de mărimi care nu pot fi stabilizate în totalitate și astfel sistemul automat respectiv este menținut într-un regim dinamic. De aici, rezultă în mod firesc necesitatea măsurărilor dinamice din care să se poată deduce, în timp util, informațiile



pe baza cărora sînt inițiate acțiunile corespunzătoare unei funcționări corecte (optimale) a procesului.

Traductoarele care intră în componența echipamentelor de automatizare sînt deci concepute și realizate astfel încît să asigure măsurarea în regim dinamic a mărimilor pentru care sînt destinate.

### 1.10.3. Măsurări statistice

Măsurările statistice se aplică mărimilor aleatoare. Mărimile aleatoare se caracterizează prin aceea că valorile obținute pe baza mai multor realizări experimentale sînt întîmplătoare și nu permit stabilirea unor relații prin intermediul cărora să rezulte o reproductibilitate în raport de condițiile de experimentare, așa cum se întîmplă în cazul mărimilor deterministe. Funcțiile ale căror valori corespund unei mărimi aleatoare pentru orice variație a variabilei independente se numesc *funcții aleatoare*. În cazul în care variabila independentă este timpul, funcția respectivă  $x(t)$  reprezintă ceea ce se numește un *proces aleator* sau *proces stochastic*. Totalitatea valorilor obținute pentru un proces aleator în cadrul unei experimentări constituie o anumită realizare  $x_n(t)$  a acestuia. Prin repetarea experimentărilor rezultă un ansamblu de realizări sau eșantioane  $x_n(t)$ , care descriu procesul aleator considerat și care pot fi de forma celor din figura 1.7.

Pentru un anumit moment  $t = t_k$ , procesul aleator  $x(t)$  este caracterizat de un ansamblu de valori  $x_n(t_k)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Aceasta arată că un proces aleator apare ca o funcție de două variabile:  $t$  care ia valori în domeniul timpului și  $n$  care ia valori în mulțimea eșantioanelor (între care nu se pot stabili relații de interdependență). Datorită acestei particularități nu se pot scrie relații matematice care să exprime evoluția în timp a proceselor aleatoare de o manieră similară celei pentru mărimile deterministe.

Măsurarea în mod individual a uneia sau alteia din valorile aparținînd unei anumite realizări a procesului aleator nu prezintă utilitate decît asociată cu probabilitatea de apariție a valorii respective.

Exprimarea unor caracteristici generale ale proceselor aleatoare se poate face deci numai în sens probabilistic, cu referire la toate valorile cuprinse în ansamblul de eșantioane aferent procesului considerat.

Pentru un proces aleator real, evaluarea acestor caracteristici este posibilă numai cu ajutorul măsurărilor statistice, al căror specific este tocmai de a integra un număr cît mai mare de valori ale realizărilor procesului.

Printre cele mai cunoscute caracteristici probabiliste ale unui

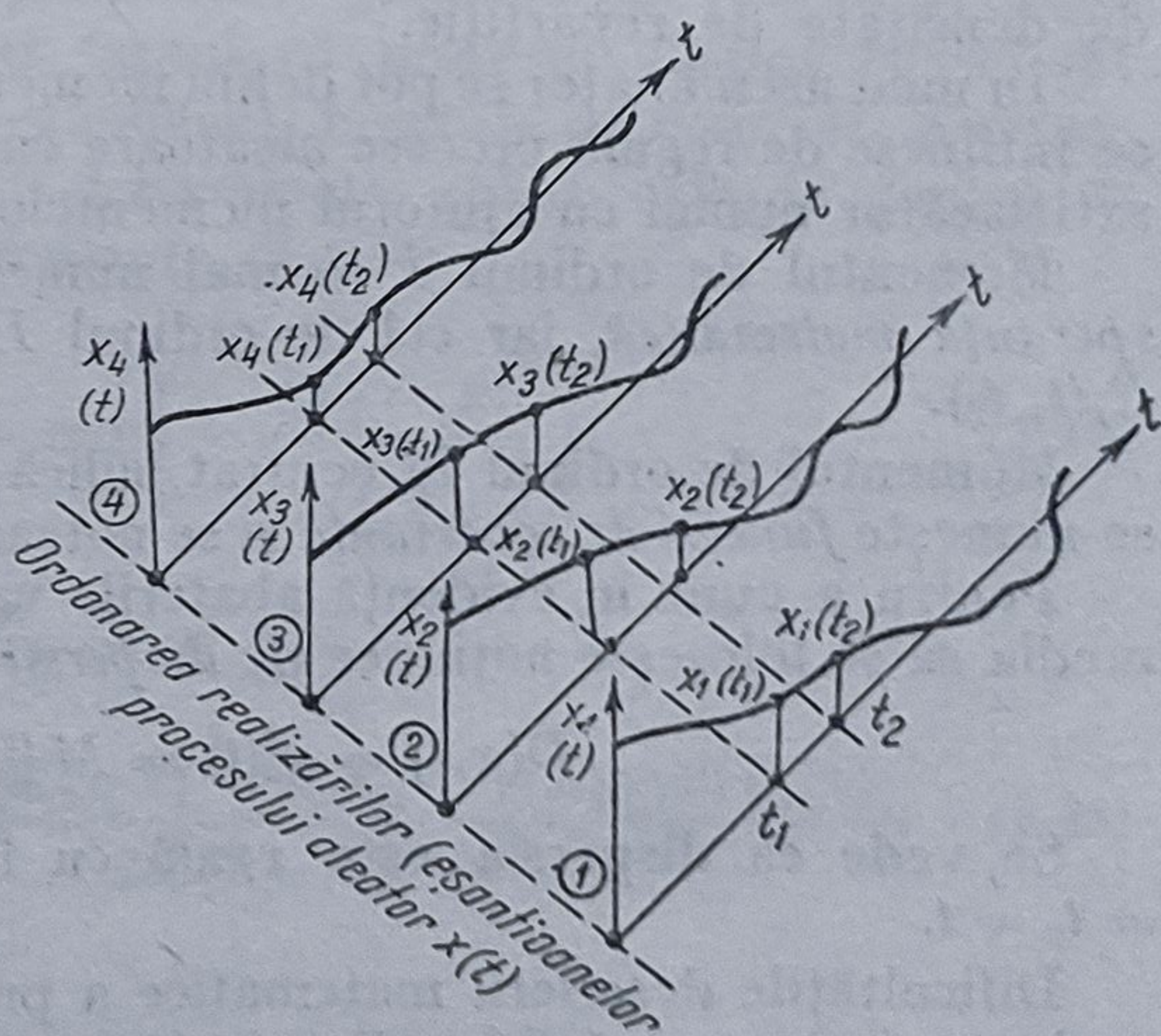


Fig. 1.7. Reprezentarea ansamblului de realizări ale unui proces aleator.



proces aleator continuu sînt funcțiile de repartiție de probabilitate de ordinul  $I$  și  $II$ . Cea de ordinul  $I$  este definită de relația:

$$F_1(X_1, t_1) = \text{Prob} [x(t_1) \leq X_1] \quad (1.37)$$

și exprimă probabilitatea ca valorile la momentul  $t_1$  ale oricăreia din realizările posibile ale lui  $x(t)$  să fie mai mici sau cel mult egale cu o valoare dată  $X_1$ . Funcția de repartiție de probabilitate de ordinul  $II$  are expresia:

$$F_2(X_1, t_1; X_2, t_2) = \text{Prob} [x(t_1) \leq X_1; x(t_2) \leq X_2] \quad (1.38)$$

și exprimă probabilitatea ca la două momente  $t_1$  și  $t_2$  toate valorile realizărilor procesului aleator să fie grupate într-un anumit domeniu.

Prin derivare se obțin funcțiile de densitate a repartiției de probabilitate de ordinul  $I$  și de ordinul  $II$ :

$$p_1(X_1, t_1) = \frac{\partial F_1(X_1, t_1)}{\partial X_1}; \quad (1.39)$$

$$p_2(X_1, t_1; X_2, t_2) = \frac{\partial^2 F_2(X_1, t_1; X_2, t_2)}{\partial X_1 \partial X_2}. \quad (1.40)$$

Alte caracteristici importante ale proceselor aleatoare sînt momentele de ordinul  $I$  și de ordinul  $II$ :

$$m_{1x}(t) = M[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} X p_1(X, t) dX \quad (1.41)$$

și

$$m_{2x}(t_1, t_2) = M[x(t_1) x(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X_1 X_2 p_2(X_1, t_1; X_2, t_2) dX_1 dX_2. \quad (1.42)$$

Momentele reprezintă medii pe ansamblu și ele exprimă valorile în jurul cărora se grupează diversele realizări ale procesului pentru anumite momente de timp date. Se vede că ele sînt complet determinate dacă se cunosc funcțiile de densitate de repartiție.

În mod asemănător se pot defini momente de ordin superior, însă în tehnică se întîlnesc de regulă procese aleatoare cu repartiții, care pot fi caracterizate satisfăcător numai cu ajutorul momentelor de primele două ordine.

Momentul de ordinul  $I$  se mai numește și *valoarea medie statistică* sau *speranță matematică*, iar cel de ordinul  $II$  *funcție de corelație* și se notează  $R_x(t_1, t_2)$ .

Momentul de ordinul  $II$  centrat, adică determinat cu valori  $x(t) - m_{1x}(t)$ , se numește *funcție de covarianță* și se notează  $C_x(t_1, t_2)$  sau  $\text{Cov}_x(t_1, t_2)$ .

Pentru a pune în evidență abaterile valorilor unui proces aleator față de media sa se folosește noțiunea de *dispersie*:

$$D(x, t) = \sigma_x^2(t) = M\{[x(t) - m_{1x}(t)]^2\}. \quad (1.43)$$

Se vede că dispersia este egală cu funcția de covarianță pentru  $t_1 = t_2 = t$ .

Dificultățile descrierii matematice a proceselor aleatoare prin relațiile de mai sus și ale evaluării lor din rezultate experimentale, au determinat introducerea anumitor ipoteze simplificatoare, în concordanță cu proprietățile



manifestate de o clasă largă de procese aleatoare reale. O astfel de ipoteză este aceea de *staționaritate*. Un proces aleator se zice că este *staționar* atunci când caracteristicile sale probabiliste nu se modifică în timp, deci nu depind de momentul ales ca origine de timp pentru desfășurarea procesului.

În aceste condiții, așa cum reiese din relația (1.41), valoarea medie  $m_{1x}$  și dispersia  $\sigma_x^2$  sînt constante. De asemenea în relația funcției de corelație (1.42)  $t_1$  și  $t_2$  nu mai intervin în mod independent, întrucît unul poate fi ales ca origine a timpului. Ca urmare se poate nota  $\tau = t_2 - t_1$  și se demonstrează că funcția de corelație depinde numai de  $\tau$ , adică  $R_x(t_1, t_2) = R_x(\tau)$ .

În clasa proceselor aleatoare staționare se află o subclasă a *proceselor ergodice*, pentru care valorile medii pe ansamblul eșantioanelor la un moment de timp dat (mediile statistice) sînt egale cu mediile temporale, adică cu valorile medii în timp calculate pentru un singur eșantion. Această subclasă este foarte importantă pentru aplicații, întrucît în cadrul ei se poate stabili o legătură directă între caracteristicile teoretice exprimate pe baze probabiliste și valorile deduse experimental prin măsurări asupra unei realizări particulare de-a lungul timpului.

Pentru procese aleatoare staționare și ergodice se pot scrie relațiile:

$$m_{1x} = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt, \quad (1.44)$$

$$R_x(\tau) = \overline{x(t) \cdot x(t + \tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) x(t + \tau) dt, \quad (1.45)$$

$$\sigma_x^2 = \overline{[x(t) - \bar{x}]^2} = \overline{x^2(t)} - (\bar{x})^2, \quad (1.46)$$

unde prin  $x(t)$  se înțelege oricare din realizările  $x_n(t)$ ,  $n = 1, 2, \dots$

Cunoașterea valorilor medii temporale definite prin relațiile de mai sus permite deducerea caracteristicilor probabiliste generale ale proceselor aleatoare. Astfel, presupunînd cunoscut faptul că procesul aleator considerat aparține clasei proceselor normale (gaussiene), funcțiile de densitate a repartiției de probabilitate sînt complet determinate știind valorile pentru  $\bar{x}$ ,  $R_x(\tau)$  și  $\sigma_x$ , conform expresiilor precedente. Astfel:

$$p_1(X_1) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(X_1 - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right], \quad (1.47)$$

$$p_2(X_1, X_2, \tau) = \frac{1}{2\pi\sigma_x^2 \sqrt{1 - C_x^2(\tau)}} \exp \frac{(X_1 - \bar{x})^2 + (X_2 - \bar{x})^2 - 2(X_1 - \bar{x})(X_2 - \bar{x})C_x(\tau)}{2\sigma_x^2[1 - C_x^2(\tau)]}, \quad (1.48)$$

unde:

$$C_x(\tau) = \frac{R_x(\tau) - (\bar{x})^2}{\sigma_x^2}.$$



Mediile în timp efectuate anterior sînt medii idealizate, raportate la un timp infinit. În practică, se operează cu aproximații ale lor obținute pe baza medierii într-un interval de timp limitat. Valcarea medie pe timp finit, prin mediere continuă, are forma:

$$\bar{x}_T = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (1.49)$$

sau, prin mediere de valori discrete obținute prin eșantionare:

$$\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k\Delta), \quad (1.50)$$

unde  $\Delta$  reprezintă *perioada de eșantionare*.

Prin relații analoage se definesc și funcțiile de corelație și dispersiile pe timp finit. Timpul de mediere, respectiv numărul de valori discrete, trebuie luate suficient de mari pentru ca mediile pe timp finit să poată constitui estimări corecte ale mediilor statistice.

Se poate observa că măsurările statistice, în mod asemănător cu cele dinamice, implică realizarea unui număr mare de măsurări ale aceleiași mărimi, eșalonate în timp sau pe experimente, ale căror rezultate sînt memorate și prelucrate. Operațiile de calcul, atît prin natura relațiilor matematice cît și prin volumul mare de date, sînt foarte laborioase.

Succintele considerații expuse cu privire la caracterizarea proceselor aleatoare au avut drept scop să arate rațiunile pentru care măsurările statistice au ca obiect evaluarea mediilor temporale asupra unor realizări ale procesului aleator pe un interval în care staționaritatea și ergodicitatea acestuia sînt satisfăcute. Măsurările statistice au căpătat o utilizare din ce în ce mai mare în ultimii ani. Aceasta se datorează dezvoltării mijloacelor de calcul automat, capabile să rezolve problemele complexe de prelucrare pe care le impun aceste măsurări. S-a conturat astfel o tehnică de investigație și de analiză bazată pe măsurările statistice, denumită *tehnica corelației*. Au apărut aparate specializate, corelatoare automate și analizare statistice, care pot fi utilizate pentru obținerea directă a mediilor, funcțiilor de corelație, dispersiilor, sau chiar a funcțiilor de repartiție de probabilitate. Ele își găsesc aplicații în numeroase ramuri ale științei și tehnicii (vibrații, acustică, radio și telecomunicații, identificarea proceselor, în calculul sistemelor automate). De altfel, chiar în probleme legate direct de măsurări, ele sînt frecvent utilizate, de exemplu în influența zgomotelor (procese aleatoare tipice) asupra funcționării aparatelor de măsurat și în calculul erorilor de măsurare.

#### 1.10.4. Măsurări analogice

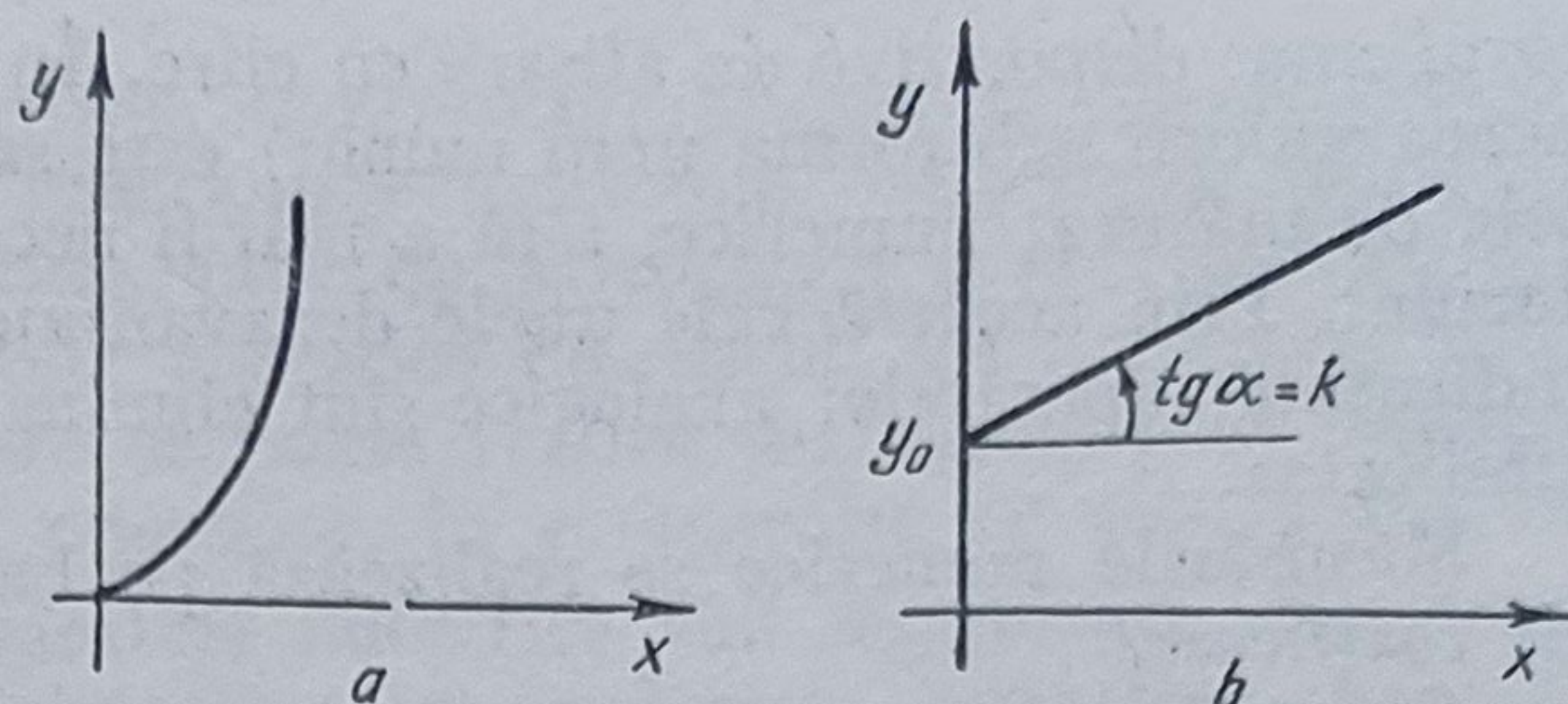
Măsurările analogice se caracterizează prin aceea că utilizează aparate sau traductoare la care relația de dependență între mărimea de măsurat  $X$  aplicată la intrare și mărimea obținută la ieșire  $Y$  se exprimă sub forma  $Y = f(X)$ , unde  $f(\cdot)$  este o funcție continuă. Această funcție poate fi liniară sau neliniară în cazul aparatelor de măsurat și, de regulă, liniară pentru traductoare. Reprezentările grafice ale unor astfel de relații pot fi de tipul celor din figura 1.8, *a* și *b*.

Din cele menționate, rezultă că pentru variații continue ale măsurandului mărimea de ieșire variază de asemenea în mod continuu, existînd deci o ana-



Fig. 1.8. Reprezentări grafice ale relației  $Y = f(X)$ :

a — pentru aparate analogice cu caracteristică neliniară;  $Y = KX^2$ ; b — pentru traductoare analogice cu caracteristică liniară  $Y = KX + Y_0$ .



logie între variațiile celor două mărimi, analogie care este evidentă mai ales în cazul unei legi de dependență liniară. Datorită acestei caracteristici aparatele respective se numesc **aparate analogice** și trebuie observat faptul că toate componentele lor, care determină diversele transformări intermediare, sînt denumite **elemente analogice**.

Măsurările analogice au fost primele utilizate și ele continuă să dețină o pondere importantă și în prezent. Ele se întîlnesc în cazul aparatelor curențe de măsurat, la care mărimea de ieșire este deplasarea unui ac indicator în fața unei scări gradate, deplasare care urmărește în mod fidel și continuu variațiile mărimii de măsurat. Transformarea deplasării acului într-un număr care să reprezinte valoarea mărimii măsurate se obține numai ca urmare a operației de „citire” efectuată de operator prin compararea poziției acestuia față de gradațiile de pe scară. Datorită deplasării continue a acului, indicația poate reda orice valoare în domeniul de funcționare a aparatului. Teoretic, se pot efectua măsurări oricît de fine, trecerea de la o valoare la alta făcîndu-se în mod continuu, ceea ce ar însemna posibilitatea exprimării rezultatului cu un număr de cifre oricît de mare.

În realitate însă rezultatele se exprimă utilizînd un număr finit de cifre semnificative, ceea ce înseamnă, de fapt, discretizarea valorilor mărimii de măsurat (chiar dacă atît intrarea cît și ieșirea din aparat sînt mărimi fizice ce variază în mod continuu). Operația de discretizare în cazul măsurărilor analogice o face operatorul în procesul de citire al indicațiilor aparatului și ea trebuie astfel efectuată încît să se elimine sau să se reducă la un minim acceptabil efectele subiectivității, ale capacității limitate a simțurilor umane și ale incertitudinilor generate de diversele surse de erori.

Rezultă deci că la măsurările analogice obținerea rezultatului sub formă numerică este posibilă numai ca o consecință a intervenției directe a operatorului.

Aceleași observații sînt valabile și pentru traductoarele analogice, la care semnalul de ieșire este un curent sau o tensiune electrică continuă. Echipamentele de automatizare sau de calcul care le recepționează sînt de asemenea de tip analogic, ele fiind capabile de a prelucra semnale cu variații continue. Totuși, și în acest caz, la interpretarea semnalelor în sensul reprezentării valorilor mărimii măsurate se recurge la operarea tot cu valori discrete, ținîndu-se seama de pragurile de sensibilitate și de erori.

#### 1.10.5. Măsurări numerice

Măsurările numerice au fost introduse în tehnica măsurării în ultimii 20 — 25 ani și tind să se dezvolte foarte mult. Ele se caracterizează prin aceea că permit prezentarea rezultatului măsurării direct sub formă numerică cu aju-



torul unor dispozitive de afișare cu cifre. În acest fel, scopul măsurării (obținerea valorii sub forma unui număr) este satisfăcut complet de către aparatele de măsurat numerice, fără a mai fi necesară intervenția activă a operatorului. Prin această cale unele dezavantaje legate de subiectivitatea citirii indicațiilor aparatelor analogice sînt eliminate, sporind precizia și reproducibilitatea.

Măsurările numerice se realizează pe baza operațiilor de *cuantificare* și de *codificare*.

**Cuantificarea** este operația prin care domeniul de variație al mărimii de măsurat este împărțit într-un anumit număr de subdomenii egale și concatenate, denumite și *cuante* sau *intervale de cuantificare*. Unei astfel de cuante îi corespunde o anumită valoare ce se exprimă în raport cu unitatea de măsură adoptată. Valoarea mărimii de măsurat se obține, admitînd un anumit grad de aproximare, prin numărul întreg de cuante pe care îl cuprinde aceasta, și neglijînd fracțiunile care pot apărea.

Evident, cu cît intervalul de cuantificare este mai redus, cu atît aproximarea este mai bună, alegerea efectuîndu-se în funcție de rezoluția dorită și de considerente tehnico-economice. Cuantificarea înseamnă deci discretizarea mărimii de măsurat, aceasta putînd lua numai un număr finit de valori distincte bine precizate. Trecerea de la o valoare la alta imediat vecină se face prin salt, caracteristica *intrare-ieșire* a aparatelor de măsurat numerice fiind de forma celei reprezentate în figura 1.9.

Ținînd seama că mărimile pot fi variabile în timp, operația de cuantificare se efectuează asupra unor eșantioane ale acestora luate la anumite intervale de timp. Apare deci și o discretizare în timp a mărimii de măsurat, cu o perioadă ce depinde de viteza sa de variație, conform celor arătate la măsurările dinamice.

Operația de **comparație** constă din numărarea cuantelor care egalează valoarea mărimii la momentul măsurării și exprimarea numerică a rezultatului într-un anumit sistem de numerație. Aceasta constituie operația de **codificare**, prin care se realizează atribuirea de numere valorilor cuantificate. În acest scop, se utilizează așa-numitele *dispozitive de numărare* care generează semnale ce reprezintă în mod convențional diversele cifre ale sistemului de numerație utilizat și prin intermediul cărora se comandă afișarea numărului corespunzător.

Măsurările numerice prezintă avantaje care sînt determinate, pe de o parte, de particularitățile afișării numerice a rezultatului iar, pe de altă parte,

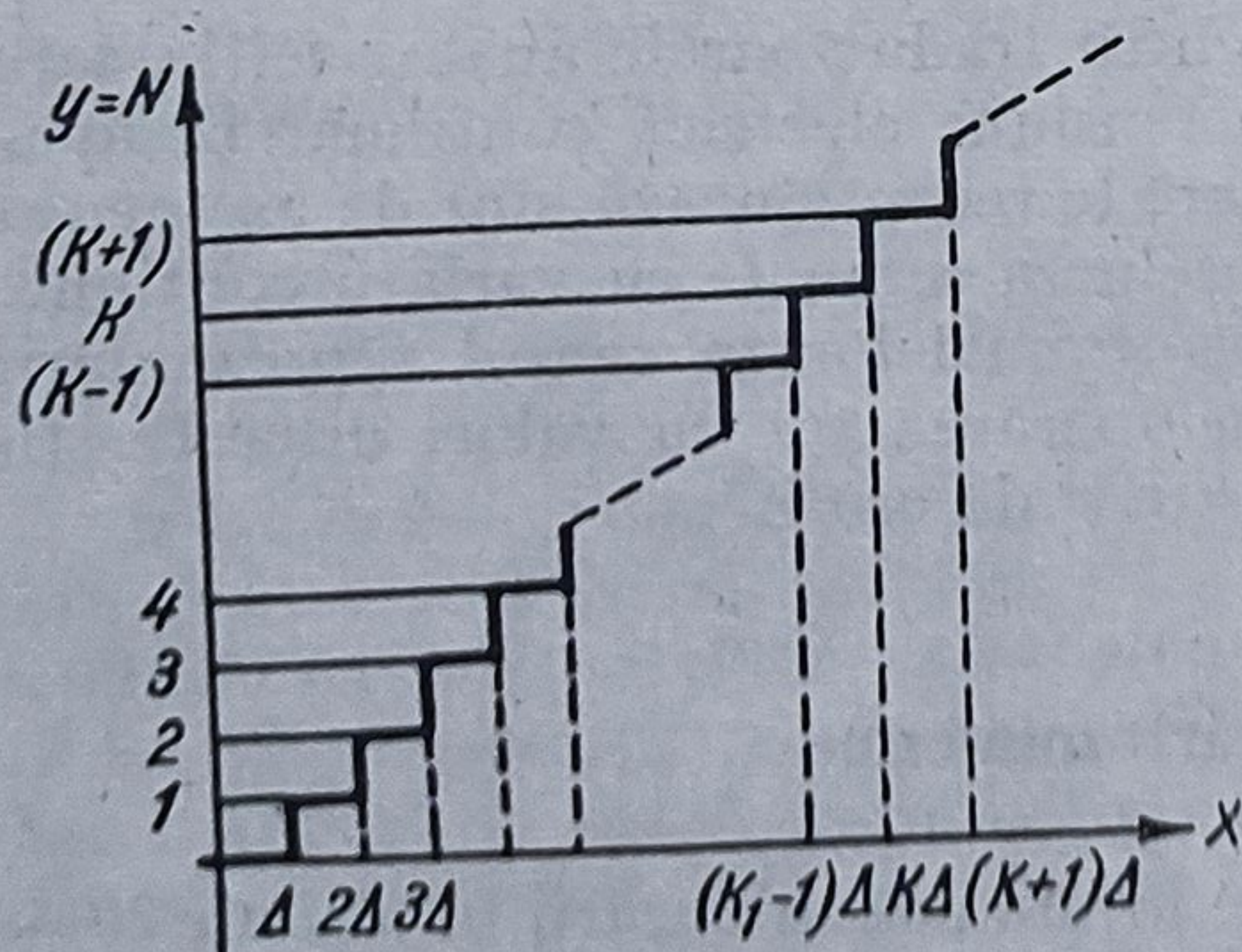


Fig. 1.9. Reprezentarea relației *intrare-ieșire* pentru aparate de măsurat numerice.

de proprietățile elementelor caracterizate prin generarea de semnale discrete. Afișarea numerică este lipsită de ambiguități, eliminînd subiectivitatea operatorului care are numai un rol pasiv (de citire a unui număr ce apare într-o formă explicită, adesea însoțită și de unitatea de măsură). Totodată, prin reducerea intervalelor de cuantificare este posibilă creșterea rezoluției (care nu mai este legată de dimensiunile scării aparatului și de posibilitățile de percepție) și, prin aceasta, ridicarea preciziei aparatului.



Semnalele discrete pot fi transmise, modificate, prelucrate și înregistrate cu o precizie și o siguranță în funcționare mult mai mare decât semnalele continue, au o imunitate ridicată față de perturbații și sînt compatibile direct cu accesul în echipamentele numerice de calcul. De asemenea automatizarea procesului de măsurare se poate realiza mai ușor, prin mijloace mai simple în cazul aparatelor numerice, în comparație cu cele analogice.

Aceasta nu înseamnă că aparatele numerice sînt superioare din toate punctele de vedere și în orice situație celor analogice. Aparatele analogice sînt preferabile în operații de supraveghere, cînd este necesară o evaluare aproximativă, dar rapidă, a valorii măsurate și a tendinței de variație a acesteia. Poziția acului indicator în raport cu scara asigură mult mai direct această posibilitate, față de un singur număr pe care îl oferă aparatele numerice și care nu poate fi corelat nici cu limitele domeniului, nici cu valorile anterioare, decât cu un efort mult mai mare din partea operatorului. În plus, aparatele numerice, cu toate progresele microelectronicii, sînt încă mai scumpe decât cele analogice.

Opțiunea către măsurări analogice sau numerice trebuie să se facă printr-o analiză atentă a factorilor tehnico-economici ce le condiționează. Îndeosebi, pentru mărimi ce pot fi convertite în frecvența unui fenomen sau într-un interval de timp aparatele numerice devin mai simple și sînt mai avantajoase. De asemenea, pentru mărimile definite ca urmare a unui proces de integrare (ce se transformă ușor în numărare) ele sînt de preferat celor analogice.

#### 1.10.6. Măsurări de laborator

Măsurările de laborator se disting prin aceea că se efectuează în condiții și cu mijloace special pregătite, pentru a asigura realizarea lor cu o precizie ridicată. Condițiile care se creează măsurărilor de laborator se referă la menținerea unui mediu adecvat de temperatură, umiditate, noxe, vibrații, cîmpuri electrice, magnetice, radiații, sau alți factori care pot perturba rezultatele măsurărilor. În acest scop, se prevăd instalații de protejare, de exemplu camere climatizate, ecranări electrostatice, magnetice etc.

În aceste condiții, se pot utiliza aparate de mare sensibilitate, cu amplificări foarte mari, fără riscul de a amplifica și perturbațiile.

Pentru măsurările de laborator se aplică în mod frecvent metodele de comparație simultană, care sînt dintre cele mai precise. Ca mărimi de comparație se folosesc etaloane realizate cu foarte mare exactitate și păstrate în condiții deosebite. Utilizarea metodelor de comparație simultană, cu toate neajunsurile legate de necesitățile de manipulare, este indicată, întrucît ele sînt aplicate de personal specializat și, de cele mai multe ori, corectitudinea rezultatelor prevalează în raport cu promptitudinea obținerii lor.

O altă caracteristică importantă a metodelor de laborator o constituie faptul că se procedează la prelucrări ale rezultatelor, ulterioare măsurării, cum sînt de exemplu corecțiile bazate pe calculul erorilor. În acest scop, se efectuează serii de măsurări, cu aceleași mijloace sau cu mijloace diferite și se face o estimare a erorilor cu care se evaluează apoi valoarea cea mai corectă a mării de măsurat.



Măsurările de laborator se fac adesea cu scopuri de cercetare științifică experimentală. Alte aspecte sînt cele cu caracter metrologic de realizare și transmitere a unor unități de măsură, de etalonare și verificare a aparate-  
lor de măsurat.

#### 1.10.7. Măsurări industriale

Măsurările industriale au ca obiect determinarea valorilor unor mărimi care intervin într-un proces tehnologic, cu scopul de a controla menținerea lor în anumite limite și de a acționa asupra lor cînd aceste limite au fost depășite.

Măsurările din instalațiile automate intră în această categorie a măsurărilor industriale.

Spre deosebire de măsurările de laborator, cele industriale se realizează în condițiile pe care le oferă mediul de desfășurare a procesului tehnologic. Datorită acestor condiții și avînd în vedere aspectele economice, se admite pentru măsurările industriale utilizarea unor aparate mai puțin sensibile, dar fiabile, robuste și protejate astfel ca să poată funcționa corect în mediul industrial cu variații mari de temperatură, presiune, umiditate, agenți corosivi, vibrații etc.

Metodele aplicate în măsurările industriale au în vedere obținerea promptă sub o formă ușor inteligibilă, a valcilor măsurate. De aceea sînt preferate metodele prin comparație succesivă bazate pe aparate analogice sau numerice, care afișează direct rezultatele și mai puțin frecvent sînt aplicate metodele prin comparație simultană, care implică aparate comparatoare automatizate. În general, în măsurările industriale nu se efectuează corecții ulterioare ale rezultatelor pe baza calculului erorilor. Asemenea corecții se fac cel mult de către aparatele înseși, dacă sînt dotate cu astfel de dispozitive.



## Capitolul 2

### CALITATEA MĂSURĂRII

#### 2.1. INDICATORI DE CALITATE AI MĂSURĂRII

Oricît de perfecționate ar fi metodele și aparatele utilizate pentru măsurarea unei mărimi, oricît de favorabile ar fi condițiile în care se desfășoară procesul de măsurare și oricît de atent ar fi controlat acesta, rezultatul măsurării va fi totdeauna diferit de valoarea reală sau adevărată a măsurandului. Diferența între rezultatul măsurării și valoarea reală este denumită *eroare de măsurare* și este evident că, din punct de vedere calitativ, măsurările sînt cu atît mai bune cu cît erorile respective sînt mai mici.

Definiția de mai sus a erorii de măsurare este importantă prin scopul ei conceptual. Ea nu are însă caracter aplicativ direct, întrucît valoarea reală nefiind principial accesibilă, nici eroarea, corespunzătoare rezultatului unei măsurări individuale nu poate fi riguros determinată. Există însă posibilitatea ca, fie prin prelucrarea unui număr mare de rezultate individuale, fie pe baza unor indicatori de calitate ai aparatelor și metodelor de măsurare, să se evalueze, cu o anumită probabilitate, valori limită ale erorilor pentru categoria respectivă de măsurări. Prin intermediul acestor erori limită rezultatul unei măsurări individuale permite determinarea unui interval în care, cu probabilitatea respectivă, poate fi localizată valoarea reală a mărimii măsurate. Intervalul astfel obținut, împreună cu probabilitatea asociată, exprimă incertitudinea cu care rezultatul măsurării reprezintă valoarea reală. Pe această cale se poate ajunge la exprimarea cantitativă a celui mai important indicator de calitate al măsurării — **precizia**.

Astfel, se poate afirma că precizia este cu atît mai bună, cu cît pentru o probabilitate dată (care adesea se ia foarte apropiată de 1 — evenimentul cert), intervalul în care se situează valoarea reală este mai restrîns.

Precizia este un indicator general de calitate, comun tuturor categoriilor de măsurări descrise în capitolul precedent. În dezvoltarea de noi metode și aparate de măsurat, din ce în ce mai perfecționate, se urmărește în primul rînd creșterea preciziei, respectiv reducerea erorilor la valori minime, acceptabile pentru scopul măsurării. O importanță tot atît de mare o prezintă și elaborarea de procedee fundamentate științific, care să asigure o evaluare cît mai corectă a preciziei. Cunoștințele necesare în acest sens formează obiectul *teoriei erorilor de măsurare*.

Alături de precizie apar și alți indicatori de calitate ai măsurării, cu un caracter de generalitate mai restrîns, dar care pentru anumite categorii de măsurări pot căpăta o importanță deosebită. În acest sens, se pot cita: **domeniul și liniaritatea, sensibilitatea, rezoluția, viteza de măsurare, consu-**



mul energetic, imunitatea la perturbații, fiabilitatea și robustețea, economicitatea aparaturii necesare și comoditatea de operare.

Pentru a exemplifica modul în care unii sau alții dintre indicatorii enumerați mai sus pot căpăta o pondere mai însemnată, este suficient să se amintească faptul că în măsurările de laborator în afară de precizie adesea este predominantă sensibilitatea metodelor aplicate, pe când în măsurările industriale accentul se pune pe funcționarea corectă în condiții grele de mediu, pe consumul energetic redus, pe economicitate și comoditate în exploatare.

## 2.2. NOȚIUNI DE TEORIA ERORILOR DE MĂSURARE

Teoria erorilor de măsurare cuprinde ansamblul de definiții și legi prin care pot fi evidențiate și caracterizate erorile de măsurare, precum și metodele practice de evaluare a incertitudinii măsurărilor.

Principalele aspecte care pot fi studiate cu ajutorul teoriei măsurării sînt:

- cauzele erorilor și identificarea principalelor surse de erori;
- caracterizarea erorilor specifice diverselor tipuri de surse și metodele de evaluare a incertitudinilor corespunzătoare;
- evaluarea incertitudinii totale a unei măsurări prin compunerea adecvată a incertitudinilor parțiale;
- prezentarea corectă a rezultatului ținînd seama de incertitudinea asociată.

Dat fiind faptul că erorile reprezintă mărimi aleatoare și avînd în vedere scopul informațional, teoria erorilor de măsurare face apel la metodele teoriei probabilităților, statisticii matematice și teoriei informației.

### 2.2.1. Cauzele erorilor de măsurare

Cauzele care determină apariția erorilor de măsurare pot fi puse în evidență prin analiza operației de măsurare, ținînd seama de funcțiunile aparatelor de măsurat și de modalitățile de utilizare a acestora în cadrul metodelor de măsurare adoptate. În acest sens, orice proces de măsurare poate fi descompus într-o serie de faze (etape) conform schemei din figura 2.1.

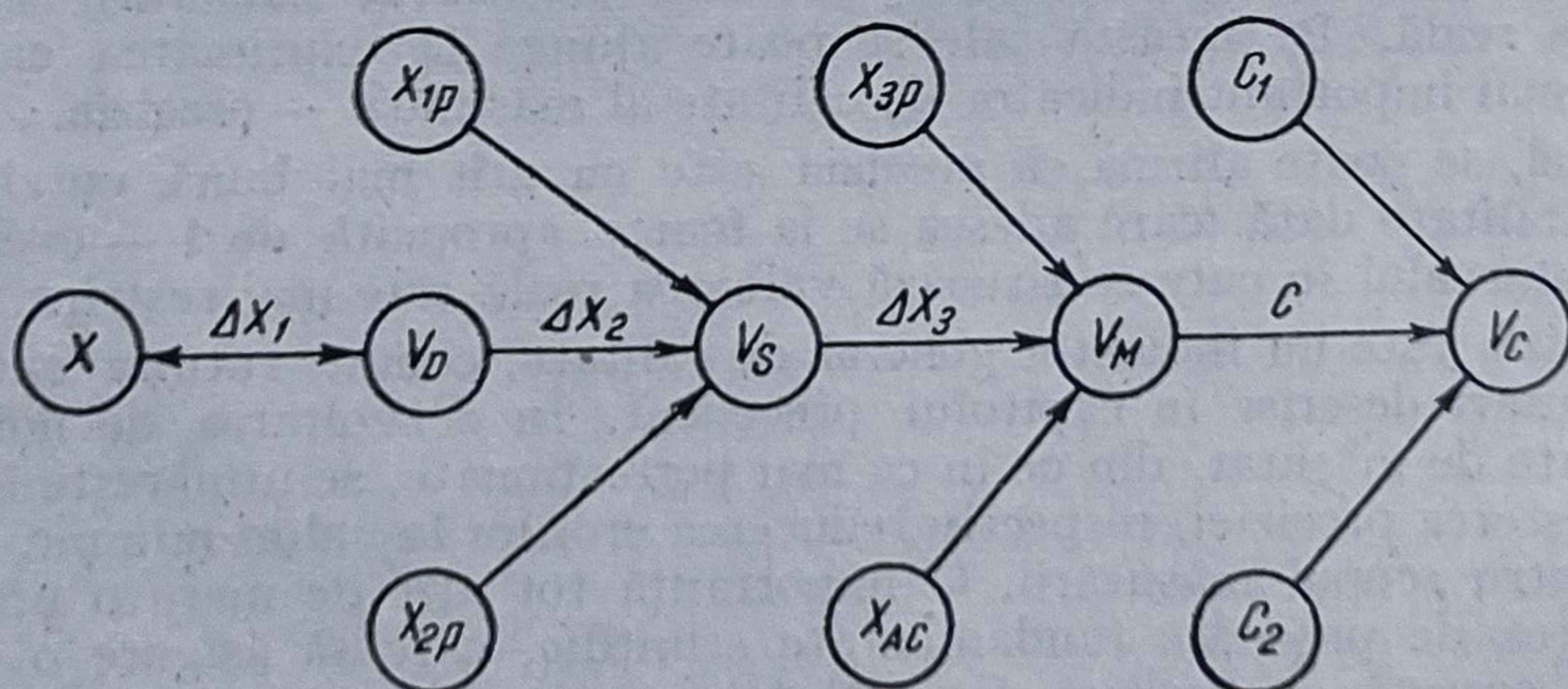


Fig. 2.1. Valorile diferite ale mărimii de măsurat și cauzele care le determină:  $X$  — valoarea reală;  $V_D$  — valoarea disponibilă;  $V_S$  — valoarea detectată sau sesizată;  $V_M$  — valoarea măsurată;  $V_C$  — valoarea corectată;  $X_{1p}$ ,  $X_{2p}$  — factori de mediu perturbatori care influențează elementul sensibil;  $X_{3p}$  — factori perturbatori care acționează asupra adaptorului;  $X_{AC}$  — factori reprezentînd efectele aproximărilor admise în caracterizarea funcționării adaptorului;  $C_1$ ,  $C_2$  — corecții ale erorilor  $\Delta X_1$ ,  $\Delta X_2$ ,  $\Delta X_3$ .



După cum reiese din figură, în cadrul unei măsurări pot apărea cinci valori, potențial diferite, ale mărimii de măsurat.

● **Valoarea reală sau adevărată**  $X$  este acea valoare a mărimii de măsurat care există în absența oricărei influențe asupra obiectului măsurării, exercitată de către aparate sau alte mijloace prin care se realizează procesul de măsurare.

Dacă se consideră pentru exemplificare măsurarea cu un termocuplu a temperaturii unui fluid, avînd un debit de curgere relativ redus, atunci valoarea reală sau adevărată este cea existentă în absența termocuplului.

● **Valoarea disponibilă**  $V_D$  este aceea care rezultă pentru mărimea de măsurat, la locul și în timpul măsurării, ținîndu-se seama de efectele introduse de elementele sensibile ale aparatelor de măsurat sau ale traductoarelor.

În cazul exemplului considerat, termocuplul preia o parte din căldura fluidului, astfel că echilibrul termic se stabilește pentru o altă temperatură decît cea corespunzătoare valorii reale definită mai sus. Dacă măsurarea are numai un rol pur informațional și nu se exercită nici o reacție asupra fluidului, noua temperatură va fi mai redusă decît cea inițială, apărînd astfel o abatere prin lipsă față de valoarea reală. În cazul unei instalații de reglare automată, abaterea negativă inițială este sesizată și se acționează asupra agentului încălzitor al fluidului care determină o ridicare a temperaturii pînă la valoarea la care se anulează abaterea. În această situație temperatura reală este mai ridicată decît valoarea dorită, apărînd astfel o abatere prin adaos. Se remarcă astfel că prezența elementului sensibil constituie o sursă de eroare, valoarea disponibilă fiind diferită de cea reală prin ceea ce se numește **eroarea de interacțiune**.

● **Valoarea detectată**  $V_S$  (sau sesizată) este valoarea reprezentată prin semnalul de la ieșirea elementului sensibil, obținut în timpul măsurării potrivit caracteristicilor reale de funcționare ale acestuia.

În cazul unui element sensibil ideal, valoarea detectată ar putea fi egală cu cea disponibilă. În practică însă relațiile de dependență între semnalul dat de elementul sensibil și mărimea de măsurat (relațiile de etalonare) nu sînt perfect cunoscute și conțin unele simplificări. Multe dintre elementele sensibile sînt influențate de mai mulți factori generați de obiect sau existenți în mediul de măsurat.

Din comoditate sau din necunoaștere, acești factori sînt uneori ignorați și se consideră numai dependența de mărimea de măsurat.

Astfel de simplificări, de idealizări ale sistemului fizic *obiect — aparat de măsurat*, conduc la diferențe între valoarea detectată de elementul sensibil și cea disponibilă, diferențe ce alcătuiesc **erorile de model**.

O altă sursă de diferențe între valoarea detectată și cea disponibilă o constituie variația factorilor de mediu. Admițînd că modelul este corect, modificarea semnalului furnizat de elementul sensibil la variații ale factorilor de mediu, nu totdeauna și nu integral poate fi compensată, ea rămîne și influențează valoarea detectată. Pe această cale rezultă **erorile de influență sau de mediu**.

● **Valoarea măsurată**  $V_M$  este valoarea corespunzătoare informației date de aparatul de măsurat prin intermediul mărimii perceptibile, respectiv de traductor prin semnalul unificat de ieșire.

Valoarea măsurată diferă la rîndul său de valoarea detectată datorită unor cauze similare cu cele care generează diferențele între mărimea detectată și cea disponibilă.



Adaptorul funcționează și el într-un anumit mediu și, la fel ca elementul sensibil, este supus influenței acestuia, astfel încât în valoarea măsurată cu toate precauțiunile luate se vor găsi componente datorite factorilor perturbatori de mediu. În plus, o serie de erori sînt legate de modul în care se efectuează operația de comparație, fie că este simultană sau succesivă. Echivalența măsurandului cu etalonul la comparația simultană nu este perfectă, ea depinzînd de pragul de sensibilitate al indicatorului de nul. La fel, calibrarea la aparatele de comparație succesivă nu are o stabilitate absolută, ea se deteriorează în timp și sub influența factorilor de mediu. Înseși etaloanele reprezintă cu o anumită eroare mărimile respective și sînt de asemenea susceptibile de variații la modificarea condițiilor de mediu.

Se poate aprecia că și în cadrul adaptorului sînt prezente erorile de model și cele de influență. În plus, pot apărea și erori de interacțiune între diversele elemente componente.

În sfîrșit, dacă se ia în considerare și intervenția operatorului în procesul de măsurare, intervenție care la utilizarea aparatelor analogice constă tocmai în stabilirea valorii măsurate pe baza interpretării mărimii de ieșire, pot apărea erori determinate de limitările și de particularitățile organelor de percepție, de atenția și de pregătirea operatorului. Aceste erori, dependente de operator, sînt denumite **erori subiective**, spre deosebire de cele precedente care țin de obiect, de metodă, de aparat sau de mediu și care sînt considerate **erori obiective**.

Prin natura lor subiectivă, erorile introduse de operator sînt dificil de evaluat (pentru anumite categorii de măsurări — în astronomie, în cosmonautică — se fac determinări și ale unor astfel de erori).

Concluzia care se poate desprinde din cele arătate este aceea că erorile sînt inerente măsurărilor și că rezultatele nu pot fi decît estimatii mai mult sau mai puțin corecte ale valorii reale. Diferența menționată între valoarea reală și cea disponibilă evidențiază faptul că însăși efectuarea măsurării are ca efect modificarea valorii reale.

● **Valoarea corectată**  $V_c$  se obține prin evaluarea unora dintre erorile menționate și corectarea valorii măsurate prin calcule ulterioare măsurării sau automat prin dispozitive speciale incluse în structura aparatelor.

Calculul erorilor și efectuarea corecției au un caracter aproximativ datorită multitudinii și diversității cauzelor.

Cu toate corecțiile care se efectuează, valoarea corectată nu este identică cu valoarea de măsurat, rămînînd o diferență care nu poate să fie estimată decît ca ordin de mărime.

Valoarea corectată constituie cea mai bună estimatie a valorii reale și este cea utilizată în știință și tehnică în probleme fundamentale.

Valorile corectate se obțin, în general, ca rezultate ale măsurărilor de laborator, ele implicînd efectuarea unui număr mare de măsurări pe baza cărora să se poată calcula erorile și introduce corecțiile.

În măsurările industriale se folosește pentru reprezentarea valorii reale, de regulă, valoarea măsurată (rezultatul unei măsurări individuale). Desigur, această reprezentare este mai puțin precisă decît valoarea corectată. Totuși avîndu-se în vedere calitățile aparatelor de măsurat, construcția acestora, astfel ca influențele surselor de erori să fie cît mai reduse posibil și, ținînd seama de caracteristicile funcționale ale celorlalte echipamente industriale, valoarea măsurată poate constitui o estimatie a valorii reale, suficient de corectă pentru scopurile în care este utilizată.



### 2.2.2. Clasificarea erorilor de măsurare

Clasificarea erorilor de măsurare se poate face după mai multe criterii dată fiind diversitatea lor și punctele de vedere diferite din care pot fi privite. O primă diferențiere a fost făcută în paragraful precedent, în funcție de cauzele care le produc. Pentru teoria erorilor de măsurare sînt necesare criterii de clasificare prin care să se evidențieze caracteristici și proprietăți generale ce pot conduce la formalizări matematice și exprimări cantitative. Sub acest aspect, următoarele criterii de clasificare apar a fi cele mai utile:

- *caracterul variațiilor și valorile pe care le pot lua*, pe baza cărora se împart în: **erori sistematice**, **erori aleatoare** și **erori grosiere sau inadmisibile**;
- *mărimea de referință*, în raport de care se disting **erori reale** și **erori convenționale**;
- *modul de exprimare valorică*, prin care se face deosebirea în **erori absolute** și **erori relative**.

● **Erorile sistematice** se caracterizează prin aceea că, în condiții neschimbate de repetare a măsurării, au valori previzibile, constante sau variabile după o lege determinată în raport cu sursele care le generează.

● **Erorile aleatoare (întîmplătoare sau accidentale)**, spre deosebire de cele sistematice, la repetarea măsurărilor în condiții identice ele apar diferite atît ca sens cît și ca valoare. Variind în mod imprevizibil, ele au caracterul de variabile aleatoare.

Atît erorile sistematice cît și cele aleatoare pot proveni din oricare din sursele menționate anterior și, printr-un proces de generalizare, ele pot fi privite ca efecte ale unor mărimi de influență. Dacă mărimile respective sînt cuprinse în modelul admis și au un caracter determinist, conducînd la deviații constante sau lent variabile în cadrul unor măsurări repetate, atunci efectele lor sînt erori sistematice. Dimpotrivă, dacă asemenea mărimi fluctuează întîmplător și rapid, influența lor neputînd fi evaluată decît în sens probabilist, ele determină erori aleatoare.

Se poate observa din cele arătate că separarea în cele două categorii are în principal un caracter metodologic, măsurările fiind în general afectate de ambele tipuri de erori. Erorile sistematice pot fi în multe cazuri evidențiate prin analiza procesului de măsurare, fiind posibilă determinarea lor prin calcule sau procedee experimentale, pe cînd cele aleatoare pot fi numai estimate pe baza unor măsurări repetate.

Modul în care aceste erori afectează rezultatele măsurării poate fi reprezentat sugestiv prin analogie cu imaginea obținută în urma tragerii la țintă, din figura 2.2, *a*, *b* și *c*.

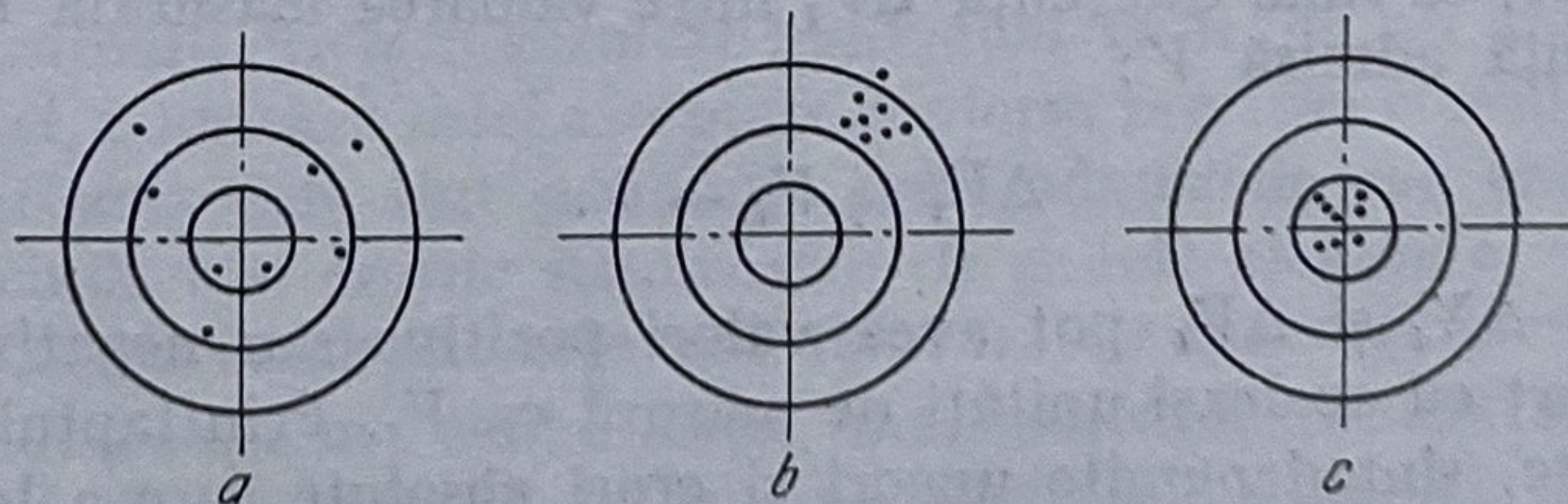


Fig. 2.2. Reprezentarea rezultatelor măsurării prin analogia cu tragerea la țintă:  
*a* — *justețe*; *b* — *repetabilitate*; *c* — *precizie*.



Imaginea din figura 2.2, *a* corespunde unor măsurări afectate numai de erori aleatoare, calitatea unei asemenea categorii de măsurări fiind denumită **justețe**. Măsurările ale căror rezultate sînt afectate numai de erori sistematice conduc la rezultate grupate ca în figura 2.2, *b*, calitatea respectivă fiind aceea de **repetabilitate**. În figura 2.2, *c* este reprezentată imaginea unei măsurări de precizie ridicată, însumînd atît justețe cît și repetabilitate. În acest caz, atît erorile sistematice cît și cele aleatoare sînt reduse, ceea ce conduce la un interval restrîns de grupare a rezultatelor în jurul valorii reale (incertitudinea măsurării este mică).

● **Erorile grosiere** sînt acelea ale căror valori conduc la denaturări ale rezultatelor, făcîndu-le să difere apreciabil de cele obținute prin măsurări similare. Ele sînt denumite și **inadmisibile**, întrucît rezultatele afectate de asemenea erori nu pot fi luate în considerare. Erorile grosiere pot proveni din funcționări defectuoase ale aparatelor, aplicarea greșită a metodelor de măsurare, citirea eronată a indicațiilor de către operator etc. Sursele acestor erori sînt deci greșeli care apar în elaborarea sau în desfășurarea procesului de măsurare și ele pot fi evitate prin pregătire și control atent. Chiar dacă apar astfel de erori inadmisibile, ele pot fi detectate și eliminate rezultatele respective. Sînt însă situații în care caracterul inadmisibil al unei erori este mai dificil de observat, întrucît în anumite condiții de precizie mai redusă ea poate fi pe deplin acceptabilă. În asemenea situații, este necesar să se recurgă la teste statistice speciale pentru depistarea și eliminarea rezultatelor afectate de erori inadmisibile.

● **Eroarea reală** a unei măsurări individuale se numește diferența  $\Delta X_i$  între valoarea măsurată  $V_i$  și valoarea reală sau adevărată  $X$  a mărimii respective:

$$\Delta X_i = V_i - X. \quad (2.1)$$

Întrucît valoarea reală  $X$  nu poate fi cunoscută (cu excepția situațiilor în care valoarea respectivă este de natură primară, dată prin definiție sau decurgînd dintr-un postulat), înseamnă că nici eroarea reală  $\Delta X_i$  nu poate fi determinată cu relația (2.1).

În calculul practic al erorilor, în locul lui  $X$  se ia o valoare de referință  $V$ , astfel aleasă încît să fie cît mai apropiată de valoarea reală. Valoarea de referință are un caracter convențional și se numește uneori *valoare reală convențională*. Ea poate rezulta din aplicarea unei metode mai perfecționată decît în cazul măsurării individuale considerate, poate fi valoarea medie a mai multor măsurări asupra aceleiași mărimi, sau se poate adopta pe baza altor informații care atestă apropierea de  $X$ .

● Pe această bază se poate defini **eroarea convențională** a unei măsurări individuale, ca fiind diferența  $\Delta V_i$  între valoarea măsurată  $V_i$  și valoarea de referință admisă  $V$ :

$$\Delta V_i = V_i - V. \quad (2.2)$$

● Erorile  $\Delta X_i$  și  $\Delta V_i$  pot avea valori pozitive sau negative și se exprimă în raport cu aceleași unități de măsură ca  $V_i$ . Prin faptul că au asociată o unitate, sînt denumite uneori și **erori absolute** spre a le diferenția de cele relative care se vor defini mai departe. Ele sînt utile pentru a aprecia comparativ calitatea mai multor măsurări efectuate asupra aceleiași mărimi,



dar nu pot constitui un indicator al preciziei unei metode de măsurare în sine, întrucât valorile lor numerice nu conțin nici o informație asupra valorii măsurate.

De exemplu, a spune că erorile convenționale pentru două măsurări de lungime sînt de 1 mm, fără a indica valorile celor două lungimi măsurate lasă sub o totală incertitudine precizia cu care au fost efectuate determinările. Astfel, dacă eroarea de 1 mm a fost comisă în cazul unei lungimi de 10 000 mm se poate aprecia că măsurarea este foarte bună, pe cînd dacă aceeași eroare a fost comisă la o lungime de numai 5 mm, desigur că măsurarea este de slabă calitate, eroarea fiind de același ordin de mărime ca valoarea măsurată.

În scopul obținerii unei expresii a erorii care să înglobeze informația și cu privire la valoarea măsurată s-a introdus noțiunea de *eroare relativă*.

● **Eroarea relativă** reală sau convențională a unei măsurări individuale se definește ca raportul între eroarea reală  $\Delta X_i$  și valoarea adevărată  $X$ , respectiv între eroarea convențională  $\Delta V_i$  și valoarea de referință  $V$ :

$$\Delta X_{ir} = \frac{\Delta X_i}{X} = \frac{V_i - X}{X}; \quad (2.3)$$

$$\Delta V_{ir} = \frac{\Delta V_i}{V} = \frac{V_i - V}{V}. \quad (2.4)$$

Erorile relative fiind niște rapoarte, sînt exprimate prin numere fără dimensiune.

Erorile relative permit compararea a două măsurări, chiar dacă ele nu se referă la aceeași valoare măsurată. Spre exemplu, prin intermediul erorilor relative rezultă imediat că dintre cele două măsurări cu aceeași eroare absolută menționate în exemplul precedent prima este de o precizie mult mai bună.

Datorită acestor avantaje, erorile relative, atunci cînd se pot stabili și unele reguli de variație a lor în funcție de măsurand, pot fi folosite pentru aprecieri globale asupra preciziei unei anumite metode de măsurare. De exemplu, dacă se știe că eroarea absolută variază proporțional cu valoarea măsurandului eroarea relativă este constantă și poate fi utilizată pentru evaluarea preciziei în întreg domeniul pe care se poate aplica metoda respectivă. Pentru alte metode fiind cunoscut faptul că eroarea relativă variază invers proporțional cu valoarea măsurandului, se deduce că eroarea absolută este constantă și de asemenea se poate evalua precizia măsurărilor în domeniul admis.

● În practică, problema erorilor se pune adesea în sensul de a putea alege o metodă pentru care să se poată cunoaște aprioric precizia pentru orice măsurări efectuate în domeniul de aplicație. Aceasta înseamnă că aceea dintre erori, fie cea absolută, fie cea relativă, care pentru metoda considerată se menține constantă, trebuie să fie dată ca o valoare limită. În acest mod, eroarea corespunzătoare oricărui rezultat individual va fi, cu un grad de certitudine acceptabil, inferioară celei așteptate conform preciziei considerate. Erorile definite pe această cale sînt denumite **erori admisibile** sau **erori tolerate** și ele pot să includă atît erorile sistematice cît și cele aleatoare, avînd valorile maxime posibile în condițiile cele mai defavorabile de compunere a lor.

Eroarea admisibilă are semnificația unui indicator cantitativ al preciziei. Într-adevăr, dacă este cunoscută eroarea admisibilă absolută  $\Delta X_{ad}$  care satisface condiția  $\Delta X_i \leq \Delta X_{ad}$  pentru oricare măsurare individuală al cărei



rezultat este  $V_i$ , intervalul în care se află valoarea reală  $X$  a mărimii măsurate este determinat cu probabilitate 1, conform relației:

$$X \in [V_i - \Delta X_{ad}, V_i + \Delta X_{ad}]. \quad (2.5)$$

Această relație apare în literatură și sub alte forme:

$$V_i - \Delta X_{ad} \leq X \leq V_i + \Delta X_{ad}, \quad (2.5')$$

sau

$$X = V_i \pm \Delta X_{ad}. \quad (2.5'')$$

Erorile admisibile sînt normate, pentru aparatele de măsurat sau metodele la care se referă, sub forma de erori admisibile raportate la domeniu (definind, așa cum se va vedea în paragraful 2.3, clasa de precizie). Trecerea de la normarea sub formă de eroare admisibilă relativă la aceea pentru eroarea admisibilă absolută se efectuează ușor, conform relațiilor (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) și cunoscînd legile lor de variație în domeniul considerat.

● O altă noțiune care se definește în legătură cu erorile de măsurare este **corecția**. Valoarea măsurată  $V_i$  poate fi ameliorată dacă se pot determina ca valoare și semn anumite erori cum sînt, de exemplu, unele erori sistematice. În aceste condiții, corecția  $C$  se definește prin valoarea cu semn schimbat a erorilor cunoscute  $\Delta V$ :

$$C = -\Delta V. \quad (2.6)$$

Valoarea corectată  $V_c$  se deduce prin adunarea corecției  $C$  la valoarea măsurată  $V_i$ :

$$V_c = V_i + C. \quad (2.7)$$

### 2.2.3. Analiza și evaluarea erorilor sistematice

Evaluarea erorilor sistematice în ansamblul lor pe baza unei metodologii generale nu este posibilă, întrucît ele nu pot fi estimate numai prin prelucrări asupra rezultatelor măsurărilor obținute printr-o anumită metodă, ci necesită informații suplimentare. Ca urmare, numai o analiză atentă a procesului de măsurare, a modelului admis pentru acesta, în care sînt implicate obiectul, metoda, aparatul și condițiile de măsurare, permite identificarea unor surse de erori cu caracter sistematic. Prin cunoașterea completă a modelului, a limitelor sale, se pot depista și cauzele principale ale erorilor sistematice, permițînd cel puțin în parte deducerea lor prin calcul. În alte situații, cînd analiza teoretică este prea complicată sau incompletă, anumite erori sistematice pot fi obținute pe cale experimentală, utilizînd metode și aparate mai perfecționate și un control mai riguros al condițiilor de experimentare.

● **Erorile sistematice de metodă** sînt dintre cele mai importante, ele datorîndu-se unor simplificări sau aproximări introduse pentru comoditate, sau imposibilităților practice de realizare a condițiilor ideale care, în mod teoretic, asigură efectuarea măsurării fără erori.

Un exemplu simplu de eroare sistematică de metodă îl constituie măsurarea tensiunii electromotoare a unei surse de curent continuu cu voltmetrul, conform schemei din figura 2.3.



În măsurările uzuale, valoarea  $U$  citită pe scara voltmetrului se consideră că reprezintă tensiunea electromotoare  $E$ . În eroarea totală, care face ca valoarea măsurată  $U$  să difere de cea reală  $E$ , există și o componentă sistematică a cărei influență se manifestă prin aceea că  $U$  va fi totdeauna mai mică decât  $E$ . Într-adevăr, ținând seama de rezistența electrică a sursei, a voltmetrului și a firelor de legătură, se poate scrie:

$$E = (R_i + R_l + R_v) I \quad (2.8)$$

și, făcînd abstracție de alte erori:

$$U = R_v I. \quad (2.9)$$

Împărțind relațiile precedente, se deduce:

$$U = \frac{R_v}{R_i + R_l + R_v} E. \quad (2.10)$$

Factorul care multiplică pe  $E$  fiind subunitar, rezultă evident că totdeauna  $U < E$ . Dacă se cunosc valorile rezistențelor  $R_i$ ,  $R_v$ ,  $R_l$ , eroarea sistematică comisă prin aplicarea acestei metode poate fi riguros calculată prin relația:

$$\Delta E = U - E = - \frac{R_i + R_l}{R_i + R_l + R_v} E. \quad (2.11)$$

Deci, pentru a avea un rezultat care să reprezinte mai corect valoarea reală a tensiunii electromotoare, la indicația voltmetrului trebuie adăugată corecția  $C = -\Delta U$  dedusă din relația (2.11).

Justificarea aproximării  $U \cong E$  rezidă în faptul că în practică  $R_i + R_l \ll R_v$ , ceea ce înseamnă că în condițiile alegerii corespunzătoare a voltmetrului — cu rezistența  $R_v$  foarte mare — eroarea  $\Delta U$  este foarte redusă și poate fi neglijată.

Relația (2.11) arată caracterul sistematic al erorii  $\Delta U$ , ea fiind determinată ca semn de însuși principiul metodei, iar ca valoare de mijloacele folosite și de corelarea lor cu obiectul măsurării ( $R_v$  și  $R_l$ , respectiv  $R_i$ ).

Pe de altă parte, această eroare sistematică are caracterul unei erori de interacțiune, ea arată modul în care aparatul de măsurat influențează obiectul măsurării. Din punct de vedere fizic, eroarea susmenționată trebuie pusă în legătură cu puterea necesară deplasării echipajului mobil al voltmetrului care, în lipsa unei surse de putere exterioară, este preluată de la mărimea de măsurat.

Din relația (2.11) se pot desprinde și precauțiunile ce trebuie luate pentru a menține eroarea  $\Delta U$  la valori reduse, care să permită utilizarea directă a valorii măsurate  $U$ , fără a mai fi corectată. Rezultă că *erorile sistematice identificabile* pot fi și *controlabile* în anumite cazuri și astfel limitate la valori admisibile.

● Alături de erorile sistematice de metodă, aparatele utilizate pot fi surse de erori, avînd un caracter similar.

**Erorile sistematice de aparat** se datorează în principal unor imperfecțiuni constructive sau de etalonare. Pentru exemplificarea erorilor sistematice de

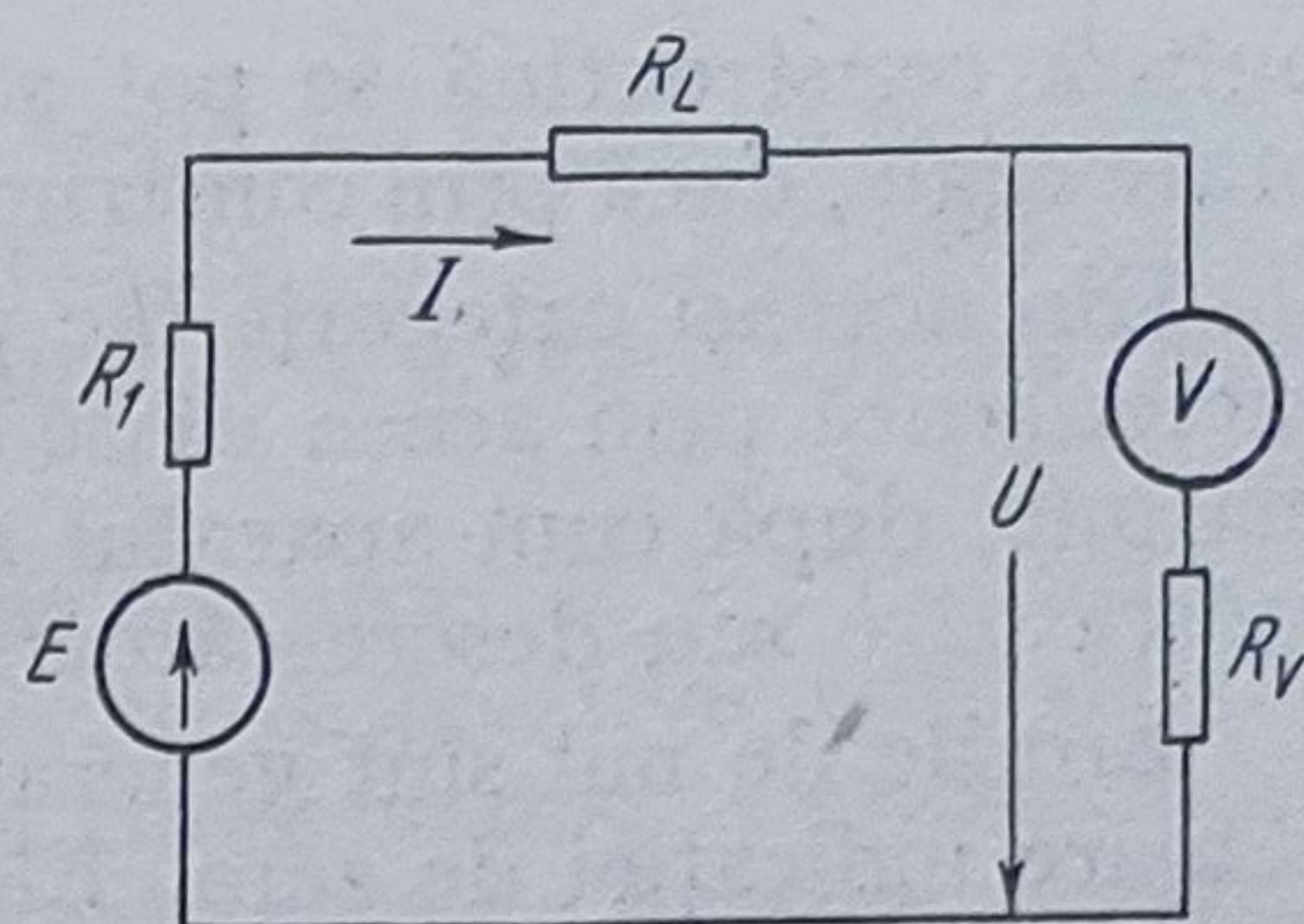


Fig. 2.3. Schema măsurării unei tensiuni electromotoare cu voltmetrul.



natură constructivă se pot semnala cele care apar în cazul unei balanțe cu brațe egale, dacă prin construcție există o mică diferență de lungime a brațelor.

Din aceeași categorie fac parte erorile provocate de histerezis, care se caracterizează prin aceea că se obțin valori sistematic diferite pentru o aceeași mărime, după cum aparatul atinge starea de echilibru respectivă prin valori crescătoare sau descrescătoare.

Erorile de nul sînt generate de deplasări ale stării de echilibru corespunzătoare indicației de zero. Ele au un caracter aditiv și se propagă pe întreg domeniul pentru care este construit aparatul.

Există multe alte tipuri de erori sistematice de aparat, dată fiind diversitatea de caracteristici funcționale și constructive ale elementelor care intră în componența aparatelor de măsurat și traductoarelor. Ele se determină, de regulă, experimental prin verificarea corectă și repetată a aparatelor. Ca urmare a acestor operații se fac reetalonări, sau se stabilesc curbe și tabele de corecții ce trebuie avute în vedere în funcție de domeniul de utilizare.

● Este de subliniat și un alt aspect al **erorilor sistematice**, atît al celor de metodă cît și al celor de aparat și anume: unele sînt **constante**, iar altele **variabile**. De exemplu, eroarea sistematică de deplasare a zeroului și, într-o oarecare măsură, cea de histerezis, sînt erori sistematice absolute constante. În schimb eroarea  $\Delta U$  la măsurarea tensiunii cu voltmetrul crește cu valoarea măsurandului  $E$ .

Determinarea erorilor sistematice variabile este posibilă atunci cînd prin identificare se cunoaște corelația cu factorii care le provoacă, iar aceștia sînt controlabili.

● **Erorile sistematice cu caracterul cel mai complex**, mai dificil de prins în calcule și chiar de evaluat experimental sînt *cele provocate de mărimile de influență externe sau interne*. Dificultățile care apar în determinarea acestor erori sînt generate de faptul că deși principial sînt identificate ca sistematice, nu pot fi stăpînite, întrucît cauzele care le produc nu sînt controlabile.

Pentru ilustrarea modului în care un factor perturbator extern — variația de temperatură a mediului — face să apară o eroare sistematică, se poate considera cazul măsurării temperaturii cu un termocuplu. Tensiunea electromotoare  $E_{T_c}$  furnizată de acesta depinde de temperatura de măsurat  $\theta$  conform relației:

$$E_{T_c} = K_{T_c} (\theta - \theta_0), \quad (2.12)$$

unde  $K_{T_c}$  este sensibilitatea termocuplului (presupusă constantă), iar  $\theta_0$  este temperatura capetelor libere care, atunci cînd nu este prevăzută termostatarea, este temperatura mediului. Se poate observa din relația precedentă că valori  $\theta'_0$  ale temperaturii mediului, altele decît cele pentru care s-a făcut etalonarea, conduc la valori eronate ale tensiunii termoelectromotoare. Cu alte cuvinte, variații  $\Delta\theta_0 = \theta'_0 - \theta_0$  fac să varieze tensiunea  $E_{T_c}$  fără ca temperatura de măsurat  $\theta$  să fi variat. Rezultă eroarea sistematică

$$\Delta E_{T_c} = - K_{T_c} \Delta\theta_0. \quad (2.13)$$

Din relația (2.13) reiese că  $\Delta E_{T_c}$  este de natura unei erori sistematice variabile. Admițînd că variațiile  $\Delta\theta_0$  ar putea fi prestabilite — eventual dintr-o relație de dependență cu măsurandul ca în cazul erorii  $\Delta U$  — ar rezulta că eroarea  $\Delta E_{T_c}$  este determinată atît ca semn cît și ca valoare. În realitate,



variația temperaturii mediului  $\Delta\theta_0$  este independentă de  $\theta$  și este imprevizibilă (aleatoare). Ca urmare, pentru a stabili valoarea erorii  $\Delta E_T$ , este necesară, ca informație suplimentară, cunoașterea simultană a temperaturii reale a mediului  $\theta'_0$  pe baza căreia să se poată deduce  $\Delta\theta_0$ .

Adesea evaluarea și compensarea unor asemenea erori se face automat, introducând în schema aparatului sau traductorului dispozitive speciale de măsurare a mărimilor perturbatoare (de exemplu, compensarea la termocuplu se face cu o punte avînd într-un braț o termorezistență ce dezechilibrează, puntea în funcție de variațiile de temperatură ale mediului).

Din cele arătate, rezultă că variațiile aleatoare ale cauzelor anumitor erori sistematice nu permit evaluarea lor în forma prezentată la erorile sistematice de metodă (sînt identificabile, dar nu sînt direct controlabile).

Există și situații mai complexe în care din analiza teoretică a procesului de măsurare nu pot fi identificate (ușor) sursele anumitor erori sistematice deși ele pot fi deduse prin prelucrarea rezultatelor sau prin compararea acestora cu măsurări mai precise. Pentru astfel de erori sistematice care nu sînt controlabile, evaluarea se face prin metode statistice, estimîndu-se intervale în care ele pot fi localizate cu o probabilitate satisfăcătoare. În mod uzual, se definesc aceste intervale sub forma  $[-\Delta_s, +\Delta_s]$ , admițîndu-se că erorile pot lua orice valoare, dar numai în interiorul acestui interval, probabilitatea de a lua valori în exterior fiind foarte redusă. Aceasta corespunde unei funcții de densitate de repartiție de probabilitate uniformă (rectangulară). Pe baza unor astfel de considerente, insuficient justificate teoretic, dar utile și acceptabile pentru practică, semnificația de *eroare sistematică* trebuie privită în sensul că la repetarea măsurărilor, în aceleași condiții, ele nu vor depăși intervalul admis.

● Față de cele expuse rezultă că, din punctul de vedere al modului în care sînt evaluate, erorile sistematice pot fi grupate în:

— **erori sistematice controlabile**, ale căror valori pot fi deduse pe cale teoretică sau experimentală. Prin alegerea adecvată a metodei, aparatului și condițiilor, ele pot fi reduse adesea la valori minime acceptabile. În cazul cînd aceasta nu este posibil, se efectuează **corecții** prin calcul sau automat;

— **erori sistematice necontrolabile**, ale căror valori nu pot fi stabilite cu certitudine, ci numai prin încadrarea într-un interval dat. Aceste erori, în principiu, nu pot fi corectate și ele sînt cele care definesc precizia referitoare la erorile sistematice (de exemplu pe baza lor se exprimă clasa de precizie a unui aparat de măsurat).

#### 2.2.4. Analiza și prelucrarea rezultatelor în scopul evaluării erorilor aleatoare

Presupunînd că s-au luat precauțiunile necesare pentru ca erorile sistematice controlabile să fie neglijabile, la efectuarea unui șir de măsurări asupra unei mărimi, în aceleași condiții, rezultatele obținute pot diferi sensibil (mai mult decît intervalul determinat de erorile sistematice necontrolabile). Se pot admite drept cauze fie fluctuații ale măsurandului, fie variații aleatoare rapide ale unor mărimi de influență. Prin valorile diferite și imprevizibile ale rezultatelor nu mai apare interesantă analiza detaliată a procesului de măsurare, ci mai degrabă o tratare globală a lor ca procese aleatoare.



Avînd în vedere relația  $V_i = X + \Delta X_i$ , în care valoarea reală  $X$  este constantă, eroarea  $\Delta X_i$  este aceea care prezintă caracterul aleator. Ca urmare, erorile aleatoare pot fi caracterizate numai sub formă probabilistă prin intermediul funcțiilor de repartiție de probabilitate.

Prin cunoașterea funcțiilor de repartiție problema este rezolvată, în sensul că ele permit deducerea probabilităților cu care erorile aleatoare se pot situa între anumite limite. Determinarea completă a funcțiilor de repartiție, atît ca tip cît și ca valori ale parametrilor caracteristici, se obține pe baza prelucrării prin metode statistice a rezultatelor unui număr mare de măsurări.

În calculul erorilor întîmplătoare la măsurările directe<sup>1</sup> se pornește prin aplicarea *metodei selecției*, care constă în gruparea valorilor  $V_1, V_2, \dots, V_k$ , obținute din  $n$  măsurări asupra mărimii  $X$ . Numărul de măsurări cu aceeași valoare se numește *frecvența absolută*, iar suma frecvențelor absolute pentru toate rezultatele formează *volumul selecției*.

Deoarece sub forma lor brută rezultatele măsurărilor constituie o mulțime neordonată de valori, pentru o mai ușoară interpretare se reprezintă grafic printr-o *histogramă* sau *poligon de frecvențe*. În abscisă se trece domeniul de variație a rezultatelor împărțit în *intervale elementare* de aceeași lungime  $\Delta$ , numite *intervale de grupare* sau *de clasă*. Lungimea intervalului de grupare se calculează cu ajutorul formulei lui Sturges:

$$\Delta = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{1 + 3,22 \lg n}. \quad (2.14)$$

Întrucît în majoritatea cazurilor  $\Delta$  rezultă ca un număr fracționar se rotunjește în funcție de numărul de cifre semnificative pentru  $V_{\max} - V_{\min}$ . Astfel, axa absciselor apare gradată în intervale  $i\Delta$ . Axa ordonatelor servește pentru reprezentarea repartiției frecvențelor absolute.

Dacă  $n_i$  reprezintă frecvența absolută a rezultatelor ce se grupează în intervalul  $(V_m + i\Delta, V_m + (i+1)\Delta]$ , atunci repartiția acestei frecvențe se reprezintă prin dreptunghiul avînd ca bază acest interval și aria proporțională cu frecvența absolută  $n_i$ . Un exemplu de histogramă este dat în figura 2.4.

În cazul în care frecvențele absolute sînt prea mari și deci incomod de reprezentat grafic, se înlocuiesc cu frecvențe relative, care pot fi calculate cu

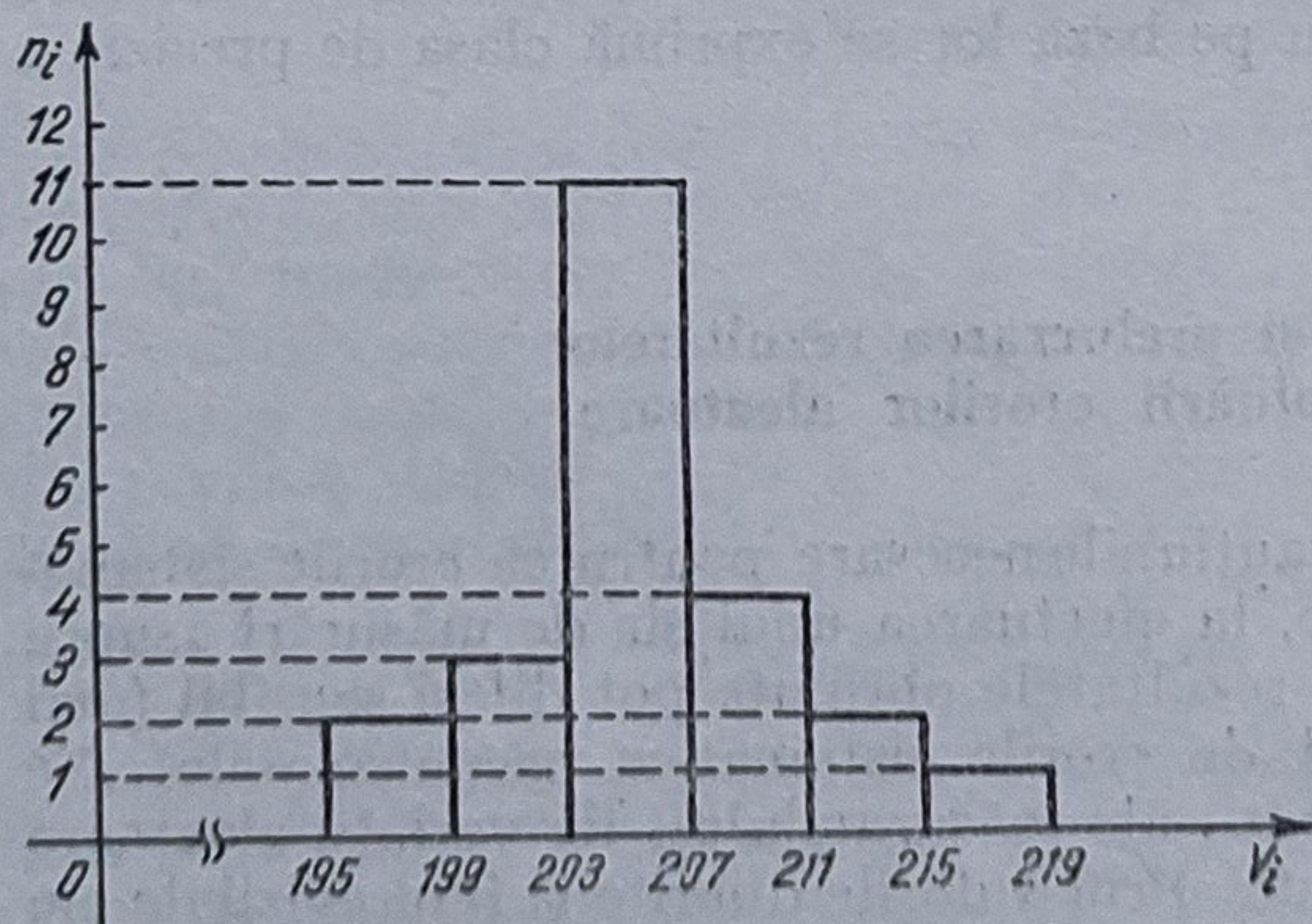


Fig. 2.4. Exemplu de histogramă;  
 — valorile măsurate: 205; 197; 211;  
 209; 202; 205; 204; 206; 195; 213;  
 199; 201; 205; 204; 207; 203; 208;  
 203; 207; 215; 206; 205; 204;  
 — intervalul de grupare:  $\Delta = 4$ ;  
 — modul de grupare:  $V_m +$   
 $+ i\Delta < V_i \leq V_m + (i+1)\Delta$ .

<sup>1</sup> Pentru ușurința expunerii se admite că erorile sistematice au fost eliminate.



relația  $f_i = \frac{n_i}{n}$ , unde  $n_i$  este frecvența absolută corespunzătoare și  $n$  volumul selecției. Dacă ariile dreptunghiurilor relative se iau egale cu frecvențele relative, atunci aria totală a histogramei este egală cu unitatea ( $\sum_{i=1}^h n_i = n$ ).

Frecvențele relative  $f_i$  pot fi interpretate ca estimări empirice ale probabilității ca rezultatul să se afle în intervalul  $[(V_m + i\Delta; V_m + (i+1)\Delta]$ .

Cînd intervalele  $[i\Delta, (i+1)\Delta]$  sînt mici și numeroase, histograma poate fi înlocuită cu o curbă de repartitie a frecvențelor, care se trasează în așa fel încît porțiunile din dreptunghiurile elementare rămase în afara curbei să se compenseze cu cele cuprinse sub curbă, dar care se află în exteriorul histogramei. Dacă se unesc prin segmente de dreaptă mijloacele laturilor superioare ale dreptunghiurilor care formează histograma frecvențelor absolute, se obține poligonul de frecvențe.

Șirul rezultatelor  $V_1, V_2, \dots, V_k$ , ordonate în sens crescător, formează așa-numita *serie variațională* încadrată de o valoare minimă  $V_m$  și alta maximă  $V_M$ . Diferența dintre valorile extreme ale seriei poartă denumirea de *amplitudine de selecție*  $R = V_M - V_m$ .

Pe baza histogramei sau a poligonului de frecvențe se pot calcula valorile funcției empirice de repartitie  $F_n(X)$ , corespunzătoare selecției de volum  $n$ :

$$F_n(X) = \begin{cases} 0, & \text{pentru } X \leq V_m; \\ \frac{n_i}{n}, & \text{pentru } V_m + i\Delta < X \leq V_m + (i+1)\Delta; \\ 1, & \text{pentru } X > V_M. \end{cases} \quad (2.15)$$

Gruparea și reprezentarea grafică a repartitiei frecvențelor de apariție a rezultatelor constituie o primă etapă în analiza erorilor întâmplătoare. Urmează apoi prelucrarea statistică a acestor repartiții în vederea obținerii unor valori tipice de selecție ca: *media aritmetică*, *modul*, *mediana*, *eroarea medie pătratică*, *eroarea medie absolută* etc., care reprezintă indicatori sintetici esențiali pentru evaluarea acestor erori.

● Înainte de a trece la definirea și modul de calcul al valorilor tipice menționate se vor enunța cîteva **postulate generale** valabile pentru repartițiile empirice și care apoi vor fi utilizate și în deducerea repartițiilor teoretice:

1. Rezultatele erorilor sînt afectate în mod inerent de erori întâmplătoare.
2. Cauzele care provoacă apariția erorilor întâmplătoare sînt independente între ele (procese aleatoare necorelate).
3. Probabilitatea de apariție a erorilor pozitive este egală cu probabilitatea de apariție a erorilor negative.
4. Probabilitatea de apariție a erorilor mici (în valoare absolută) este mai mare decît probabilitatea de apariție a erorilor mari.

● **Media aritmetică** a valorilor obținute dintr-un șir de  $n$  măsurări, în care rezultatul  $V_1$  apare de  $n_1$  ori,  $V_2$  de  $n_2$  ori, ...  $V_k$  de  $n_k$  ori, astfel că  $\sum_{i=1}^k n_i = n$ , este dată de expresia:

$$m_v = \sum_{i=1}^k \frac{n_i V_i}{n} = \sum_{i=1}^k f_i V_i. \quad (2.16)$$



Relația (2.16) exprimă media aritmetică pentru date grupate. Dacă în cele  $n$  măsurări fiecare valoare  $V_i$  apare o singură dată, atunci rezultă media aritmetică pentru date negrupate care se calculează cu formula obișnuită:

$$m_v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i. \quad (2.16')$$

Media aritmetică prezintă o importanță deosebită în calculul erorilor, întrucât datorită proprietăților pe care le posedă se alege în mod curent ca mărime de referință. Aceste proprietăți pot fi formulate astfel:

a) *Media aritmetică dedusă din valori egale este totdeauna egală cu valoarea acestora.*

Într-adevăr, dacă  $V_1 = V_2 = \dots = V_n = V_0$ :

$$m_v = \sum_{i=1}^n V_0 = V_0. \quad (2.17)$$

b) *Suma abaterilor valorilor măsurate  $V_i$  de la media aritmetică  $m_v$  este egală cu zero.*

Se observă că aceste abateri reprezintă erorile convenționale în cazul în care se alege ca referință media aritmetică. Ele se mai numesc și *erori aparente* sau *reziduale*.

$$\sum_{i=1}^k f_i \Delta V_i = \sum_{i=1}^k f_i (V_i - m_v) = \sum_{i=1}^k f_i V_i - m_v = 0. \quad (2.18)$$

c) *Suma pătratelor abaterilor valorilor măsurate  $V_i$  de la media aritmetică  $m_v$  este mai mică decât suma pătratelor abaterilor față de orice altă valoare de referință  $V$ .*

Pornind de la relațiile precedente se poate scrie:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k f_i (V_i - V)^2 &= \sum_{i=1}^k f_i [(V_i - m_v) - (V - m_v)]^2 = \sum_{i=1}^k f_i (V_i - m_v)^2 - \\ &- 2(V - m_v) \sum_{i=1}^k f_i (V_i - m_v) + (V - m_v)^2 \sum_{i=1}^k f_i. \end{aligned}$$

Ținînd seama de (2.18) rezultă:

$$\sum_{i=1}^k f_i (V_i - V)^2 = \sum_{i=1}^k f_i (V_i - m_v)^2 + (V - m_v)^2, \quad (2.19)$$

adică tocmai proprietatea enunțată.

Sub o altă formă, aceasta se exprimă și prin satisfacerea condiției:

$$\sum_{i=1}^k f_i (V_i - V)^2 = \min \quad (2.20)$$

pentru  $V = m_v$ .



Într-adevăr, egalînd cu zero prima derivată în raport cu  $V$  a expresiei (2.20) se obține:

$$V = \sum_{i=1}^k f_i V_i = m_v. \quad (2.21)$$

d) Dacă la fiecare rezultat  $V_i$  se adună sau se scade o valoare constantă  $V_0$  rezultînd  $V'_i = V_i \pm V_0$ , atunci media aritmetică  $m'_v$ , calculată cu datele modificate va fi mai mare, respectiv mai mică decît media aritmetică  $m_v$  cu valoarea  $V_0$ .

Înlocuind în relația de definiție a mediei aritmetice, se deduce:

$$m'_v = \sum_{i=1}^k f_i V'_i = \sum_{i=1}^k f_i (V_i \pm V_0) = \sum_{i=1}^k f_i V_i \pm V_0 \sum_{i=1}^k f_i \quad (2.22)$$

și deci:

$$m'_v = m_v \pm V_0.$$

Se poate observa ușor că proprietățile expuse se mențin identice și în cazul cînd se operează cu date negrupate.

e) Pentru un șir foarte mare de măsurări,  $n \rightarrow \infty$ , valoarea medie  $m_v$  tinde către valoarea reală  $X$  a mărimii măsurate.

Reluînd relațiile care definesc erorile reale și aparente:

$$\Delta X_i = V_i - X,$$

$$\Delta V_i = V_i - m_v,$$

prin scădere rezultă:

$$\Delta X_i = \Delta V_i + (m_v - X). \quad (2.23)$$

Sumînd (2.23) de la 1 la  $k$ , se obține:

$$\sum_{i=1}^k f_i \Delta X_i = \sum_{i=1}^k f_i \Delta V_i + k(m_v - X). \quad (2.24)$$

Presupunînd pentru simplitate că rezultatele sînt negrupate și ținînd seama de proprietatea b,  $\sum_{i=1}^k f_i \Delta V_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta V_i = 0$ , relația (2.24) devine:

$$\sum_{i=1}^n \Delta X_i = n(m_v - X), \quad (2.25)$$

de unde:

$$m_v = X + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i \quad (2.26)$$



Întrucît potrivit cu postulatul 3 erorile întîmplătoare  $\Delta X_i$ , pentru un număr foarte mare de măsurări,  $n \rightarrow \infty$ , apar egal distribuite cu semnul plus și cu semnul minus, la limită eroarea medie aritmetică  $\delta$  tinde la zero:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i = 0 \quad (2.27)$$

și atunci:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} m_v(n) = X, \quad (2.28)$$

ceea ce demonstrează proprietatea enunțată.

Proprietățile  $c$  și  $e$  ale mediei aritmetice justifică de ce ea este considerată valoarea care se apropie cel mai mult de cea reală și prin urmare este indicată a se alege ca valoare de referință.

● **Mediana de selecție**  $M_e$  reprezintă acea valoare a mărimii măsurate care împarte întregul șir de rezultate, dispuse în ordine crescătoare, în două părți egale.

Dacă se dispune de un număr impar de rezultate  $n = 2p + 1$ , atunci mediana de selecție coincide cu elementul de rang  $p + 1$ .

Atunci cînd numărul de rezultate este par  $n = 2p$  nu există o valoare care să fie centrală și ca urmare mediana este dată de media aritmetică a rezultatelor de rang  $p$  și  $p + 1$ .

● **Modul de selecție sau dominantă**  $M_0$  se numește acea valoare a rezultatelor căreia îi corespunde frecvența maximă (valoarea maximă din graficul repartiției).

Dacă o repartiție are un singur maxim se numește *unimodală*, iar dacă are mai multe se numește *plurimodală*.

Legătura între media aritmetică, mediană și mod, se exprimă aproximativ cu ajutorul următoarei relații:

$$M_0 \cong 3 M_e - 2 m_v. \quad (2.29)$$

● **Dispersia de selecție**  $\mu^2$  se exprimă prin valoarea medie a pătratelor erorilor aparente:

$$\mu^2 = M_n(\Delta V_i^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta V_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - m_v)^2. \quad (2.30)$$

Dispersia de selecție indică sintetic modul cum se grupează rezultatele în jurul valorii medii. Ea servește de asemenea pentru obținerea unei estimări a *dispersiei reale sau teoretice*, definită ca media pătratelor abaterilor față de valoarea reală  $X$ :

$$D(X) = \sigma^2 = M(\Delta X_i^2) = M[(V_i - X)^2]. \quad (2.31)$$

Operatorul  $M$  are semnificația medierii pe întreaga colectivitate de selecții (adică pe întreg ansamblul de realizări ale variabilei aleatoare,  $n \rightarrow \infty$ ).

● Considerînd un număr  $n$  suficient de mare, dar finit, de măsurări, se poate obține o **estimatie**  $\hat{\sigma}$  a dispersiei reale  $\sigma$ , sub o formă similară cu cea de selecție:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - X)^2. \quad (2.32)$$



Între estimația dispersiei  $\hat{\sigma}$  reale și cea de selecție  $\mu$  se poate stabili o legătură, observînd că relația (2.32) se poate scrie și sub forma:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(V_i - m_v) + (m_v - X)]^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\Delta V_i + (m_v - X)]^2. \quad (2.33)$$

Dezvoltînd paranteza se deduce:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta V_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \Delta V_i (m_v - X) + (m_v - X)^2. \quad (2.34)$$

Dar, conform cu proprietatea  $b$  a mediei aritmetice, suma erorilor aparente este nulă,  $\sum_{i=1}^n \Delta V_i = 0$ , astfel că relația (2.33) devine:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta V_i^2 + (m_v - X)^2. \quad (2.35)$$

Înlocuind pe  $m_v$  cu (2.16) și ținînd cont de (2.30), rezultă:

$$\hat{\sigma}^2 = \mu^2 + \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i - X \right)^2 = \mu^2 + \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - X) \right]^2 = \mu^2 + \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i \right)^2. \quad (2.36)$$

Ridicînd la pătrat se obține:

$$\hat{\sigma}^2 = \mu^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \Delta X_i \Delta X_j. \quad (2.37)$$

Ținînd seama de postulatul 3 și de proprietatea  $c$  a mediei aritmetice, pentru  $n$  suficient de mare se poate admite:

$$\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \Delta X_i \Delta X_j \cong 0.$$

Astfel, din (2.37) se găsește expresia estimației  $\hat{\sigma}$  în funcție de dispersia de selecție  $\mu$ :

$$\hat{\sigma}^2 \cong \mu^2 + \frac{1}{n} \hat{\sigma}^2, \quad (2.38)$$

sau

$$\hat{\sigma}^2 \cong \frac{n}{n-1} \mu^2.$$

$\hat{\sigma}$  și  $\mu$  sînt denumite și *eroare medie pătratică reală*, respectiv *aparentă*.

Înlocuind (2.30) în (2.38) se obține o formulă practică de calcul al estimației dispersiei reale pe baza erorilor aparente determinate dintr-un număr mare de măsurări:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta V_i^2. \quad (2.39)$$

Relația (2.39) se mai numește și *formula lui Bessel*.



● **Eroarea medie absolută de selecție** este dată de media diferențelor absolute între rezultatele care alcătuiesc selecția și valoarea reală a mărimii măsurate:

$$\theta = M(|V_i - X|) \text{ sau, pentru } n \text{ finit, } \theta_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |V_i - X|. \quad (2.40)$$

În locul valorii adevărate, care este de obicei necunoscută, se ia și în acest caz valoarea medie  $m_v$ , rezultînd:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |V_i - m_v|. \quad (2.41)$$

● **Concluzii.** Eroarea medie patratică  $\hat{\sigma}$  și eroarea medie absolută  $\hat{\theta}$  constituie principalii indicatori ai preciziei cu care se efectuează măsurările. Este de observat că  $\delta$ , media aritmetică a erorilor reale, nu poate da o informație asupra preciziei întrucît prin însumare se compensează erorile negative cu cele pozitive și astfel chiar dacă unele rezultate sînt afectate de erori importante ele nu se reflectă în valoarea lor medie, aceasta putînd să rezulte foarte redusă.

Eroarea medie patratică reprezintă indicatorul de precizie cel mai bun, în sensul că dacă  $\hat{\sigma}$  rămîne sub o anumită limită, această condiție este satisfăcută și de  $\hat{\theta}$ , deoarece  $\hat{\sigma} > \hat{\theta}$  așa cum se va vedea mai departe.

Pentru ca informația privind precizia să fie completă, așa cum s-a procedat la definirea erorilor relative, indicatorii de eroare menționați mai sus se raportează la media aritmetică  $m_v$  sau la valoarea reală  $X$  atunci cînd aceasta este cunoscută, rezultînd astfel erorile relative corespunzătoare, care se mai numesc și *coeficienți de variație*.

Trebuie precizat că din verificările practice a rezultat necesitatea calculării erorilor medii pe baza a cel puțin 20 de termeni ( $n \geq 20$ ), de regulă peste 50, pentru a putea avea semnificația atribuită prin definițiile și proprietățile menționate.

Repartițiile empirice se abat în general de la formele simetrice care ar trebui să rezulte în baza postulatului 3.

*Asimetria absolută* a curbelor de repartiție în raport cu centrul de grupare se obține conform relației:

$$A_s = m_v - M_0. \quad (2.42)$$

*Gradul de asimetrie*, sau *asimetria relativă*, rezultă din:

$$A_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i - m_v)^3}{n \hat{\sigma}^3}. \quad (2.43)$$

Valorile pozitive ale asimetriei indică deplasări către dreapta, iar cele negative deplasări, către stînga.



## 2.2.5. Funcțiile teoretice de repartiție și utilizarea lor în calculul erorilor întâmplătoare

Pornind de la postulatele erorilor aleatoare, enunțate în paragraful precedent, se poate obține expresia teoretică a funcției de repartiție normală descoperită de Gauss. Ea reprezintă principala funcție de repartiție pe care este fundamentată teoria erorilor de măsurare.

Considerînd că pentru  $n \rightarrow \infty$  erorile întâmplătoare pot fi reprezentate prin variabila aleatoare continuă  $\Delta$ , funcția de densitate de repartiție normală este de forma:

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.44)$$

Prin integrare rezultă funcția de repartiție de probabilitate normală

$$F(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\Delta} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi. \quad (2.45)$$

În figura 2.5 este reprezentată grafic funcția de densitate de repartiție normală, denumită și *clopotul lui Gauss*.

Din analiza relației (2.45) cît și a curbei din figura 2.5 se vede că densitatea de repartiție normală este complet determinată cunoscînd valoarea dispersiei  $\sigma$ , ceea ce justifică considerarea sa ca indicator de precizie.

Relația (2.39) arată posibilitatea practică de a obține dintr-un număr finit de măsurări estimării  $\hat{\sigma}$  ale dispersiei reale și astfel să se poată exprima — cu gradul de aproximare corespunzător acestor estimări — funcția teoretică de densitate de repartiție pentru măsurările respective.

Relația (2.44) permite trecerea la funcția de densitate de repartiție pentru rezultatele măsurării afectate de erori aleatoare:

$$p(V) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V - m_v)^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.46)$$

Se observă că, în acest caz, densitatea de repartiție este complet determinată dacă pe lîngă  $\sigma$  se cunoaște și  $m_v$ . Reprezentarea grafică este similară cu cea din figura 2.5, cu deosebirea că este centrată pe o paralelă la axa ordonatelor de abscisă  $m_v$ . Valoarea  $m_v$  trebuie dedusă dintr-un număr mare de măsurări pentru a constitui o estimatie consistentă a valorii reale.

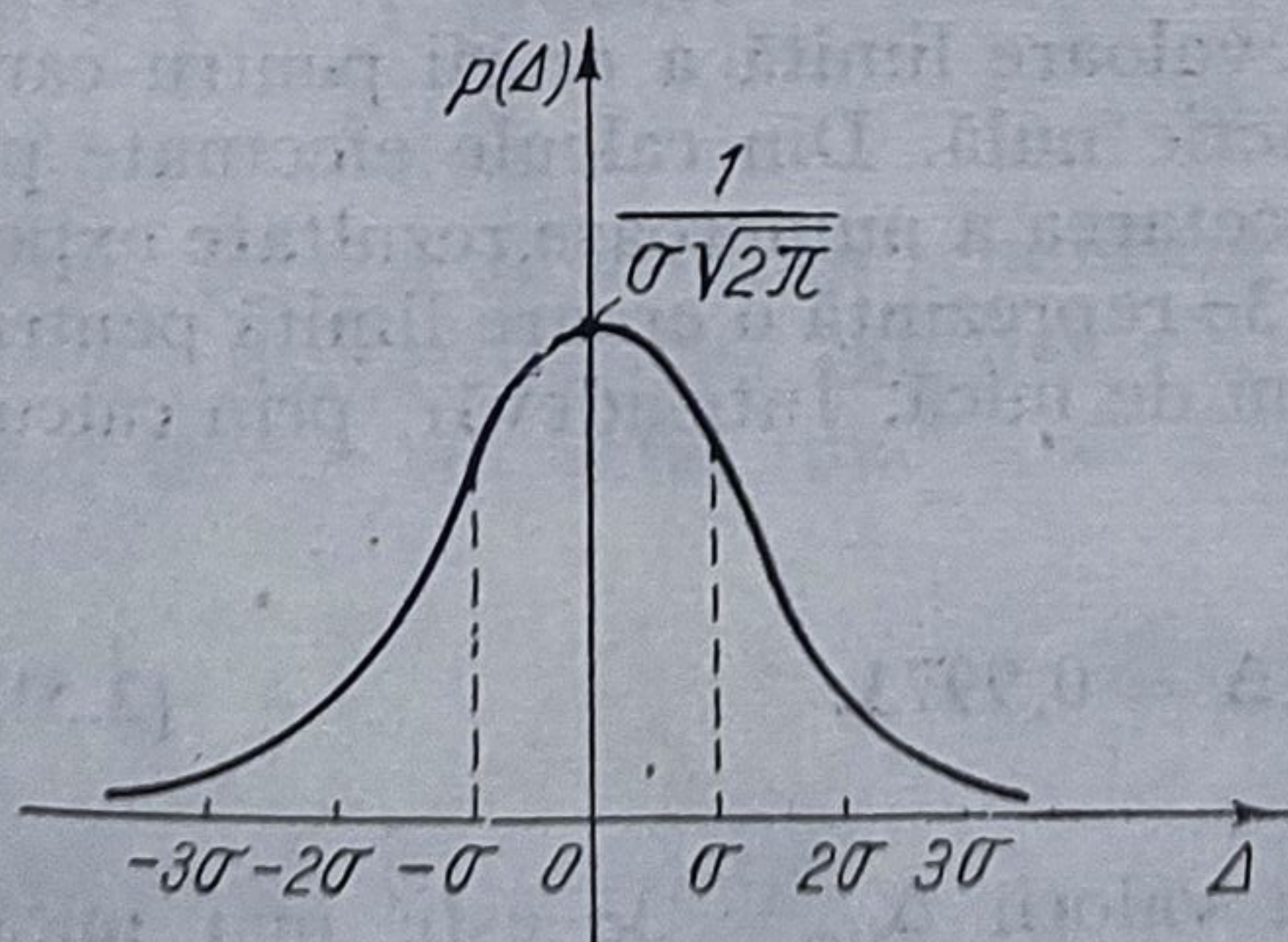


Fig. 2.5. Reprezentarea grafică a funcției densității de repartiție normală.

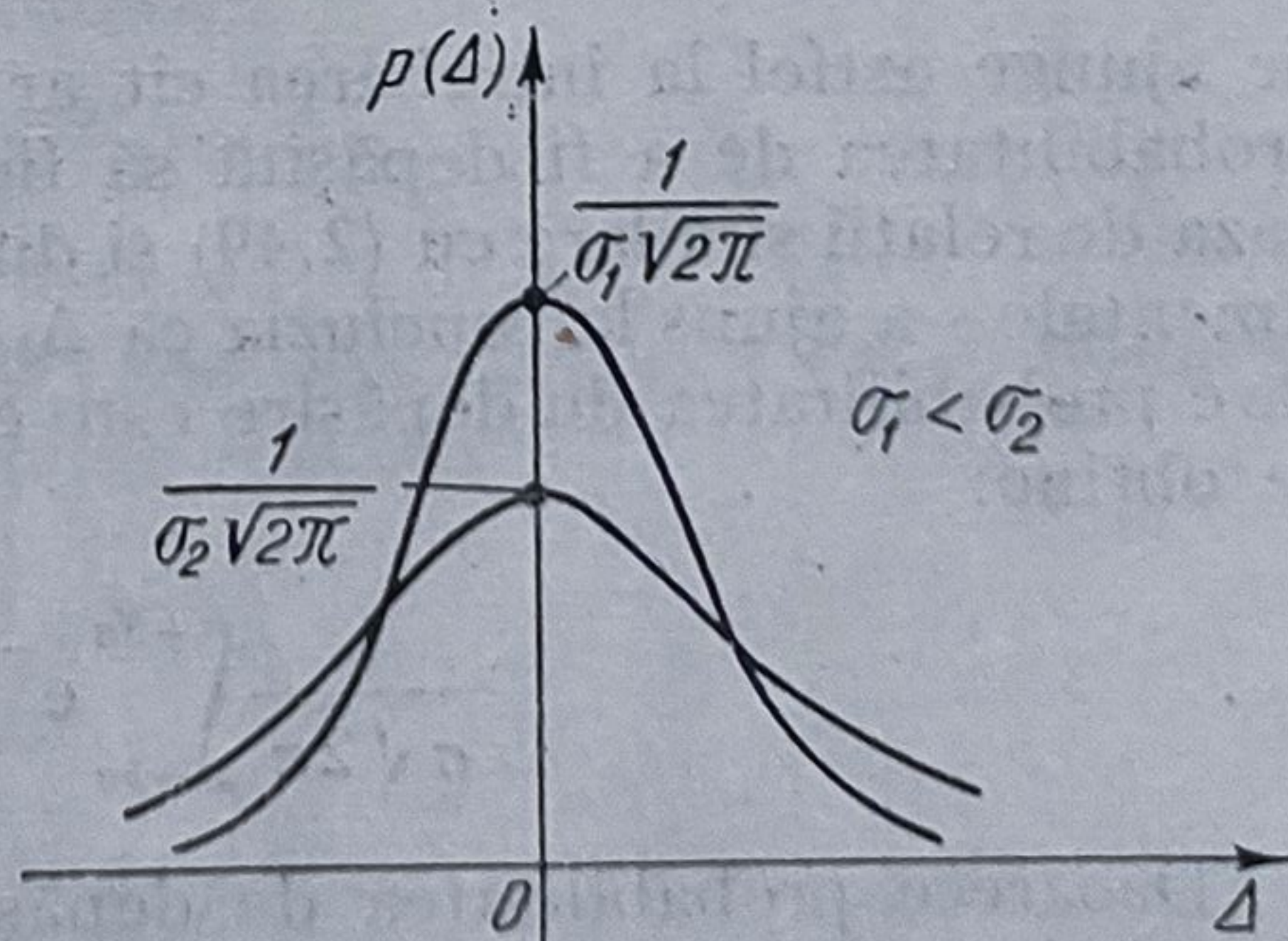


Fig. 2.6. Dependența curbei densității de repartiție normală de  $\sigma$ .



Printre proprietățile remarcabile ale curbei densității de repartiție sînt acelea de simetrie față de axa ordonatelor și forma unimodală.

Deoarece suprafața cuprinsă între curbă și axa absciselor trebuie să fie întotdeauna egală cu unitatea, rezultă că în raport de  $\sigma$  pot apărea curbe mai apătisate sau mai ascuțite, așa cum se arată în figura 2.6.

O curbă mai ascuțită corespunde unei dispersii mai reduse, deci unei precizii mai bune, decît o curbă apătisată. Aceasta exprimă proprietatea de concentrare, în sensul că erorile mici sînt mai frecvente și astfel prin simpla inspecție vizuală a curbei de densitate de repartiție se poate face o apreciere asupra preciziei măsurărilor pe care le caracterizează.

Prin aplicarea relațiilor (2.44) și (2.45) se pot determina și alți indicatori de precizie a măsurărilor. Astfel, *eroarea medie absolută*  $\theta$  se deduce din:

$$\theta = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} |\Delta| e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma. \quad (2.47)$$

Conform relației precedente  $\theta = 0,798 \sigma$ , ceea ce justifică afirmația făcută anterior că  $\theta < \sigma$  și deci prescrierea unei valori limită pentru  $\sigma$  este acoperitoare și pentru  $\theta$ .

Un alt indicator de precizie îl constituie *eroarea probabilă*, notată de regulă cu  $E$ , care reprezintă acea valoare pentru care există aceeași probabilitate ca erorile aleatoare să fie mai mici sau mai mari:

$$F(|\Delta| < E) = F(|\Delta| > E) = \frac{1}{2}. \quad (2.48)$$

Relațiile între  $E$  și  $\sigma$  se obțin scriind:

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-E}^E e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = \frac{1}{2}, \quad (2.49)$$

din care se găsește:

$$E = 0,6745 \sigma \cong \frac{2}{3} \sigma. \quad (2.50)$$

Rezultatul de mai sus poate fi interpretat și în sensul că există o probabilitate de 50% ca erorile să nu depășească valoarea probabilă  $E = \frac{2}{3} \sigma$ .

Se ajunge astfel la întrebarea cît ar fi o valoare limită a erorii pentru care probabilitatea de a fi depășită să fie practic nulă. Din calcule efectuate pe baza de relații similare cu (2.49) și din cercetarea a numeroase rezultate experimentale s-a ajuns la concluzia că  $\Delta_{lim} = 3\sigma$  reprezintă o eroare limită pentru care probabilitatea de depășire este extrem de mică. Într-adevăr, prin calcul se obține:

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = 0,9973. \quad (2.51)$$

Deoarece probabilitatea de depășire a valorii  $\Delta_{lim} = 3\sigma$  este mai mică de 0,3%, ea se mai numește și *prag de siguranță* și se utilizează la stabilirea erorii admisibile.



O generalizare a celor menționate mai sus o constituie calculul *limitelor de încredere* și al *nivelelor de încredere*.

Prin *limita de încredere* se înțelege intervalul  $[V_a, V_b]$  determinat astfel încât cu o probabilitate dată  $\eta$  valorile  $V_i$  ale unui șir de măsurări  $V_1, V_2, \dots, V_n$  să se situeze în interiorul acestui interval.

Plecînd de la relația generală  $V_i = X \pm \Delta$  se poate scrie:

$$V_a = X - \Delta_\eta,$$

$$V_b = X + \Delta_\eta,$$

de unde se obține:

$$F[V_a \leq V_i \leq V_b] = F[-\Delta_\eta \leq \Delta \leq +\Delta_\eta].$$

Ultima relație conduce la ecuația:

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta_\eta}^{+\Delta_\eta} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = \eta, \quad (2.52)$$

din care, pentru  $\eta$  dat, se poate deduce  $\Delta_\eta$  care definește intervalul. Întrucît  $X$  nu este cunoscut, pentru calculul practic se utilizează estimația sa  $m_v$ , iar pentru dispersie  $\hat{\sigma}$ .

În acest caz, intervalul de încredere va fi  $[m_v - \Delta_\eta, m_v + \Delta_\eta]$ .

Problema se poate pune și invers, adică fiind precizat un anumit interval (conform celor arătate, simetric față de valoarea medie), să se determine probabilitatea  $\eta$ , cu care rezultatele  $V_i$  se vor situa în acest interval fixat. Probabilitatea respectivă este denumită *nivel de încredere*. Este evident că mărind pe  $\Delta_\eta$  valoarea nivelului de încredere crește și ea, de exemplu pentru  $\Delta_\eta = \sigma$ ,  $\eta = 0,6827$ , pentru  $\Delta_\eta = 2\sigma$ ,  $\eta = 0,9545$ , iar pentru  $\Delta_\eta = 3\sigma$ ,  $\eta = 0,9973$  așa cum a rezultat din (2.51).

Grafic, nivelul de încredere  $\eta$  este reprezentat de aria mărginită de curba din figura 2.5, axa absciselor și cele două paralele la axa ordonatelor, de abscise  $-\Delta_\eta$  și  $+\Delta_\eta$ .

Limitele de încredere permit de asemenea definirea unui interval în jurul oricărui rezultat individual  $V_i$  în care valoarea reală este situată cu o probabilitate corespunzătoare nivelului de încredere. Se ajunge astfel la forma generală de exprimare a rezultatului măsurării:

$$V_i - \Delta_\eta \leq X \leq V_i + \Delta_\eta,$$

unde  $\Delta_\eta$  și  $\eta$  au aceleași semnificații ca mai sus.

În scopul ușurării calculelor de tipul celor precedente, au fost tabelate, sub formă normată, funcția de densitate de repartiție:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

și funcția de repartiție:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (2.53)$$



în care  $z = \frac{\Delta}{\sigma}$ . În tabelul 2.1 sînt date valorile funcțiilor  $\varphi(z)$  și  $\Phi(z)$  pentru un număr restrîns de valori ale lui  $z$ . În [13] se găsesc tabele mai detaliate.

Tabelul 2.1

Valorile funcțiilor  $\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$  și  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

$z$	$\varphi(z)$	$\Phi(z)$	$z$	$\varphi(z)$	$\Phi(z)$
0,00	0,3989	0,0000	2,10	0,0440	0,4821
0,10	0,3970	0,0398	2,20	0,0355	0,4861
0,20	0,3910	0,0793	2,30	0,0283	0,4893
0,30	0,3814	0,1179	2,40	0,0224	0,4918
0,40	0,3683	0,1554	2,50	0,0175	0,4938
0,50	0,3521	0,1915	2,60	0,0136	0,4953
0,60	0,3332	0,2257	2,70	0,0104	0,4965
0,70	0,3123	0,2580	2,80	0,0079	0,4974
0,80	0,2897	0,2881	2,90	0,0060	0,4981
0,90	0,2661	0,3159	3,00	0,0044	0,4986
1,00	0,2420	0,3413	3,10	0,0032	0,4990
1,10	0,2179	0,3643	3,20	0,0023	0,4993
1,20	0,1942	0,3849	3,30	0,0017	0,4995
1,30	0,1714	0,4032	3,40	0,0012	0,4996
1,40	0,1497	0,4192	3,50	0,0008	0,4997
1,50	0,1295	0,4332	3,60	0,0006	0,4998
1,60	0,1109	0,4452	3,70	0,0004	0,4998
1,70	0,0940	0,4554	3,80	0,0002	0,4999
1,80	0,0790	0,4641	3,90	0,0002	0,4999
1,90	0,0656	0,4713	4,00	0,0001	0,4999
2,00	0,0540	0,4772	5,00	0,0000	0,4999

Trecerea de la valorile normate la cele uzuale se face astfel:

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sigma} \varphi(z)$$

și

$$F(\Delta) = 2\Phi(z).$$

În funcție de anumite particularități ale măsurărilor și de scopul urmărit, se pot utiliza și alte tipuri de funcții teoretice de repartiție, dintre care cele mai cunoscute sînt: *binomială*, *Poisson*,  $\chi^2$  (hi pătrat), *Student*, *uniformă*, *Weibull* etc. Detalii în legătură cu aceste repartiții și utilizările lor sînt date în [12], [13].

## 2.2.6. Erorile valorilor medii

Cunoscînd erorile  $\sigma$  sau  $\theta$  definite în paragraful precedent, se poate aprecia direct precizia rezultatului unei măsurări individuale. În unele cazuri se efectuează mai multe asemenea măsurări și se lucrează cu media lor, astfel că se pune problema de a găsi niște indicatori de precizie ai mediei pe un număr  $n$  de rezultate și cum influențează acest număr asupra lor.



Ținând seama de expresia (2.26) a mediei aritmetice se observă că se poate scrie eroarea asupra mediei sub forma:

$$m_v - X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i. \quad (2.55)$$

Ridicînd la pătrat se obține:

$$(m_v - X)^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Delta X_i \Delta X_j. \quad (2.56)$$

Datorită probabilităților egale de apariție a erorilor pozitive și negative, termenul al doilea al sumei din partea dreaptă se poate neglija, astfel că:

$$(m_v - X)^2 \cong \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \Delta X_i^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{n}. \quad (2.57)$$

Pornind de la această observație se definește *eroarea mediei aritmetice*  $s$  prin expresia:

$$s = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (2.58)$$

din care rezultă că aceasta este de  $\sqrt{n}$  ori mai mică decît eroarea medie patrată corespunzătoare unei măsurări individuale. Se vede din relația (2.58) că prin creșterea numărului de măsurări  $n$  eroarea mediei scade, deci media aritmetică se apropie tot mai mult de valoarea reală.

Dacă în locul dispersiei reale se utilizează estimația acesteia  $\hat{\sigma}$ , se obține estimația  $\hat{s}$  a erorii mediei, care poate fi calculată practic cu formula:

$$\hat{s} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i^2}{n(n-1)}}. \quad (2.59)$$

Cu ajutorul erorii mediei aritmetice, procedînd asemănător ca pentru rezultatele măsurărilor individuale, se pot stabili intervale și nivele de încredere relative la modul în care media aritmetică a unui șir de măsurări reprezintă valoarea reală  $X$ . Astfel, admițînd o repartiție normală pentru  $s$ , se poate scrie:

$$F\left(m_v - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \leq X \leq m_v + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,997 \quad (2.60)$$

și

$$F\left(m_v - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq X \leq m_v + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,683 \quad (2.61)$$

Cunoscînd pe  $\sigma$ , conform relațiilor precedente se poate deduce numărul de măsurări necesare  $n$  pentru a obține un anumit interval și nivel de încredere.

În aplicarea practică a relațiilor anterioare, dacă nu se dispune de estimații ale valorii medii și dispersiei calculate pe baza unui număr mare de rezultate pentru a fi consistente, valorile date pentru intervalele și nivelele de



încredere nu se respectă. Ca urmare, în acele cazuri cînd numărul de rezultate  $n$  este relativ redus, este indicat să se folosească funcția de densitate de repartiție *Student*, care este definită în raport de  $n$ , numărul de grade de libertate:

$$p_n(t) = \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}.$$

În cazul acestei repartiții, probabilitatea are dublă dependență, atît de parametrul  $t$  cît și de  $n$ . Pentru  $n \rightarrow \infty$  repartiția *Student* tinde către repartiția normală.

Funcția  $p_n(t)$  permite să se calculeze probabilitatea cu care valoarea reală asupra căreia s-au efectuat  $n$  măsurări din care s-au obținut  $m_v$  și  $\hat{s}$ , se va situa într-un interval  $[m_v - t\hat{s}, m_v + t\hat{s}]$ . Fixînd limitele de încredere, din produsul  $t\hat{s}$  rezultă valoarea  $t$  pentru care probabilitatea calculată exprimă nivelul de încredere corespunzător.

În mod asemănător se pot stabili nivele de încredere referitor la situarea rezultatelor individuale în anumite intervale:

$$V_i \in [m_v - t\hat{\sigma}, m_v + t\hat{\sigma}].$$

În scopul ușurării calculelor, pe baza repartiției *Student* sînt tabelate valorile lui  $t$  pentru  $n$  variabil și diferite nivele de încredere  $\eta$ , așa cum se arată în tabelul 2.2. Tabele mai detaliate se găsesc în [13].

Tabelul 2.2

Valori ale parametrului  $t$  corespunzător repartiției *Student* pentru diverse nivele de încredere  $\eta$  și număr de rezultate  $n$  variabil

$\eta \backslash n$	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,60
1	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078	1,963	1,376
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886	1,386	1,061
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638	1,250	0,978
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533	1,190	0,941
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476	1,156	0,920
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440	1,134	0,906
7	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415	1,119	0,896
8	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397	1,108	0,889
9	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383	1,100	0,883
10	3,169	2,764	2,228	1,812	1,372	1,093	0,879
11	3,106	2,718	2,201	1,796	1,363	1,088	0,876
12	3,055	2,681	2,179	1,782	1,356	1,083	0,873
13	3,012	2,650	2,160	1,771	1,350	1,079	0,870
14	2,977	2,624	2,145	1,761	1,345	1,076	0,868
15	2,947	2,602	2,131	1,753	1,341	1,074	0,866
16	2,921	2,583	2,120	1,746	1,337	1,071	0,865
17	2,898	2,567	2,110	1,740	1,333	1,069	0,863
18	2,878	2,552	2,101	1,734	1,330	1,067	0,862
19	2,861	2,539	2,093	1,729	1,328	1,066	0,861
20	2,845	2,528	2,086	1,725	1,325	1,064	0,860
25	2,787	2,485	2,060	1,708	1,316	1,058	0,856
30	2,750	2,457	2,042	1,697	1,310	1,055	0,854
40	2,704	2,423	2,021	1,684	1,303	1,050	0,851
60	2,660	2,390	2,000	1,671	1,296	1,046	0,848
$\infty$	2,576	2,326	1,960	1,645	1,282	1,036	0,842



În practică, nu toate rezultatele măsurărilor sînt la fel de precise, adică, demne de aceeași încredere, fie din cauza metodelor și aparaturii utilizate, fie din cauze exterioare. Aceasta conduce la necesitatea de a asocia diverselor rezultate obținute  $V_i$  niște numere  $p_i$ , denumite *ponderi*, prin care se reflectă calitatea sau gradul de încredere în rezultatul respectiv. În astfel de cazuri, în locul mediei aritmetice simple  $m_v$  se calculează *media aritmetică ponderată*  $m_p$  cu relația:

$$m_p \parallel \frac{\sum_{i=1}^n p_i V_i}{\sum_{i=1}^n p_i} . \quad (2.62)$$

Stabilirea valorii ponderilor este o problemă complexă care poate fi corect rezolvată numai printr-o analiză atentă a tuturor factorilor care pot influența asupra preciziei rezultatelor măsurării. S-a căutat totuși să se formuleze și unele criterii mai generale. Așa de exemplu cînd rezultatele se obțin sub formă de medii parțiale ale unor măsurări de egală precizie, fiecărui rezultat  $i$  se poate atașa o pondere egală cu numărul de valori folosite în calculul mediei parțiale respective.

În cazul unor măsurări efectuate prin metode sau cu aparate diferite, drept criteriu pentru stabilirea ponderii poate servi sensibilitatea aparatelor utilizate.

Criteriul corect pentru stabilirea ponderii unui anumit rezultat îl constituie dispersia  $\sigma$  ce caracterizează măsurarea prin care s-a obținut rezultatul considerat. Deci, cînd se cunoaște  $\sigma$  ponderile trebuie alese de forma:

$$p = \frac{C}{\sigma^2} . \quad (2.63)$$

Justificarea acestei modalități de alegere a ponderilor rezidă în faptul că media ponderată astfel calculată este afectată de o eroare minimă [13]

Constanta  $C$  poate fi aleasă egală cu unitatea, fără ca prin aceasta să se particularizeze calculul ponderilor.

Aplicînd procedeul de mai sus și ținînd cont de relația (2.58) se poate demonstra justetea afirmației inițiale că ponderea unui rezultat dedus ca medie parțială pe baza a  $k$  măsurări (de aceeași precizie) trebuie aleasă de  $k$  ori mai mare decît ponderea rezultatului obținut dintr-o singură măsurare.

Estimația erorii mediei ponderate calculată asupra a  $n$  rezultate, se deduce generalizînd (2.59):

$$\hat{s}_p = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i \Delta V_i^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n p_i}} . \quad (2.64)$$

### 2.2.7. Compunerea erorilor aleatoare și sistematice simultane

În considerațiile din paragrafele 2.2.5 și 2.2.6 s-a făcut ipoteza că rezultatele cu care se operează nu sînt afectate de erori sistematice. De multe ori însă valorile măsurate cuprind erori sistematice care nu au fost sau nu pot fi corectate și apar suprapuse peste cele întîmplătoare.



Întrucît noțiunea de *eroare medie pătratică* nu este condiționată de caracteristica erorilor de a apărea atît cu valori pozitive cît și cu valori negative, ea poate fi utilizată ca indicator al preciziei măsurărilor și în cazul suprapunerii erorilor sistematice care pot avea semnul fixat.

Se va considera mai întîi cazul cînd eroarea sistematică controlabilă, de valoare constantă  $\delta_0$ , este suprapusă peste eroarea aleatoare  $\Delta_i$ , rezultînd eroarea totală  $\epsilon_i$  sub forma:

$$\epsilon_i = \Delta_i + \delta_0. \quad (2.65)$$

Ridicînd la pătrat relația precedentă și făcînd media pătratelor pentru  $n$  termeni, se obține:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 + 2\delta_0 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i + \delta_0^2. \quad (2.66)$$

Pentru  $n$  suficient de mare, ținînd seama de probabilitatea egală de apariție a erorilor întîmplătoare pozitive și negative  $\sum_{i=1}^n \Delta_i \cong 0$  și folosind notațiile de la erorile medii pătratice se poate scrie:

$$\sigma_\epsilon^2 = M(\epsilon^2) = \sigma^2 + \delta_0^2. \quad (2.67)$$

Relația (2.67) arată modul în care trebuie combinate erorile întîmplătoare cu cele sistematice pentru a obține eroarea medie pătratică totală.

Este de observat că media erorilor  $\epsilon$  nu mai este zero, ci egală cu valoarea constantă a erorii sistematice:

$$m_\epsilon = M(\epsilon) = M(\Delta + \delta_0) = \delta_0, \quad (2.68)$$

întrucît  $M(\Delta) = 0$ .

Funcția de densitate de repartiție normală a erorilor aleatoare se păstrează și pentru erorile  $\epsilon$ , numai că ea nu mai este centrată pe 0, ci conform cu (2.68) pe valoarea erorii sistematice constantă:

$$p(\epsilon) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\epsilon - \delta_0)^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.69)$$

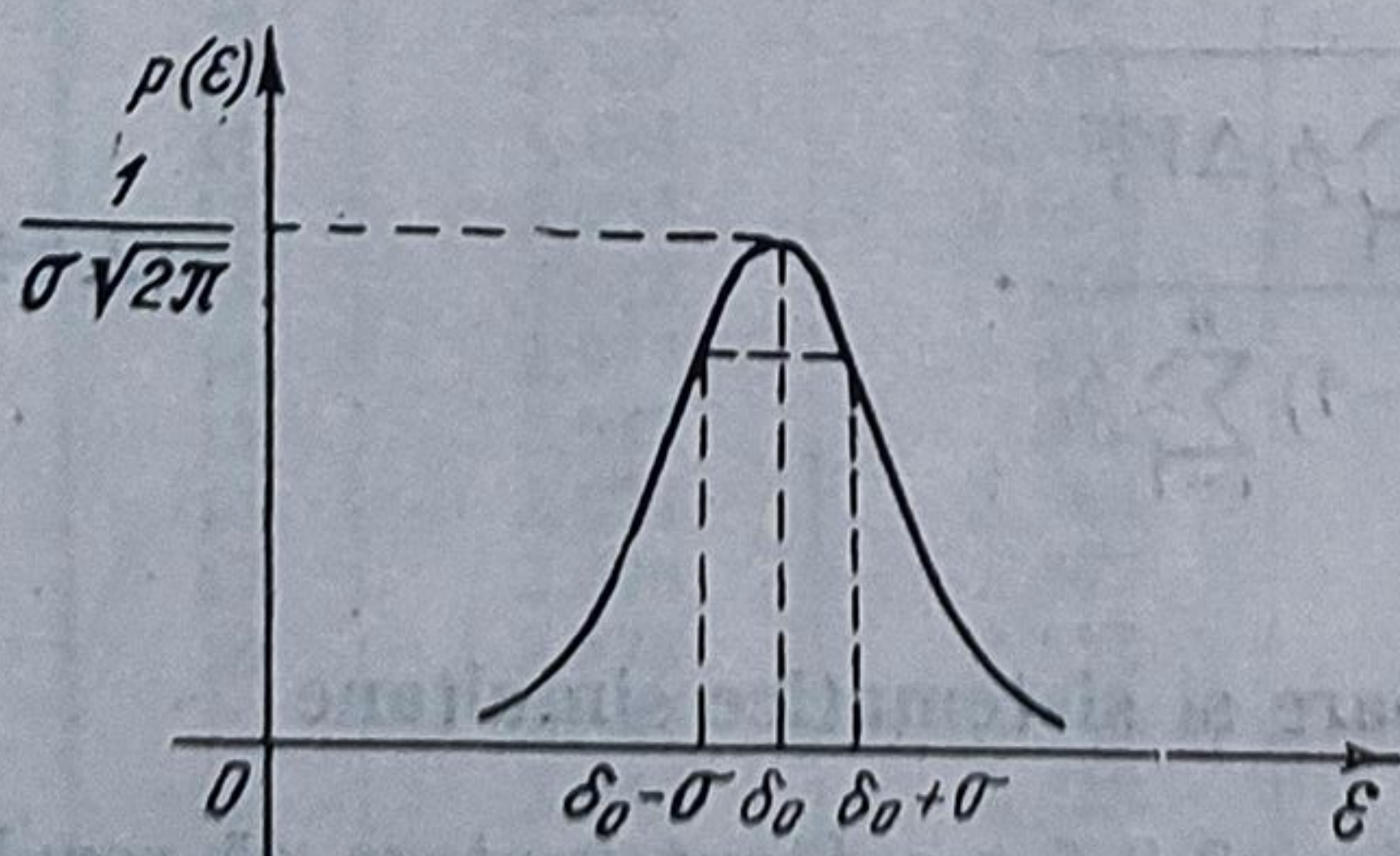


Fig. 2.7. Reprezentarea grafică a funcției de densitate de repartiție a erorilor rezultate din suprapunerea erorilor aleatoare  $\Delta$  peste o eroare sistematică  $\delta_0$  constantă.

Reprezentarea grafică a funcției  $p(\epsilon)$  este dată în figura 2.7.

Relațiile (2.67), (2.68), (2.69) evidențiază modul în care trebuie compuse erorile aleatoare cu cele sistematice, determinate pe căi separate. Această compunere este îndeosebi necesară în scopul stabilirii intervalelor și nivelelor de încredere pentru rezultatele afectate de erorile totale combinate ( $\epsilon$ ). Procedul este analog ca pentru erorile aleatoare, ținînd seama de expresia (2.69) a densității de repartiție.



Astfel se pot deduce valorile limită pentru eroarea  $\epsilon$  printr-o combinație liniară:

$$\epsilon_{lim} = \pm 3\sigma + \delta_0, \quad (2.70)$$

atunci când intervalul se exprimă pe baza unei valori individuale, sau:

$$\epsilon_{lim} = \pm \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} + \delta_0, \quad (2.70')$$

dacă intervalul se dă în raport cu valoarea medie.

Pe de altă parte, în cazul determinării unei repartiții empirice a erorilor, dacă rezultă o curbă cu axa de simetrie deplasată față de origine aceasta poate fi un indiciu că erorile aleatoare sînt însoțite și de erori sistematice constante.

O situație mai complicată apare atunci când și eroarea sistematică variază, adică relațiile (2.65) și (2.66) devin:

$$\epsilon_i = \Delta_i + \delta_i, \quad (2.71)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 + 2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \delta_i. \quad (2.72)$$

Dacă se poate admite că erorile aleatoare și cele sistematice sînt necorelate (provin din cauze independente), rezultă:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \delta_i \cong 0 \quad (2.73)$$

și deci se poate găsi o expresie similară cu (2.67) pentru eroarea medie pătratică totală:

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma^2 + \sigma_\delta^2. \quad (2.74)$$

Chiar și în cazul ipotezei simplificatoare (2.73), care pentru  $n$  redus nu este riguroasă, expresia (2.74) este greu de evaluat.

Considerînd că  $\delta_i$  reprezintă eroarea sistematică variabilă dar controlabilă,  $\sigma_\delta^2 = M(\delta^2)$  se poate deduce, de la caz la caz, din legea de variație respectivă cunoscută teoretic sau determinată experimental.

În ipoteza în care  $\delta_i$  este de natura unei erori sistematice necontrolabile, conform celor menționate în 2.2.3, se presupune că admite legea de repartiție de probabilitate uniformă în intervalul  $[-\Delta_s, +\Delta_s]$ . Întrucît pentru această repartiție densitatea este  $p(\delta) = \frac{1}{2\Delta_s}$ , constantă în intervalul respectiv și  $p(\delta) = 0$  în afara acestui interval, dispersia erorii sistematice se poate calcula cu relația:

$$\sigma_\delta^2 = \int_{-\Delta_s}^{+\Delta_s} \frac{\delta^2}{2\Delta_s} d\delta = \frac{\Delta_s^2}{3}. \quad (2.75)$$

Stabilirea de intervale și nivele de încredere pentru rezultatele afectate de eroarea totală  $\epsilon$  este mai laborioasă, întrucît legile de repartiție pentru  $\Delta_i$  și  $\delta_i$  fiind diferite nu se mai poate aplica aceeași compunere în stabilirea limitelor ca la eroarea sistematică constantă.



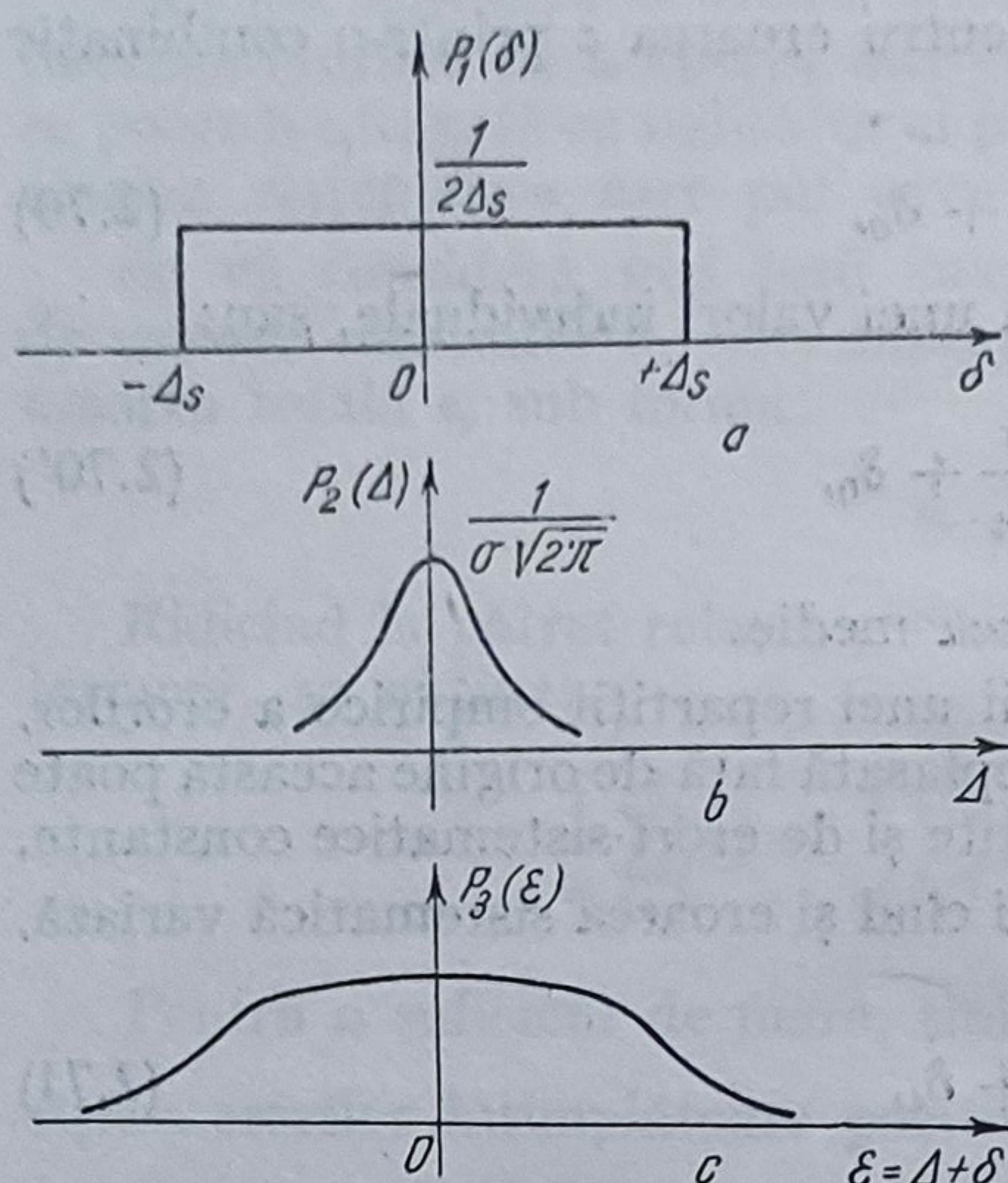


Fig. 2.8. Reprezentarea densității de repartiție rezultată din combinarea erorilor aleatoare  $\Delta$  repartizate normal, cu erorile sistematice necontrolabile  $\delta$  repartizate uniform: a — repartiție uniformă; b — repartiție normală; c — repartiție rezultantă.

de măsurare prin utilizarea de metode moderne, bazate pe aplicarea teoriei informației [8], [13], [21].

În anexa 2 sînt prezentate succint principiile interpretării informaționale a erorilor de măsurare.

### 2.2.8. Teste pentru depistarea erorilor grosiere

Depistarea erorilor grosiere și eliminarea din șirul de rezultate a celor afectate de asemenea erori se face prin teste statistice. Soluționarea riguroasă a problemei nu este ușoară, întrucît necesită cunoașterea funcției teoretice de repartiție ceea ce, mai ales în cazul erorilor aleatoare compuse cu cele sistematice, este dificil de stabilit.

Pentru cazul în care se admite că s-au efectuat corecții rezultatele fiind afectate numai de erori aleatoare repartizate normal se pot formula teste relativ simple de evidențiere a apariției erorilor grosolane.

● Unul dintre acestea este **testul Chouvenet**, care cuprinde următoarele operații:

— ordonarea în sens crescător a rezultatelor  $V_1, V_2, \dots, V_n$  și formarea seriei variaționale avînd ca extreme  $V_m$  și  $V_M$ ;

— calculul valorii medii  $m_v$  și a dispersiei de selecție  $\mu$ , respectiv a estimației  $\hat{\sigma}$ ;

— indicarea rezultatelor suspecte de a fi afectate de erori grosolane; de obicei valorile extreme din seria variațională  $V_m$  și  $V_M$ ;

— formarea diferenței între medie și valoarea extremă cea mai depărtată, fie aceasta  $V_M - m_v$ ;

În figura 2.8 se prezintă grafic construirea curbei de densitate de repartiție care rezultă pentru  $\varepsilon$  din combinarea celei normale corespunzătoare erorii aleatoare  $\Delta$  cu cea uniformă admisă pentru eroarea sistematică necontrolabilă  $\delta$ .

Datorită simplității, deși aproximativă, în practică se folosește frecvent, pentru stabilirea erorii limită totală, *regula compunerii pătratice*:

$$\varepsilon_{lim} = \pm \sqrt{\Delta_{lim}^2 + \delta_{lim}^2}, \quad (2.76)$$

unde  $\Delta_{lim}^2 = (3\sigma)^2$  dacă intervalul se definește față de un rezultat individual sau  $\Delta_{lim}^2 = \frac{(3\sigma)^2}{n}$  dacă se raportează la valoarea medie, iar  $\delta_{lim}^2 = \Delta_s^2$ .

Combinarea rațională a erorilor aleatoare cu cele întâmplătoare constituie o problemă controversată. Ea își găsește soluții superioare celor rezultate din aplicarea teoriei clasice a erorilor



— testarea situației diferenței  $V_M - m_v$  în afara intervalului  $[-\Delta_l, +\Delta_l]$  în care sînt considerate admisibile erorile  $\Delta$ , pornind de la relația:

$$F(|\Delta| > \Delta_l) = 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_l} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1 - 2\Phi(z_l) \geq \frac{1}{2n}, \quad (2.77)$$

unde:

$$z = \frac{\Delta}{\hat{\sigma}} \quad \text{și} \quad z_l = \frac{\Delta_l}{\hat{\sigma}}.$$

Pentru situații limită se obține:

$$1 - 2\Phi(z_l) = \frac{1}{2n}.$$

Cunoscînd pe  $n$  din relația precedentă, se deduce  $\Phi(z_l)$ , cu care, din tabelele pentru  $\Phi(z)$ , este posibilă determinarea valorii critice  $z_l$ . Se calculează apoi valoarea limită:

$$V_l = m_v + z_l \hat{\sigma}. \quad (2.78)$$

Dacă  $V_M > V_l$ , atunci rezultatul respectiv este afectat de eroare grosolană și trebuie eliminat. În caz contrar  $V_M$  reprezintă un rezultat corespunzător pentru categoria de măsurări și se menține.

Calculele sînt similare și atunci cînd  $V_m$  este valoarea extremă cea mai depărtată, cu deosebirea că valoarea limită are expresia  $V_l = m_v - z_l \hat{\sigma}$ , iar rezultatul va fi afectat de erori grosolane, dacă  $V_m < V_l$ .

Dacă și alte valori din șir sînt suspecte se elimină cele depistate în primul test și apoi se repetă operațiile pentru cele  $n-1$  rezultate rămase. Procedul poate fi continuat pînă cînd nici un rezultat nu iese în afara intervalului de toleranță admis.

● Un test mai rapid, dar cu un grad de aproximație mai ridicat, este acela de a compara diferențele între valorile extreme și valoarea medie cu intervalul  $[-3\hat{\sigma}, +3\hat{\sigma}]$  corespunzător erorii limită de încredere absolută  $\eta = 0,9973$ . Dacă de exemplu:

$$|V_M - m_v| > 3\sigma \text{ sau } |V_m - m_v| > 3\sigma, \quad (2.79)$$

rezultatul respectiv se consideră afectat de eroare grosolană și se elimină.

Tratarea în detaliu a depistării și eliminării rezultatelor afectate de erori grosolane se găsește în [13].

## 2.2.9. Calculul erorilor la măsurările indirecte bazate pe relații explicite

În cazul metodelor indirecte explicite, mărimea  $X$  care se măsoară indirect depinde de mărimile direct măsurabile  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , printr-o relație explicită și complet determinată în ceea ce privește structura și eventualele constante sau parametri care intervin. Fie aceasta sub formă generală:

$$X = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (2.80)$$

Problema constă în a evalua eroarea  $\Delta X$  care afectează valoarea mărimii  $X$  exprimată prin relația (2.80) atunci cînd se cunosc erorile  $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_N$ , care apar în măsurările directe ale mărimilor  $X_1, X_2, \dots, X_N$ .



Măsurările  $X_1, X_2, \dots, X_N$  sînt considerate independente, adică operația de măsurare a uneia dintre ele nu le influențează pe celelalte.

Dacă în urma unei măsurări valorile mărimilor direct măsurabile sînt  $X_{1m}, X_{2m}, \dots, X_{Nm}$ , rezultatul pentru mărimea  $X$  este  $X_m$  conform cu (2.80):

$$X_m = f(X_{1m}, X_{2m}, \dots, X_{Nm}). \quad (2.81)$$

Punînd în evidență erorile, relația precedentă devine:

$$X + \Delta X = f(X_1 + \Delta X_1, X_2 + \Delta X_2, \dots, X_N + \Delta X_N). \quad (2.82)$$

Observînd că erorile au valori relativ mici față de cele ale mărimilor măsurate și presupunînd că funcția  $f(X_1, X_2, \dots, X_N)$  este continuă, relația (2.82) sugerează dezvoltarea într-o serie Taylor:

$$\begin{aligned} X + \Delta X = f(X_1, X_2, \dots, X_N) &+ \frac{\partial f}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} \Delta X_2 + \\ &+ \dots + \frac{\partial f}{\partial X_N} \Delta X_N + R, \end{aligned} \quad (2.83)$$

unde prin  $R$  s-a notat suma tuturor celorlalți termeni ai seriei care cuprind derivatele de ordine superioare înmulțite cu factori  $\Delta X_k^q$ , avînd exponentul  $q > 2$ , sau produse de asemenea factori.

Datorită ipotezei admise că erorile pot fi privite ca niște infiniți mici, termenul  $R$  se poate neglija, deoarece include infiniți mici de ordin superior. Din (2.82) și (2.83) se deduce astfel:

$$\Delta X \cong \sum_{k=1}^N \frac{\partial f}{\partial X_k} \Delta X_k. \quad (2.84)$$

Deoarece erorile  $\Delta X_k$  includ atît erori sistematice cît și întîmplătoare, semnul lor nu este determinat și nici cel al lui  $\Delta X$ . Pe de altă parte, din operația de derivare factorii  $\partial f / \partial X_k$  pot apărea cu semne pozitive sau negative. În scopul de a calcula eroarea  $\Delta X$  în condițiile cele mai defavorabile, cînd semnele s-ar distribui astfel încît toate produsele  $(\partial f / \partial X_k) \Delta X_k$  să fie pozitive, în calculele practice se folosește relația:

$$|\Delta X| \leq \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial X_k} \right| |\Delta X_k|, \quad (2.85)$$

în care semnul egal corespunde situației de influență maximă a erorilor  $\Delta X_k$ .

Eroarea relativă  $\Delta X_r$ , în cazul măsurărilor indirecte, se obține prin raportarea relației (2.84) la valoarea lui  $X$  exprimată prin (2.80):

$$\frac{|\Delta X|}{X} = |\Delta X_r| \leq \sum_{k=1}^N \left| \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial X_k} \right| |\Delta X_k|. \quad (2.86)$$

Se vede că relația (2.86) se poate pune sub o formă mai compactă, aceea de diferențială logaritmică a funcției  $f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ :

$$|\Delta X_r| \leq |d[\ln f(X_1, X_2, \dots, X_N)]|, \quad (2.87)$$

în care  $dX_k$  se înlocuiește cu  $\Delta X_k$  și se respectă regula semnelor menționate pentru  $\Delta X$ . Relația (2.87) este utilă îndeosebi cînd în funcția  $f(\cdot)$  apar produsele sau rapoartele mărimilor  $X_k$ .



Expresiile (2.86) și (2.85) arată modul în care erorile din măsurările directe se propagă asupra valorii măsurată indirect.

Procedeul de calcul al erorilor descris mai sus se aplică și în cazul unor metode directe de comparație simultană, la care rezultatul măsurării se exprimă prin multiplicarea mărimii de referință cu un factor subunitar sau supraunitar. Acest factor apare de regulă sub forma unui raport realizat fizic prin intermediul unor mărimi ale căror valori sînt și ele afectate de erori și care împreună cu cea a etalonului se propagă asupra rezultatului de o manieră similară celei descrise mai sus.

Dacă se efectuează o serie de  $n$  măsurări ale mărimilor  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , atunci prin intermediul relației (2.81) se vor obține  $n$  valori pentru mărimea  $X$ , care pot fi prelucrate, la fel ca la măsurările directe. Astfel se determină și în acest caz valoarea medie  $m_x$ , dispersia de selecție  $\mu_x$  și, din inspecția histogrammei, a funcției de repartiție empirice sau din teste de verificare a ipotezelor statistice se poate stabili funcția de repartiție teoretică. Apoi se pot aplica procedeele cunoscute de evaluare a incertitudinii măsurărilor prin intervale și limite de încredere.

Problema se poate pune însă și din punctul de vedere al utilizării erorilor măsurărilor directe, adică să se găsească direct indicatorii medii de precizie, valoarea medie și dispersia pentru  $X$ , fiind date cele aferente mărimilor  $X_1, X_2, \dots, X_N$  și legile de repartiție.

Pentru unele cazuri particulare soluțiile pot fi relativ simple. Astfel, dacă funcția  $f(\cdot)$  este liniară, adică:

$$X_m = K_1 X_{1m} + K_2 X_{2m} + \dots + K_N X_{Nm}, \quad (2.88)$$

unde  $K_1, K_2, \dots, K_N$  sînt constante cunoscute, atunci valoarea medie  $m_x$  se deduce înlocuind direct mediile  $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{xN}$ . Admițînd că rezultatele măsurărilor directe sînt afectate numai de erori aleatoare, repartizate normal cu dispersiile  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  și necorelate între ele, atunci eroarea asupra rezultatului  $X_m$  va fi de asemenea aleatoare, normal repartizată și de dispersie:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{j=1}^N K_j^2 \sigma_j^2}. \quad (2.89)$$

Fiind cunoscute  $m_x$  și  $\sigma_x$ , funcția de repartiție pentru  $X_m$  este complet determinată și se pot efectua aceleași evaluări de precizie ca la măsurările directe afectate de valori aleatoare.

Problema devine mai complicată, dacă funcția  $f(\cdot)$  este neliniară. Valoarea mediei nu mai rezultă direct din celelalte medii, ci trebuie introduse rezultatele individuale și efectuată suma lor. În ceea ce privește eroarea medie pătratică, o relație care permite determinarea ei cu o aproximație suficient de bună este:

$$\sigma_x \cong \sqrt{\sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_j} \right)_m^2 \sigma_j^2}, \quad (2.90)$$

în care  $\left( \frac{\partial f}{\partial X_j} \right)$  semnifică valoarea derivatei parțiale a funcției  $f(\cdot)$  în raport cu variabila  $X_j$  calculată pentru valorile medii  $m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn}$ .

În cazurile în care funcția  $f(\cdot)$  este de forma unui produs sau cît, se obțin relații mai simple de calcul dacă se operează cu valorile relative ale dispersiilor, întrucît acestea se compun pătratic.



De exemplu, pentru:

$$X_m = X_{1m} X_{2m} \text{ sau } X_m = \frac{X_{1m}}{X_{2m}},$$

$$\sigma_{xr} = \frac{\sigma_x}{X} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{X_2}\right)^2}. \quad (2.91)$$

În ceea ce privește funcția de repartiție, deducerea sa riguroasă este dificilă, deoarece, dat fiind dependența neliniară, deși erorile mărimilor direct măsurabile sînt normal repartizate, repartiția pentru eroarea asupra mărimii măsurată indirect poate fi de alt tip.

Toate relațiile de mai sus au fost exprimate în raport de valorile teoretice ale dispersiilor; este însă evident că în aplicații se vor utiliza estimări ale acestora, ceea ce antrenează unele aproximații, astfel încît limitele și nivelele de încredere trebuie alese acoperitor.

În sfîrșit, situația cea mai grea apare atunci cînd rezultatele directe sînt afectate atît de erori aleatoare cît și de erori sistematice necontrolabile. Așa cum s-a văzut, compunerea acestora este dificilă chiar și în cazul măsurărilor directe. La măsurările indirecte gradul de dificultate crește, întrucît diversele erori sistematice pot fi corelate. Astfel deducerea unei funcții de repartiție globală devine atît de laborioasă încît nu se aplică în mod curent în practică și se caută ca prin procedee aproximative să se evalueze separat cele două categorii de erori. Unele indicații în acest sens se găsesc în [19].

#### 2.2.10. Calculul erorilor la măsurările indirecte bazate pe relații implicite. Metoda celor mai mici pătrate

În cazul metodelor indirecte implicite, mărimea sau mărimile care se determină indirect depind de cele direct măsurabile printr-o relație implicită, care se poate pune sub formă generală:

$$Y = f(K_1, K_2, \dots, K_l; X_1, X_2, \dots, X_N), \quad (2.92)$$

în care  $Y$  și  $X_1, X_2, \dots, X_N$  sînt mărimi care se pot măsura direct, iar  $K_1, K_2, \dots, K_l$  sînt mărimi care constituie obiectul măsurării indirecte. Se precizează că structura funcției și toate celelalte elemente care intervin în afară de  $K_1, K_2, \dots, K_l$  sînt complet determinate. După cum s-a menționat în paragraful 1.9.2 și rezultă evident din relația (2.92), găsirea valorilor pentru  $K_1, K_2, \dots, K_l$  nu se poate face dintr-o singură măsurare, ci implică un șir de  $n$  măsurări directe ale mărimilor  $Y$  și  $X_1, X_2, \dots, X_N$ .

Pentru a asigura obținerea unor valori cît mai corecte, numărul  $n$  trebuie să fie cît mai mare, astfel încît  $Y$  și  $X_1, X_2, \dots, X_N$  să ia valori cît mai numeroase în întreg intervalul de variații în care relația (2.92) se dorește să fie satisfăcută. Înlocuind valorile obținute din fiecare măsurare în (2.92) se ajunge la un sistem de  $n$  ecuații:

$$Y_i = f(K_1, K_2, \dots, K_l; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.93)$$

în care  $n > l$ , adică numărul de ecuații este mai mare decît numărul de necunoscute (această afirmație este totdeauna adevărată, întrucît creșterea lui  $n$  conduce la rezultate mai bune). Ecuațiile de mai sus sînt valabile dacă măsu-



rările directe s-ar face fără erori și valorile  $Y_i$ , respectiv  $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}$ , ar reprezenta ca și în (2.92) valori reale. Atunci numai  $l$  ecuații ale sistemului (2.93) ar fi independente, celelalte  $n-l$  fiind consecințe ale primelor și sistemul ar fi compatibil. Rezolvându-l în raport cu necunoscutele  $K_1, K_2, \dots, K_l$ , s-ar putea obține de asemenea valori riguroase pentru acestea. De altfel, într-un astfel de caz ar fi suficiente  $l$  măsurări, restul fiind de prisos.

În realitate, valorile mărimilor măsurate direct sînt afectate de erori care se vor reflecta asupra celor măsurate indirect. Problema care se pune este aceea ca influența acestor erori să poată fi evaluată și să fie cît mai redusă. Potrivit principiilor de bază ale erorilor de măsurare, aceasta impune un număr cît mai mare de măsurări deci  $n > l$  și sistemul (2.93) devine incompatibil cu găsirea unor soluții exacte pentru  $K_1, K_2, \dots, K_l$ . Pentru obținerea unor estimații cît mai apropiate de valorile reale, în sensul ca abaterile rezultate prin utilizarea estimațiilor să corespundă cu erorile de măsurare, metoda cea mai frecvent utilizată este *metoda celor mai mici pătrate*. În condițiile în care  $Y_i$  și  $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}$  sînt considerate acum valori măsurate afectate de erori sistemul (2.93) se scrie sub o formă în care sînt evidențiate erorile corespunzătoare fiecărei măsurări:

$$f(K_1, K_2, \dots, K_l; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}) - Y_i = \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.94)$$

Sistemul (2.94) este echivalent cu a spune că din (2.93) nu se pot deduce valorile reale ale mărimilor  $K_1, K_2, \dots, K_l$ , ci numai niște estimații ale acestora care satisfac ecuațiile componente cu erorile  $\varepsilon_i$ . Aceste estimații vor diferi cu atît mai puțin de valorile reale, cu cît erorile  $\varepsilon_i$  vor fi mai reduse. Ținînd seama că eroarea medie pătratică reprezintă unul dintre principalii indicatori ai preciziei și pentru a lua în considerare probabilitatea reducerii tuturor erorilor  $\varepsilon_i$ , metoda celor mai mici pătrate prevede ridicarea la patrat a celor  $n$  ecuații din (2.94) și însumarea lor:

$$E = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [f(K_1, K_2, \dots, K_l; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}) - Y_i]^2. \quad (2.95)$$

Din relația (2.95) se deduce ușor că cele mai bune valori pentru  $K_1, K_2, \dots, K_l$ , în sensul menționat mai înainte, sînt cele care minimizează suma patratelor erorilor sau, cu alte cuvinte, determină cele mai mici pătrate ale erorilor, de unde și numele metodei. Condițiile de minim se exprimă prin anularea derivatelor:

$$\frac{\partial E}{\partial K_j} = 2 \sum_{i=1}^n [f(K_1, K_2, \dots, K_l; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}) - Y_i] \frac{\partial f}{\partial K_j} = 0, \quad (2.96)$$

pentru  $j = 1, 2, \dots, l$ .

Se observă că din condițiile (2.96) rezultă un sistem cu un număr de  $l$  ecuații egal cu numărul de necunoscute, denumit și *sistem de ecuații normale*. Acest sistem se poate rezolva și soluțiile sale reprezintă estimațiile  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \dots, \hat{K}_l$  ale valorilor mărimilor măsurate indirect.

O justificare teoretică mai completă a metodei celor mai mici pătrate se poate da privind-o din punctul de vedere al caracterizării probabiliste a erorilor. În acest sens se demonstrează că introducînd estimațiile de cele mai mici pătrate  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \dots, \hat{K}_l$  în (2.93), există probabilitatea maximă ca să rezulte erorile  $\varepsilon_i$ .



Într-adevăr, admitînd că erorile aleatoare  $\epsilon_i$  sînt independente și de egală precizie și considerînd densitatea de repartiție normală, se poate scrie expresia probabilității multidimensionale de apariție a erorilor  $\epsilon_i$  sub forma:

$$p(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \dots d\epsilon_n = \frac{h^n}{\pi^{n/2}} e^{-h^2(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \dots + \epsilon_n^2)} d\epsilon_1 \dots d\epsilon_n, \quad (2.97)$$

unde  $h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$  este așa-numitul *parametru de precizie*.

Valoarea maximă pentru expresia precedentă corespunde valorii absolute minime a exponentului. Întrucît  $h$  este o constantă, aceasta înseamnă:

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = E = \min,$$

adică tocmai condiția din care s-au obținut  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \dots, \hat{K}_l$ .

Privită astfel metoda celor mai mici patrate este o metodă de estimatie. Detalii privind teoria estimației și aplicațiile ei se pot găsi în [12], [16].

Pentru exemplificarea aplicării metodei celor mai mici patrate, fie cazul mai simplu al unei relații implicate liniare:

$$Y = K_1 + K_2 X_1 + \dots + K_l X_{l-1}. \quad (2.98)$$

Se vede că în acest caz  $N = l - 1$ . Presupunînd că s-au efectuat  $n$  măsurări și se dispune de setul de valori  $Y_i, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{(l-1)i}, i = 1, 2, \dots, n$  și punînd condițiile (2.96) de cele mai mici patrate ale erorilor, rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial K_j} &= 2 \sum_{i=1}^n (K_1 + K_2 X_{1i} + \dots + K_l X_{(l-1)i} - Y_i) \\ &\quad - Y_i) \frac{\partial [K_1 + K_2 X_{1i} + \dots + K_l X_{(l-1)i}]}{\partial K_j} = 0. \end{aligned} \quad (2.99)$$

Sistemul (2.99) desfășurat este de forma:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [K_1 + K_2 X_{1i} + K_3 X_{2i} + \dots + K_l X_{(l-1)i} - Y_i] &= 0; \\ \sum_{i=1}^n [K_1 + K_2 X_{1i} + K_3 X_{2i} + \dots + K_l X_{(l-1)i} - Y_i] X_{1i} &= 0; \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\dots \dots \dots \sum_{i=1}^n [K_1 + K_2 X_{1i} + K_3 X_{2i} + \dots + K_l X_{(l-1)i} - Y_i] X_{(l-1)i} = 0.$$

În scriere matricială sistemul (2.124) devine:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{K} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}, \quad (2.101)$$

unde notațiile utilizate au următoarele semnificații:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{(l-1)1} \\ 1 & X_{12} & \dots & X_{(l-1)2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \dots & X_{(l-1)n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_l \end{bmatrix}, \quad (2.102)$$

iar  $\mathbf{X}^T$  înseamnă transpusa matricei  $\mathbf{X}$ .



Din (2.101) se poate explicita vectorul  $\hat{\mathbf{K}}$  al estimațiilor  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \dots, \hat{K}_l$ :

$$\hat{\mathbf{K}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (2.103)$$

În rezolvarea ecuației matriceale, problema principală o constituie inversarea matricei  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ . Este o matrice patratică simetrică și există diverși algoritmi de inversare, precum și diferite alte metode de rezolvare a sistemului de ecuații normale, expuse în [12].

Presupunând cunoscute valorile reale ale mărimilor direct măsurabile, din (2.98) se deduce că sistemul ce rezultă pentru  $n$  determinări se poate exprima sub formă matriceală prin:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \mathbf{K}, \quad (2.104)$$

unde  $\mathbf{K} = [K_1, K_2, \dots, K_l]^T$  este vectorul valorilor reale ale mărimilor măsurate indirect.

Dacă în (2.104) se înlocuiește  $\mathbf{K}$  cu  $\hat{\mathbf{K}}$ , vectorul estimațiilor obținute anterior, conform celor menționate vor rezulta erori care trebuie să corespundă cu cele de măsurare, adică:

$$\mathbf{X} \hat{\mathbf{K}} - \mathbf{Y} = \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.105)$$

unde  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n]^T$  este vectorul erorilor.

Înlocuind (2.104) în (2.105), după câteva operații simple rezultă:

$$\hat{\mathbf{K}} - \mathbf{K} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.106)$$

prin care se arată modul în care se propagă erorile de măsurare determinând erorile estimațiilor.

Relația (2.106) permite evaluarea dispersiei estimațiilor pe baza dispersiilor măsurărilor directe, scriind matricea de covarianță:

$$\begin{aligned} D(\hat{\mathbf{K}}) &= \text{Cov}(\hat{\mathbf{K}}) = \mathbf{M}[(\hat{\mathbf{K}} - \mathbf{K})(\hat{\mathbf{K}} - \mathbf{K})^T] = \\ &= \mathbf{M}[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}] \end{aligned} \quad (2.107)$$

Întrucât în expresia de mai sus în matricea  $\mathbf{X}$  se consideră că intervin valorile reale, operația de mediere se referă la erori, singurele în care s-au inclus componentele aleatoare, rezultând:

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{K}}) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T) \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}, \quad (2.108)$$

Ținând seama de repartiția normală a erorilor și de faptul că sînt independente și de aceeași precizie, rezultă:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T) = \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (2.109)$$

unde  $\sigma$  este dispersia erorilor, iar  $\mathbf{I}$  matricea identitate.

Înlocuind (2.109) în (2.108) se obține în final:

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{K}}) = \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}. \quad (2.110)$$

Conform cu cele arătate în paragraful 1.7.7 la definirea covarianței și dispersiei, termenii din diagonala matricei de covarianță reprezintă dispersiile estimațiilor  $\hat{K}_1, \hat{K}_2, \dots, \hat{K}_l$ . Pe această cale se poate stabili numărul de măsurări necesare pentru a reduce dispersiile la valori acceptabile.



Se poate remarca din cele expuse că metoda este destul de laborioasă. Calculele devin și mai complicate în cazurile în care funcția  $f(\cdot)$  este neliniară. De regulă, se recurge la diverse procedee de liniarizare, unul dintre acestea fiind dezvoltarea în serie Taylor.

Cu toate acestea, metoda celor mai mici pătrate, alături de alte metode de estimare, de exemplu cea a verosimilității maxime, se aplică frecvent, dat fiind importanța menționată a măsurărilor implicite.

De asemenea, metoda celor mai mici pătrate se utilizează pentru deducerea din date experimentale a relațiilor de dependență dintre diverse mărimi ce caracterizează un anumit fenomen sub forma funcțiilor de regresie [13], [16]. În acest sens, ea este utilizată în automatică în probleme de identificare a proceselor automatizate [17].

### 2.2.11. Exprimarea rezultatelor măsurărilor

Faptul că valoarea reală a mărimilor de măsurat nu poate fi cunoscută riguros și că valorile măsurate o reprezintă cu o aproximație ce depinde de precizia cu care acestea sînt obținute impune unele precauții în exprimarea numerică a rezultatelor, astfel ca să se evite operarea cu numere alcătuite din multe cifre, dintre care unele să fie ne semnificative.

Așa cum rezultă din cele expuse în paragrafele precedente, forma generală de exprimare a rezultatului este  $V \pm \Delta X_{ad}$  în care  $V$  poate fi o valoare obținută dintr-o măsurare individuală sau o valoare medie a  $n$  rezultate, iar  $\Delta X_{ad}$  este eroarea admisibilă pentru valoarea  $V$ .  $\Delta X_{ad}$  reprezintă eroarea totală corespunzătoare unui anumit nivel de încredere admis.

Eroarea admisibilă  $\Delta X_{ad}$  poate avea semnificații și valori diferite, în funcție de tipul de erori predominante.

Se disting din acest punct de vedere următoarele situații:

- a) *măsurări de precizie medie sau redusă*, în care predomină erorile sistematice;
- b) *măsurări în care erorile aleatoare sînt importante*;
- c) *măsurări de mare precizie*, în care trebuie să se țină seama atît de erorile sistematice, cît și de cele aleatoare.

Din prima categorie fac parte, în general, măsurările uzuale, efectuate cu aparate indicatoare sau traductoare, utilizate prin metode de comparație succesivă. Mărimea de măsurat este suficient de stabilă, astfel că erorile aleatoare sînt neglijabile, cele sistematice fiind predominante. Dacă sînt asigurate condițiile în care erorile sistematice controlabile sînt reduse de asemenea la valori neglijabile, atunci în exprimarea rezultatului se vor lua în considerare numai erorile sistematice necontrolabile. Acestea sînt specificate pentru aparate și traductoare sub forma *clasei de precizie*, care permite să se deducă ușor eroarea limită tolerată cu un nivel de încredere suficient de ridicat (dacă nu este menționat, se consideră 100 %). Ținînd seama de cele menționate în paragrafele 2.2.3 și 2.2.7 rezultă *eroarea tolerată*  $\Delta_s$  și astfel rezultatul se exprimă sub forma:

$$X = V_i \pm \Delta_s, \text{ sau } X \in [V - \Delta_s, V + \Delta_s], \quad (2.111)$$

unde  $V_i$  este valoarea indicată de aparat.



Dacă există și erori sistematice controlabile, ele sînt introduse sub formă de corecții  $C = -\delta_0$  și în loc de valoarea indicată se utilizează valoarea corectată  $V_{ic} = V_r + C$ , astfel că rezultatul va fi:

$$X \in [V_{ic} - \Delta_s, V_{ic} + \Delta_s] \quad (2.112)$$

În cazul metodelor de comparație simultană 1:1, eroarea tolerată este dată de eroarea sistematică specificată pentru mărimea etalon, iar la cele 1:  $n$  mai intervine și aceea a dispozitivului comparator.

La măsurările indirecte, eroarea totală rezultă din compunerea erorilor sistematice corespunzătoare mărimilor direct măsurabile conform procedeelelor din paragraful 2.2.8.

Din cea de a doua categorie fac parte măsurările în care fluctuațiile măsurandului și ale unor mărimi de influență necontrolabile determină erori aleatoare importante, în raport cu care erorile sistematice sînt neglijabile. În asemenea cazuri, se impune efectuarea mai multor măsurări, cel puțin 20, după care se aplică metodologia de prelucrare a rezultatelor conform celor expuse în paragrafele 2.2.4 și 2.2.5. Din această prelucrare se dispune de valoarea medie  $m_v$  și de estimația erorii patratice asupra mediei  $\hat{\sigma} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$ .

În aceste condiții, exprimarea rezultatului se face în funcție de valoarea medie sub forma:

$$X \in \left[ m_v - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, m_v + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad (2.113)$$

cu un nivel de încredere de 99,73 %.

Dacă numărul  $n$  de valori individuale pe baza cărora s-au calculat  $m_v$  și  $\hat{\sigma}$  este relativ redus, se introduce parametrul  $t$  prin intermediul căruia se determină mai corect limitele și nivelul de încredere în funcție de  $n$ . Astfel:

$$X \in \left[ m_v - t \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, m_v + t \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad (2.114)$$

în care  $t$  rezultă din tabelul 2.2 pentru  $n$  și  $\eta$  fixați.

Dacă măsurările repetate au ponderi diferite, în loc de  $m_v$  se utilizează media ponderată  $m_p$ .

Presupunînd că estimația  $\hat{\sigma}$  aproximează acceptabil dispersia, rezultatul măsurării se poate exprima și pe baza unei valori individuale  $V_i$ , stabilind eroarea limită pentru nivelul de încredere admis, de exemplu:

$$X \in [V_i - 3\hat{\sigma}, V_i + 3\hat{\sigma}] \quad (2.115)$$

pentru  $\eta = 0,9973$ . Pentru alte nivele de încredere se pot găsi erorile limită din tabelul 2.1 cu  $\varphi(z)$  și  $\Phi(z)$ .

În mod asemănător se exprimă rezultatul și la măsurările indirecte afectate numai de erori aleatoare, evaluarea erorilor tolerate făcîndu-se conform unor relații de tipul (2.85) sau (2.86).

La măsurările de mare precizie în exprimarea rezultatului trebuie să se țină seama atît de erorile sistematice, cît și de cele aleatoare. Determinarea celor două componente se face separat, conform metodologiilor respective, după care urmează combinarea lor pentru a obține eroarea tolerată.



Admițind că valorile individuale  $V_i$  conțin numai eroare sistematică controlabilă constantă  $\delta_0$ , și erori aleatoare a căror dispersie estimată este  $\hat{\sigma}$ , atunci rezultatul măsurării, conform cu (2.70) și (2.70'), se exprimă în raport de  $m_v$  prin:

$$X \in \left[ m_v - \delta_0 - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, m_v - \delta_0 + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad (2.116)$$

sau, în raport de o valoare individuală  $V_i$ , prin:

$$X \in [V_i - \delta_0 - 3\hat{\sigma}, V_i - \delta_0 + 3\hat{\sigma}] \quad (2.117)$$

În ambele cazuri nivelul de încredere este  $\eta = 99,73\%$ .

În ipoteza că erorile sistematice controlabile sînt neglijabile sau au fost corectate, dar că există erori sistematice necontrolabile împreună cu cele aleatoare, ținînd cont de (2.76), rezultatul măsurării sub cele două forme de mai sus va fi:

$$X \in \left[ m_v - \sqrt{\frac{(3\hat{\sigma})^2}{n} + \Delta_s^2}, m_v + \sqrt{\frac{(3\hat{\sigma})^2}{n} + \Delta_s^2} \right] \quad (2.118)$$

sau

$$X \in [V_i - \sqrt{(3\hat{\sigma})^2 + \Delta_s^2}, V_i + \sqrt{(3\hat{\sigma})^2 + \Delta_s^2}] \quad (2.119)$$

nivelul de încredere fiind același ca mai sus.

Pentru alte nivele de încredere vor rezulta desigur alte limite, care se pot stabili ca pentru relația (2.114) în ceea ce privește erorile aleatoare.

Determinarea riguroasă a limitelor și nivelului de încredere pentru eroarea totală se face deducînd funcția de densitate de repartiție rezultantă ca în paragraful 2.2.7.

În cazurile *b* și *c* în care datorită erorilor aleatoare se efectuează mai multe măsurări și se calculează media, rezultatele se vor exprima totdeauna în raport de valorile medii, mult mai apropiate de valoarea reală decît valorile individuale.

Erorile admisibile în relațiile precedente sînt date sub formă absolută. De multe ori ele apar sub formă relativă sau raportată, fiind exprimate mai comod în procente sau *ppm* (părți pe milion). Cunoscîndu-se valoarea la care au fost raportate se trece ușor la cele absolute conform relațiilor (2.3), (2.4).

În toate cele trei situații *a*, *b*, *c*, indiferent de forma sub care a fost dedusă, valoarea erorii admisibile sau tolerate este cea care determină numărul de cifre semnificative ale rezultatului, după regula că se consideră semnificative toate cifrele pînă la rangul corespunzător ordinului de mărime al erorii admisibile.

Pentru exemplificare, fie măsurarea unei tensiuni electrice pentru care s-a obținut valoarea  $V = 222,46$  volți, iar eroarea admisibilă este de  $\pm 0,42$  volți. Aceasta înseamnă că valoarea reală  $X$  se găsește între limitele  $222,46 - 0,42 = 222,02$  volți și  $222,46 + 0,42 = 222,88$  volți, adică:

$$222,02 \leq X \leq 222,88.$$

Se observă că ultimele două cifre ale limitelor de încredere nu sînt concordante. Se păstrează numai prima dintre ele, fiind de același ordin cu eroa-



rea  $\Delta X_{ad}$  și se aplică o operație de „rotunjire”, astfel că rezultatul se scrie sub forma:

$$V = 222,5 \pm 0,4 \text{ volți.}$$

În cazul în care valoarea măsurată și eroarea admisibilă sînt numere întregi, toate cifrele nesemnificative se înlocuiesc cu zero. De exemplu, la măsurarea unei temperaturi s-a găsit  $V = 1044^\circ\text{C}$  și  $\Delta X_{ad} = \pm 20^\circ\text{C}$ . Potrivit regulii menționate și a operației de rotunjire rezultatul va fi:

$$V = 1040 \pm 20^\circ\text{C.}$$

Operațiile de rotunjire se efectuează în conformitate cu regulile calculelor aproximative și anume:

- dacă cifra cu rangul cel mai mare dintre cele suprimate sau înlocuite cu zero este mai mică decît 5, cifrele semnificative rămase nu se modifică;
- dacă cifra respectivă este mai mare sau egală cu 5, atunci ultima cifră semnificativă se mărește cu o unitate.

Din cele expuse rezultă că nu prezintă nici o utilitate ca la citirea unui aparat să se aprecieze fracțiuni cu multe cifre ale diviziunilor de pe scară. Astfel, există aparate de măsurat la care o diviziune de pe scară, conform clasei de precizie specificată, corespunde erorii tolerate absolute constantă pe întreg domeniul. În aceste condiții, o fracțiune de diviziune intră în limitele de incertitudine ale erorii sistematice necontrolabile; rezultatul se va exprima prin numărul corespunzător indicației celei mai apropiate de poziția acului.

### 2.3. CARACTERISTICILE GENERALE ALE APARATELOR DE MĂSURAT ȘI TRADUCTOARE

Din cele expuse referitor la erori se justifică afirmația că **precizia** constituie un indicator general al calității măsurării, care se impune cu o pondere mai mare sau mai redusă pentru toate categoriile de măsurări. În paragraful 2.1 în afara preciziei au fost amintiți și alți indicatori de calitate, care sînt legați de metodele de măsurare sau de aparatele, respectiv de traductoarele utilizate. De aici rezultă necesitatea de a desprinde o serie de caracteristici generale ale echipamentelor de măsurare prin intermediul cărora se evidențiază calitatea pe care o conferă măsurărilor efectuate cu ajutorul lor. Aceste caracteristici pot servi astfel pentru alegerea adecvată a aparaturii de măsurare potrivit scopului urmărit.

Întrucît traductoarele sînt elemente componente ale instalațiilor automate, în exprimarea caracteristicilor se vor avea în vedere, pe lîngă aspectele și modul de tratare curent întîlnite pentru aparatele de măsurat, metodele de caracterizare aplicate în automatică. În acest sens, caracteristicile ce se vor prezenta se vor referi la comportarea în cele două regimuri de funcționare *static* și *dinamic*. De asemenea, se vor expune unele caracteristici comune celor două regimuri, vizînd îndeosebi latura tehnico-economică a construcției și exploatării acestor echipamente.

Se precizează că se vor trata în principal caracteristicile aparatelor și traductoarelor analogice, cele numerice urmînd a fi cuprinse în volumul al doilea al cursului, întrucît ele prezintă particularități legate de prezentarea în detaliu a măsurărilor numerice.



### 2.3.1. Caracteristicile statice. Indicatori de calitate pentru măsurări statice

Din punct de vedere funcțional, schema unui aparat de măsurat reprezentată în figura 1.3, se poate restrînge la aceea din figura 2.9 în care  $X$  este mărimea de măsurat considerată ca mărime de intrare, iar  $Y$  este mărimea perceptibilă sau semnalul furnizat de traductor, care constituie mărimea de ieșire.

Pe figură sînt evidențiate și alte mărimi care intervin în funcționarea aparatului, simultan cu mărimea de măsurat. Unele dintre acestea, cum sînt comenzile  $C_1, C_2, \dots, C_q$  și mărimile de influență externe  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  reflectă legătura aparatului cu exteriorul. Altele, mărimile de influență interne  $v_1, v_2, \dots, v_r$ , sînt generate de diversele componente care intră în construcția aparatului.

Determinarea valorii se realizează prin mărimea de ieșire  $Y$ , care depinde, după o lege cunoscută, de mărimea de intrare  $X$ . Considerînd cazul măsurărilor statice în sensul definit în paragraful 1.10.1, adică atît  $X$  cît și  $Y$  pe durata măsurării nu variază, dependența respectivă poate fi exprimată analitic prin relația:

$$Y = f(X), \quad (2.120)$$

sau grafic printr-o curbă trasată pe baza perechilor de valori  $(X, Y)$ . Această dependență descrie funcționarea aparatului în condițiile menționate și poartă denumirea de **caracteristică statică**.

Relația (2.120) reprezintă o dependență idealizată. În realitate, mărimea de ieșire  $Y$  nu este determinată numai de  $X$ , ci și de celelalte mărimi reprezentate de figura 2.9.

Comenzile  $C_1, C_2, \dots, C_q$  nu provoacă modificări nedorite ale caracteristicii statice ideale, ci ele servesc tocmai pentru adaptarea aparatului în vederea obținerii unei caracteristici adecvate domeniului de variație al mărimii de măsurat, condițiilor de experimentare și scopului urmărit.

Ca exemple de comenzi se pot menționa: alegerea domeniului respectiv, calibrarea internă, reglarea zeroului, echilibrarea la comparația simultană etc. Ele pot fi aplicate fie de către operator, fie de către dispozitive de automatizare.

Dimpotrivă, mărimile de influență, atît cele externe  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  cît și cele interne  $v_1, v_2, \dots, v_r$ , au efecte nedorite a căror consecință este o dependență reală mai mult sau mai puțin diferită de cea ideală.

Mărimile perturbatoare externe cele mai importante sînt factorii de mediu, temperatura, presiunea, umiditatea, intensitatea cîmpurilor electrice sau magnetice etc. Ele acționează asupra elementelor constitutive ale aparatului, influențînd funcționarea lor.

Mărimile perturbatoare interne care se manifestă cel mai frecvent sînt zgomotele generate de rezistoare, de semiconductoare, frecările în lagăre, modificarea proprietăților materialelor prin îmbătrînire etc.

Se recunosc în mărimile perturbatoare sursele de erori descrise anterior, abaterile

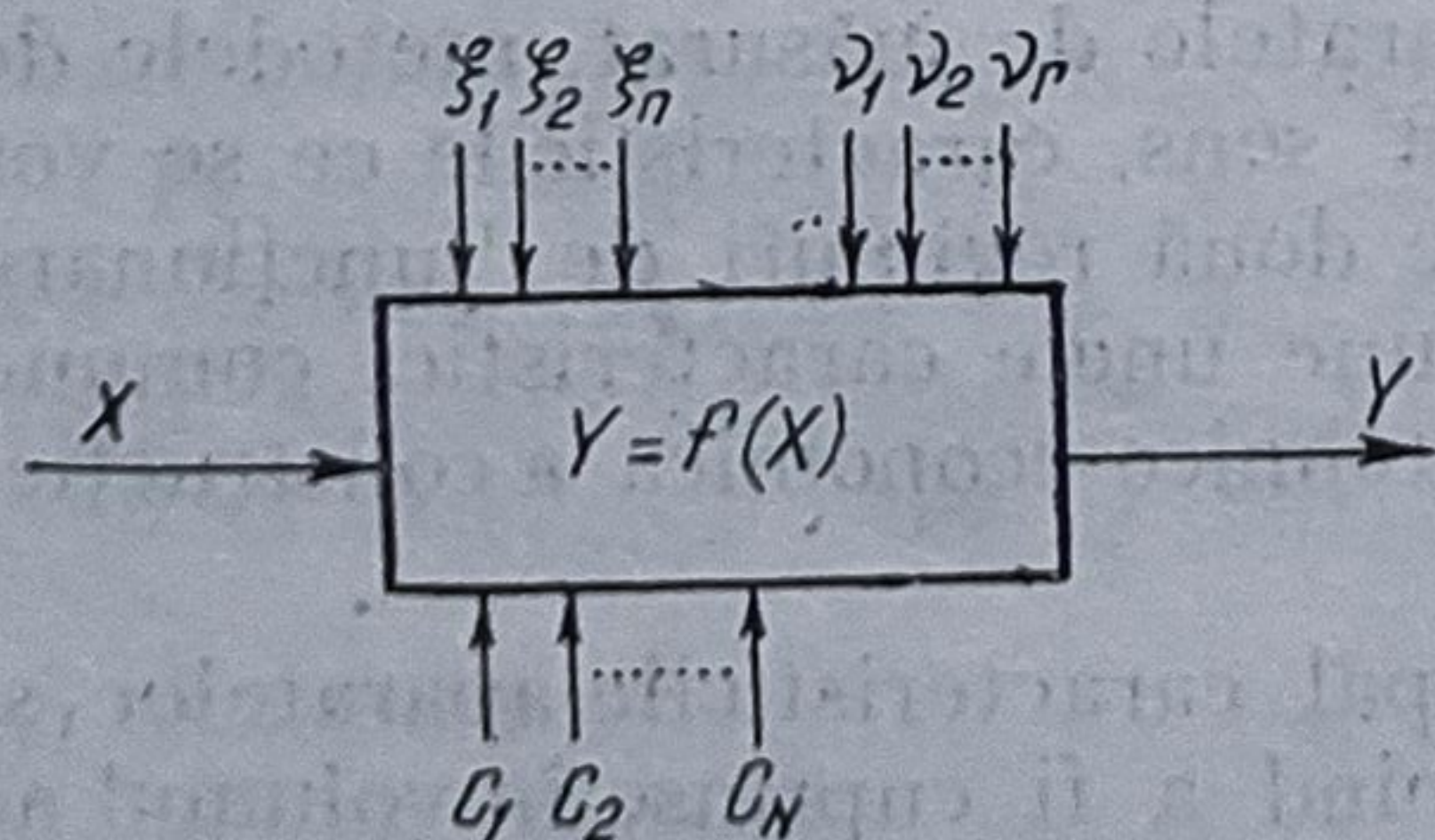


Fig. 2.9. Schema funcțională restrînsă a unui aparat de măsurat.



dependenței reale de la cea ideală, reprezentând înseși erorile de influență care nu pot fi controlate.

Ca urmare, *caracteristica statică reală* a aparatului de măsurat este descrisă printr-o funcție de forma:

$$Y = f(X; \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_r). \quad (2.121)$$

Este de observat că ceea ce generează erori sînt variațiile mărimilor de influență și nu valorile lor absolute, care dacă ar rămîne constante ar putea fi luate în considerare ca atare în expresia caracteristicii. De aceea, pentru a evidenția modul în care ele se reflectă la ieșire, admitînd că variațiile respective sînt relativ reduse, se dezvoltă în serie relația (2.121) rezultînd:

$$\Delta Y \cong \frac{\partial f}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial f}{\partial \xi_1} \Delta \xi_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial \xi_n} \Delta \xi_n + \frac{\partial f}{\partial \nu_1} \Delta \nu_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial \nu_r} \Delta \nu_r, \quad (2.122)$$

în care s-au neglijat termenii corespunzînd derivatelor de ordin superior care apar multiplicat cu puteri sau produse ale variațiilor considerate ca infiniți mici.

Derivatele de ordinul întîi din relația precedentă au semnificațiile unor sensibilități. Astfel  $\frac{\partial f}{\partial X}$  reprezintă *sensibilitatea utilă* a aparatului, pe cînd

celelalte  $\frac{\partial f}{\partial \xi_i}$  și  $\frac{\partial f}{\partial \nu_j}$  sînt niște *sensibilități parazite*. Cu cît sensibilitatea utilă

va fi mai mare și nu va depinde de mărimile perturbatoare, iar cele parazite vor fi mai reduse (neglijabile), cu atît caracteristica reală este mai apropiată de cea ideală. Acele sensibilități parazite care se mențin la valori ridicate impun introducerea de dispozitive de compensare automată.

Se deduce astfel că, prin concepție și prin construcție, aparatele de măsurat și traductoarele se realizează astfel încît mărimile de influență să determine efecte minime, permițînd să se considere valabilă *caracteristica statică ideală*  $Y = f(X)$ , în limitele unei erori tolerate.

O importanță deosebită pentru calitatea măsurării o prezintă *caracteristicile statice liniare*, descrise de relații de forma:

$$Y = KX + Y_0, \quad (2.123)$$

sau *proporționale*:

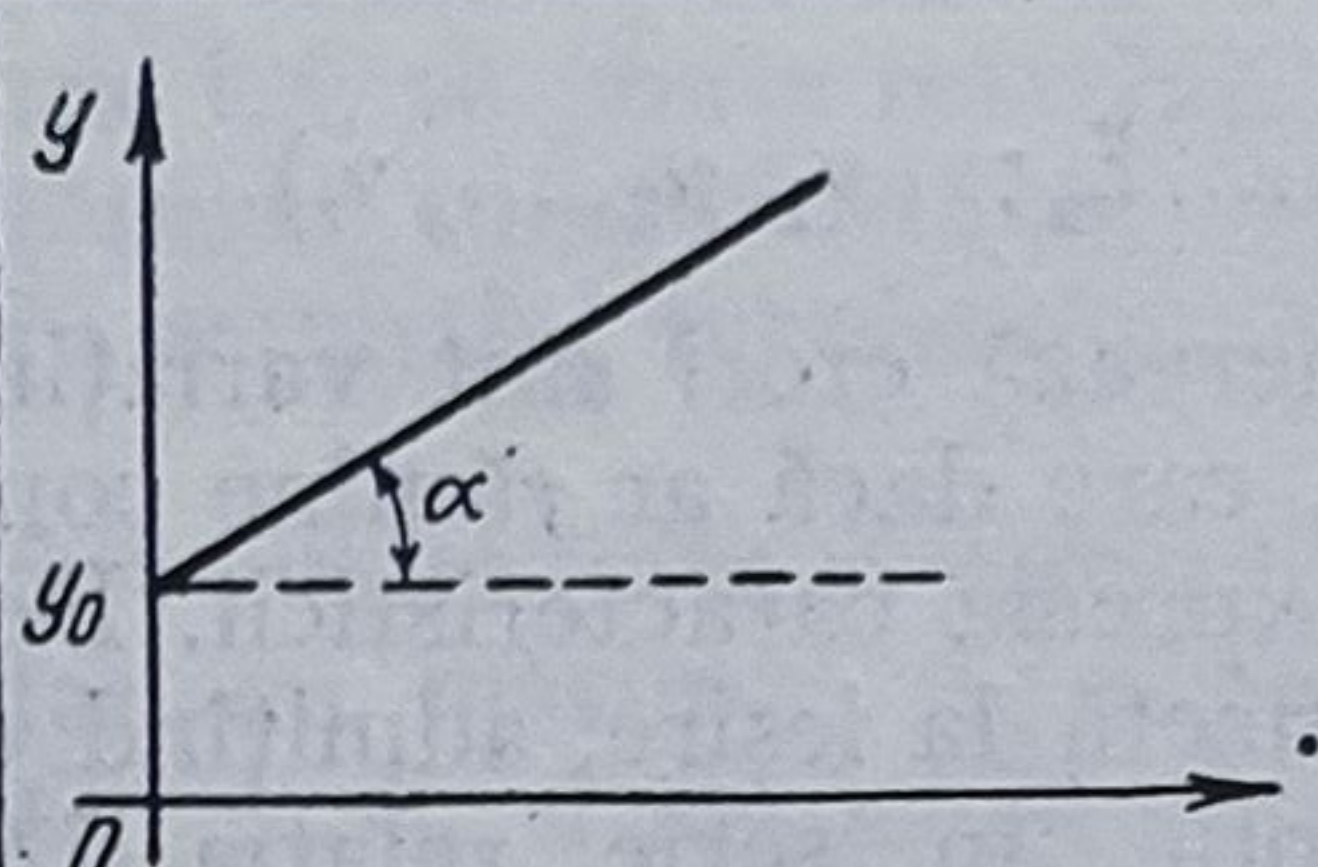
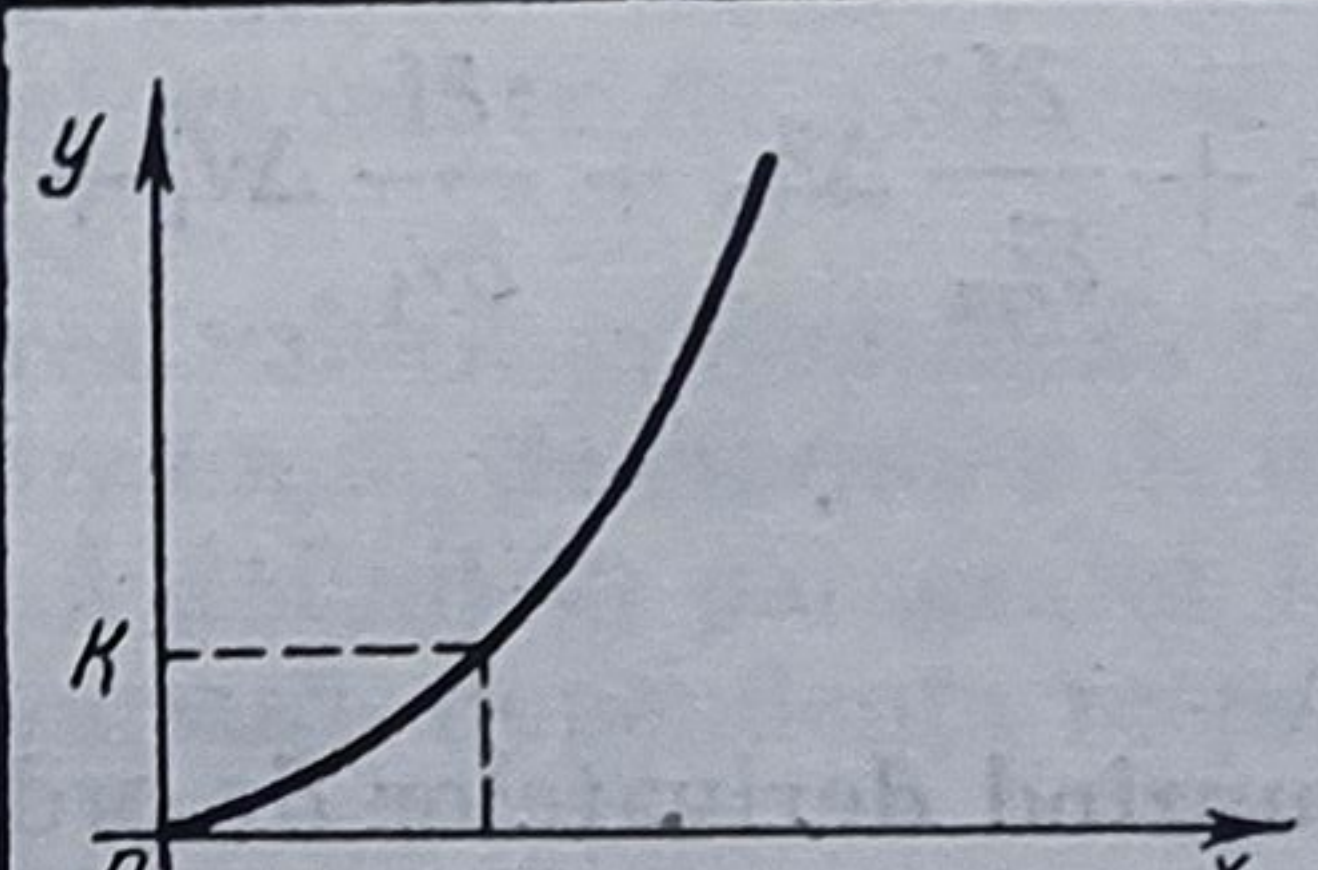
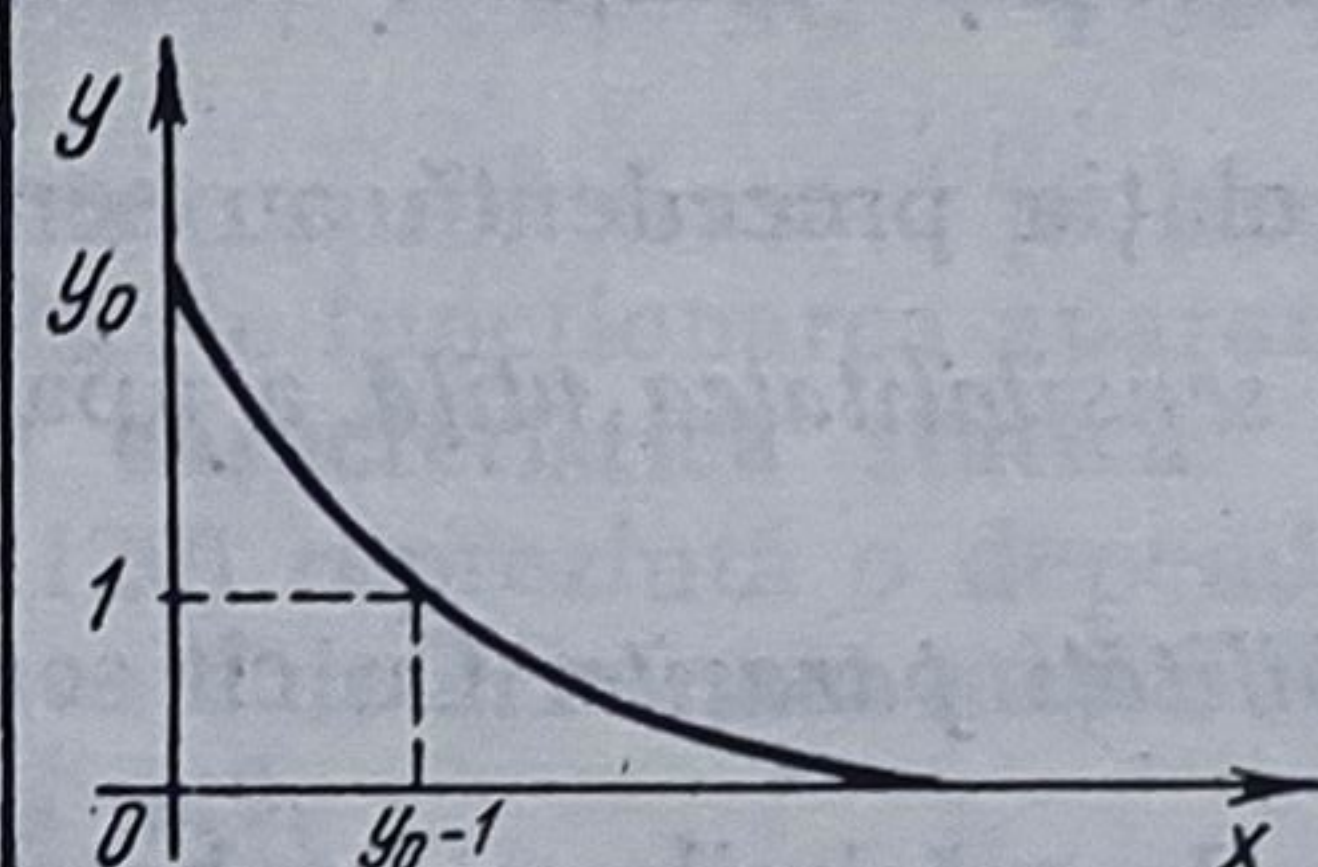
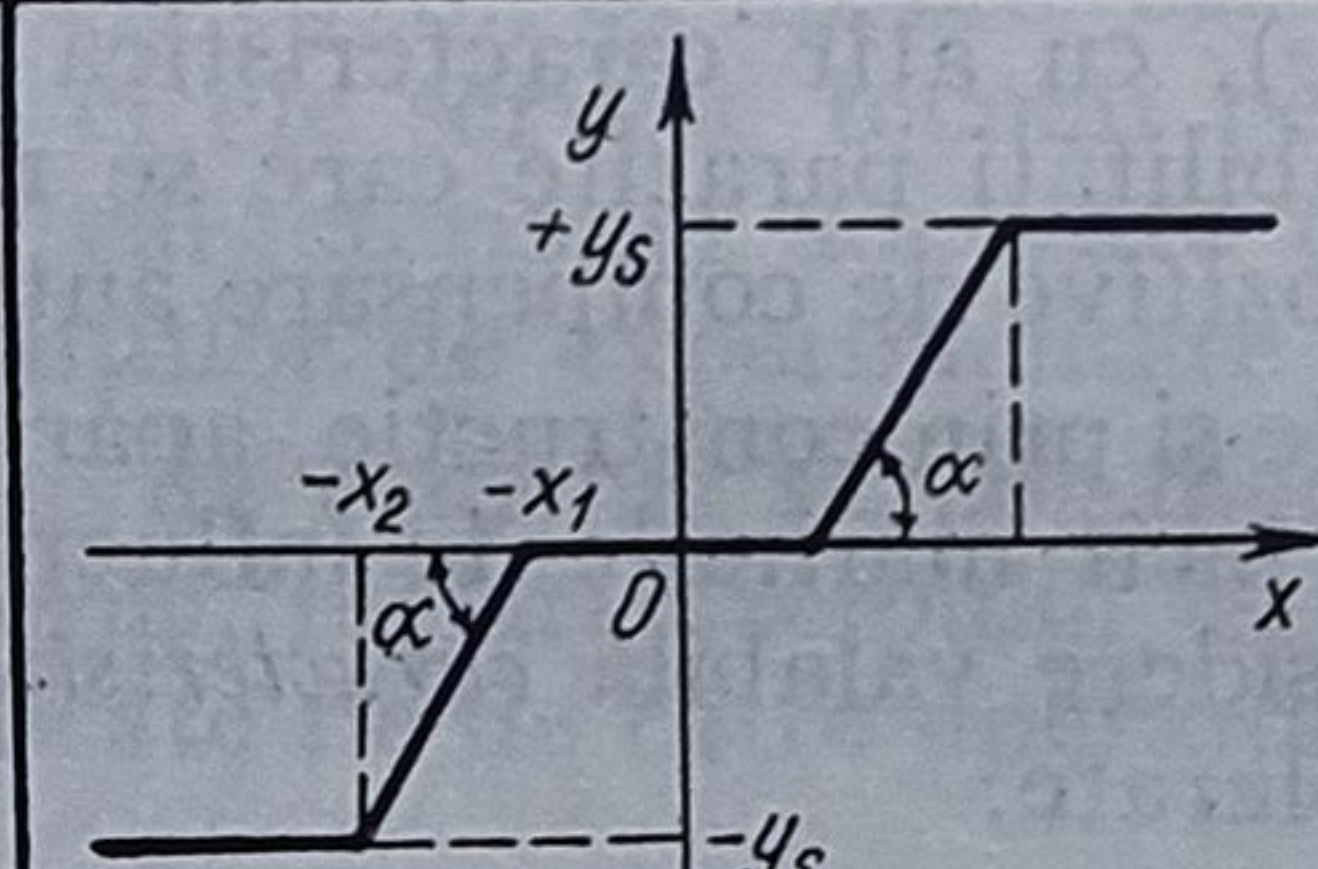
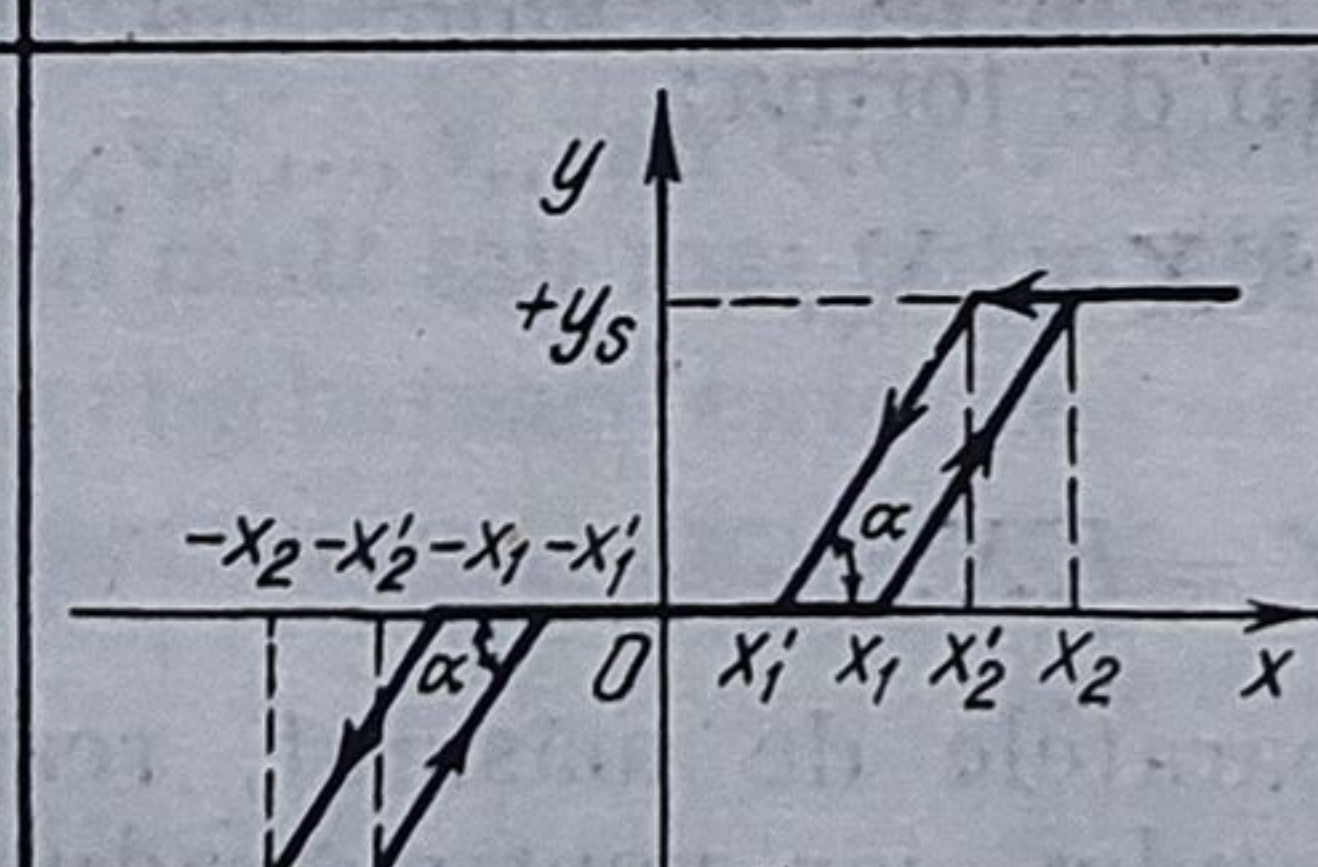
$$Y = KX. \quad (2.124)$$

Această importanță, pentru aparatele de măsurat, rezidă în ușurința realizării scării și asimilării rezultatului, iar pentru traductoare în faptul că în cadrul unei instalații automate sînt de preferat elemente liniare, care permit metode simple și precise de analiză și sinteză a dispozitivelor de automatizare.

Dacă funcția  $f(\cdot)$  este neliniară, atunci și *caracteristica statică* se spune că este *neliniară*.

În tabelul 2.3 sînt reprezentate cîteva dintre caracteristicile statice liniare și neliniare cele mai frecvent întîlnite pentru echipamentele de măsurat analogice.



Tipul caracteristicii	Reprezentarea grafică	Expresia funcției $f(\cdot)$
Liniară		$y = Kx + y_0$ $K = \operatorname{tg} \alpha$ $x \geq 0$
Neliniară Parabolă		$y = Kx^2$ $x \geq 0$
Neliniară Hiperbolă		$y = \frac{y_0}{Kx + 1}$ $x \geq 0$
Neliniară cu prag de insensibilitate și saturație (liniară pe porțiuni)		$\begin{cases} 0 & \text{pentru }  x  < x_1 \\ K(x \mp x_1) & \text{pentru } x_1 \leq  x  < x_2 \\ \pm y_s & \text{pentru }  x  \geq x_2 \end{cases}$ <p>cu - dacă <math>x &gt; 0</math> și + dacă <math>x &lt; 0</math></p> $K = \operatorname{tg} \alpha$
Neliniară cu prag de in- sensibilitate și histeresis (liniară pe porțiuni)		$\begin{cases} 0 & \text{pentru }  \vec{x}  < x_1 \text{ sau }  \vec{x}  < x'_1 \\ K(x \mp x_1) & \text{pentru } x_1 \leq  \vec{x}  < x_2 \\ K(x \mp x'_1) & \text{pentru } x'_1 \leq  \vec{x}  < x'_2 \\ \pm y_s & \text{pentru }  \vec{x}  \geq x_2 \text{ sau }  \vec{x}  \geq x'_2 \end{cases}$ <p>cu - dacă <math>x &gt; 0</math> și + dacă <math>x &lt; 0</math></p> <p><math> \vec{x} </math> - modul crescător ; <math> \vec{x} </math> - modul descrescător</p> $K = \operatorname{tg} \alpha$

Pentru exemplificare se poate cita cazul unui ampermetru magnetoelec-  
tric, avînd caracteristică statică liniară  $\alpha = KI$ , spre deosebire de cel al unui  
ampermetru feromagnetic a cărui caracteristică este neliniară  $\alpha = KI^2$  ( $\alpha$  este  
deviația acului indicator).



În paragraful 1.2.9 s-a menționat că există posibilitatea realizării de aparate pentru măsurarea unor mărimi prin metode indirecte, atunci când acestea se pot exprima printr-o relație explicită în raport cu alte mărimi direct măsurabile. Caracteristica statică pentru astfel de aparate este de forma:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_K),$$

unde  $Y$  este mărimea de ieșire prin care se reprezintă mărimea ce se măsoară indirect, iar  $X_1, X_2, \dots, X_K$  sînt mărimile direct măsurabile care apar ca intrări. Funcția  $f(\dots)$  include atît relația de definiție a mărimii de măsurat în raport de  $X_1, X_2, \dots, X_K$ , precum și dependența introdusă de aparat în vederea obținerii mărimii perceptibile, sau a semnalului de ieșire din traductor.

În cazul în care funcția  $f(\dots)$  este liniară, ea reprezintă un plan, iar dacă este neliniară o suprafață în spațiul cu un număr de dimensiuni egal cu cel al mărimilor care intervin în relația respectivă. Ca urmare, reprezentarea grafică globală este dificilă și uneori se recurge la mai multe caracteristici statice care exprimă dependența mărimii de ieșire numai de cîte una dintre cele de intrare, celelalte fiind considerate succesiv ca parametri ce pot lua diverse valori.

Caracteristicile statice sînt determinate de legile fizice pe care se bazează funcționarea elementelor componente și ele se deduc prin calcule sau experimental. În general, raportate la un domeniu larg de variație a mărimii de măsurat, ele sînt neliniare. Dat fiind avantajele unor caracteristici liniare, se aplică diverse procedee, fie de limitare a utilizării pe anumite zone ale caracteristicii în care neliniaritățile sînt reduse, fie de corectare și liniarizare a acestora pe porțiuni, cu ajutorul unor dispozitive special introduse în acest scop în structura aparatului. Astfel, caracteristicile statice liniare constituie de fapt o aproximare a celor reale neliniare care este acceptabilă pentru condițiile de folosire a aparatului. Această aproximare se exprimă prin ceea ce se numește *abatere de la liniaritate* sau *eroare de neliniaritate*. Ilustrarea modului în care se determină abaterea de la liniaritate rezultă din figura 2.10.

După cum se poate observa pe figură, în domeniul  $(X_{min}, X_{max})$  în care interesează determinarea abaterii de la liniaritate se trasează o dreaptă  $AB$  care să aproximeze cît mai bine caracteristica reală. Dreapta  $AB$  reprezintă caracteristica liniarizată în domeniul respectiv și trasarea sa se poate face prin procedee grafice sau determinînd parametrii săi prin calcul, pe baza valorilor citite pe curba reală (se poate aplica de exemplu celor mai mici pătrate). Paralel cu dreapta  $AB$  se trasează dreptele  $A'B'$  și  $A''B''$ , astfel încît să se încadreze între ele caracteristica reală. Cea mai mare dintre diferențele  $\Delta Y'$  și  $\Delta Y''$  reprezintă *abaterea de la liniaritate*. Din aceleași considerente ca la erorile relative se definește *abaterea relativă de la liniaritate* prin raportarea celei absolute la domeniul  $(Y_{min}, Y_{max})$  și se exprimă în procente:

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta Y_{max}}{Y_{max} - Y_{min}} \cdot 100 [\%]. \quad (2.125)$$

Dacă pentru un aparat de măsurat cu ac indicator prin trasarea adecvată a

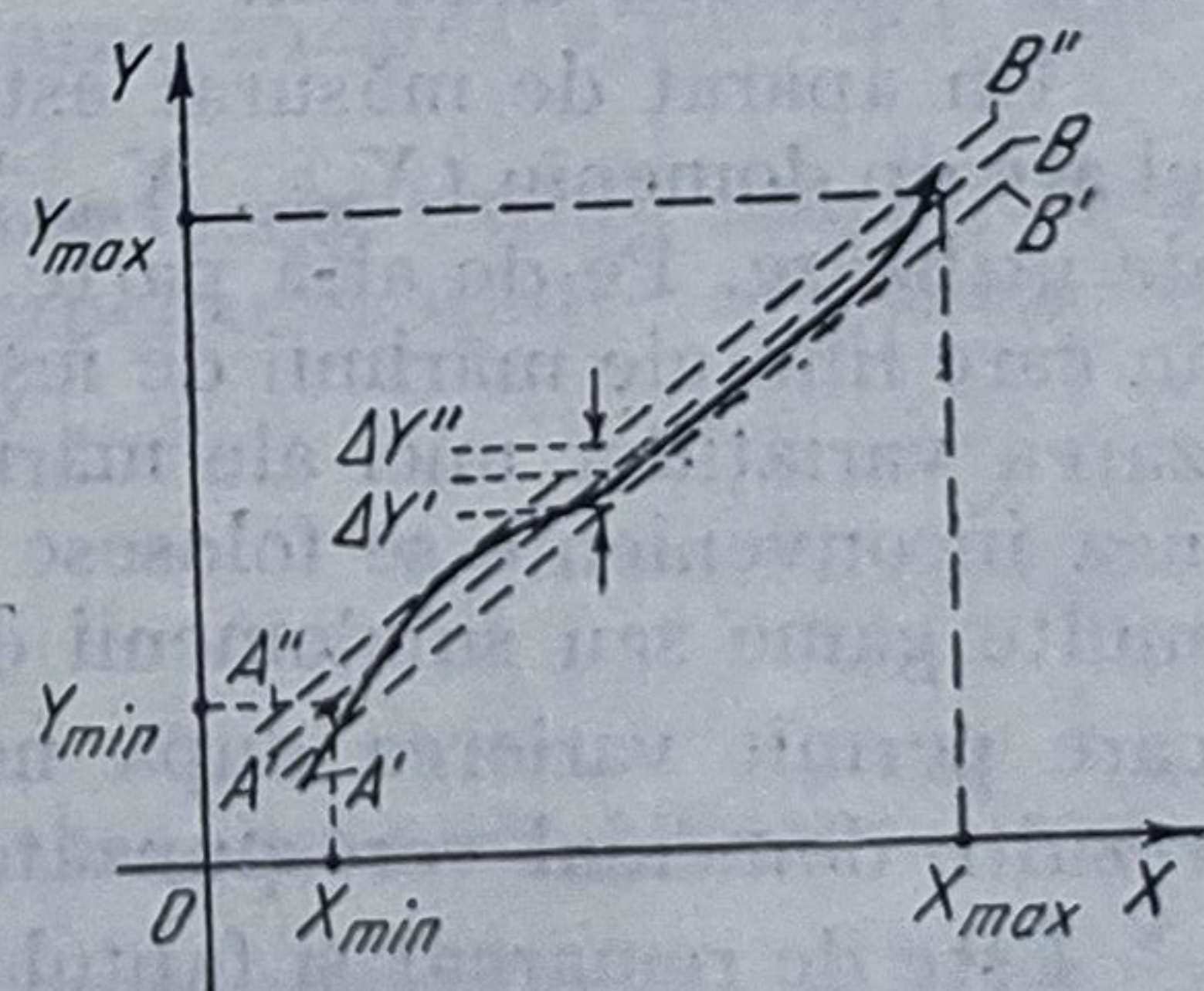


Fig. 2.10. Ilustrarea metodei grafice de determinare a erorii de neliniaritate.



scării se pot lua în considerare neliniaritățile caracteristicii statice, rezultând doar eventuale dificultăți de lectură, erorile de neliniaritate în cazul traductoarelor capătă o însemnătate deosebită. Ele trebuie reduse la valori minime, astfel încât însumate cu celelalte erori să nu depășească în total eroarea admisibilă.

În practică, stabilirea finală a caracteristicii statice a unui aparat de măsurat sau traductor se face experimental prin operația de etalonare și ea se reflectă prin scara sau curbele de intrare-ieșire specificate.

Caracteristicile statice sînt utile pentru definirea unor **indicați de calitate** ai aparatelor, cum sînt: *domeniul de măsurare, sensibilitatea, rezoluția, pragul de sensibilitate, precizia*.

● **Domeniul (intervalul) de măsurare** se exprimă prin intervalul  $X_{max} - X_{min}$  în cadrul căruia aparatul permite efectuarea corectă a măsurării potrivit caracteristicii statice și este asigurată integritatea sa.

Domeniul de măsurare se situează de regulă pe caracteristica statică, în zona în care aceasta este liniară, sau într-o zonă în care se menține o dependență  $Y = f(X)$  convenabilă cerințelor utilizatorului.

Valorile limită minime atât la intrare  $X_{min}$ , cît și la ieșire  $Y_{min}$  pot fi zero sau diferite de zero, de aceeași polaritate sau de polaritate opusă limitei maxime. Există așa-numitele *aparate indicatoare cu zero la mijloc*, la care limita minimă se ia egală și de semn opus celei maxime. Pentru traductoarele cu semnal unificat se întîlnesc cazuri în care limita minimă a semnalului de ieșire  $Y_{min} = 0$ , pentru  $X_{min} \neq 0$ , precum și situația inversă  $Y_{min} \neq 0$ , chiar dacă  $X_{min} = 0$ , din rațiuni practice care se vor expune ulterior.

Atunci cînd limita inferioară de măsurare este zero, se înțelege de fapt valoarea minimă determinată de pragul de sensibilitate al aparatului. Evident că aceasta va fi măsurată cu o eroare foarte mare. De aceea, în unele cazuri domeniul de măsurare se definește pentru intervalul în care eroarea rămîne în limite admisibile.

Valorile limită maxime  $X_{max}$  și  $Y_{max}$  sînt stabilite prin însăși construcția aparatelor. Depășirea la intrare a valorii  $X_{max}$  nu numai că nu poate fi sesizată la ieșire, dar poate periclita însăși securitatea aparatului respectiv.

Pentru aparatele utilizate la măsurările indirecte, limitele care determină domeniul de măsurare se deduc din combinarea limitelor corespunzătoare mărimilor direct măsurabile, conform relației prin care ele definesc mărimea ce se măsoară indirect.

Un aparat de măsurat este, într-un anumit sens, cu atît mai bun cu cît el are un domeniu ( $X_{min}, X_{max}$ ) mai extins, el avînd astfel posibilități mai largi de utilizare. Pe de altă parte, extinderea domeniului la intrare în condițiile în care limitele mărimii de ieșire rămîn aceleași conduce la dificultăți în sesizarea variațiilor mici ale mărimii de intrare. Pentru eliminarea unor asemenea inconveniente se folosesc aparate la care domeniul este împărțit în mai multe game sau subdomenii de măsurare. Ele sînt prevăzute cu dispozitive care permit varierea după necesitate a caracteristicii statice, astfel ca să rezulte domeniul corespunzător limitelor dorite.

Este de remarcat și faptul că la traductoarele cu semnal unificat la ieșire limitele  $Y_{min}, Y_{max}$  se mențin aceleași, indiferent de limitele intrării  $X_{min}, X_{max}$ , ele fiind dotate cu dispozitive de ajustare similare celor menționate mai sus la aparatele cu domenii multiple.



● Sensibilitatea aparatului este reprezentată de coeficientul termenului util din (2.122). În condițiile în care se consideră sensibilitățile parazite neglijabile, admitându-se caracteristica statică ideală  $Y = f(X)$ , sensibilitatea aparatului este dată de derivata funcției  $f(X)$ . Pentru variații mici  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , sensibilitatea se definește prin raportul între variația ieșirii și variația corespunzătoare a intrării.

Sensibilitatea se poate exprima valoric ușor în cazul unei caracteristici statice liniare, întrucât ea este reprezentată de însuși coeficientul unghiular al dreptei. Cu referire la relația (2.123), sau la prima caracteristică din tabelul 2.3, rezultă:

$$S = \frac{dY}{dX} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = K = \operatorname{tg} \alpha, \quad (2.126)$$

sau, sub o formă în care intervine domeniul de măsurare:

$$S = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}. \quad (2.127)$$

Facilitatea exprimării sensibilității pentru aparatele cu caracteristici statice liniare se datorește faptului că ea este aceeași (constantă) în întreg domeniul de măsurare. Pentru o caracteristică statică neliniară se pot defini numai valori ale sensibilității sub forma:

$$S_i = \left. \frac{dY}{dX} \right|_{X=X_i} \cong \left. \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|_{X=X_i}, \quad (2.128)$$

în care  $\Delta Y$  și  $\Delta X$  sînt variații locale reduse în jurul punctului de coordonate  $X_i$ ,  $Y_i$ .

Sensibilitatea sub forma dată de (2.128) se numește și *sensibilitate diferențială*.

Deși pentru o caracteristică neliniară nu se poate stabili o sensibilitate globală, pentru anumite porțiuni în care aceasta se apropie de o dreaptă, sau pentru o evaluare aproximativă, se folosește o *sensibilitate medie* ce se poate calcula cu relații de tipul (2.127).

Din relațiile (2.126), (2.127), sau (2.128) rezultă că sensibilitatea este o mărime ale cărei dimensiuni depind de cele ale mărimilor de intrare și de ieșire, iar valoarea sa depinde de unitățile de măsură utilizate pentru mărimile respective.

În cazurile caracteristicilor liniare, la care mărimile de intrare și de ieșire sînt de aceeași natură, dacă sensibilitatea are valori supraunitare se numește *factor de amplificare* și dacă este subunitară *factor de atenuare*. Acești factori sînt adimensionali și sînt larg utilizați pentru caracterizarea aparatelor electronice.

Uneori, cînd domeniul mărimii de intrare este foarte extins, amplificarea sau atenuarea se reprezintă prin logaritmul raportului dintre mărimea de ieșire și cea de intrare:

$$A = 20 \lg \frac{Y}{X}$$

și se exprimă în decibeli [dB]<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Deși  $A$  este un număr, i se atribuie convențional o unitate de măsură utilizată în măsurarea intensității sonore  $N$ , dată fiind analogia cu exprimarea acesteia în beli,  $N = 2 \lg \frac{p}{p_0}$  unde  $p$  este presiunea efectivă a sunetului și  $p_0 = 2 \cdot 10^{-4}$  bari, corespunzînd pragului de audibilitate la 1 kHz.



Deseori se folosește așa-numita *sensibilitate relativă*, care este dată de raportul între variația relativă a mărimii de ieșire pentru o variație relativă dată a mărimii de la intrare:

$$S_r = \frac{dY/Y}{dX/X} \cong \frac{\Delta Y/Y}{\Delta X/X}. \quad (2.129)$$

Sensibilitatea relativă se exprimă printr-un număr fără dimensiuni și valoarea sa nu depinde de sistemul de unități. Ca urmare, ea este utilă la compararea aparatelor din punctul de vedere al sensibilității, atunci când ele au domenii diferite.

Pentru aparatele destinate măsurărilor indirecte se pot determina sensibilități în raport cu fiecare dintre mărimile direct măsurabile  $X_1, X_2, \dots, X_K$ . Dacă  $f(X_1, X_2, \dots, X_K)$  este liniară, atunci aceste sensibilități sînt constante și ele sînt proporționale cu cosinusurile directoare ale normalei la plan, iar dacă funcția respectivă este neliniară, se pot calcula sensibilități diferențiale locale pentru fiecare punct al suprafeței, luînd derivatele parțiale în punctul considerat în raport cu fiecare dintre mărimile  $X_1, X_2, \dots, X_K$ , generalizînd relația (2.128). În mod asemănător, extinzînd relația (2.129) se pot deduce și sensibilitățile relative.

În locul sensibilității se utilizează uneori inversa acesteia, denumită **constanta aparatului**:

$$C = \frac{1}{S}. \quad (2.130)$$

Constanta  $C$  pentru un aparat cu ac indicator reprezintă valoarea cu care trebuie să varieze mărimea de măsurat pentru ca acul să devieze cu o diviziune pe o scară uniformă.

Sensibilitatea unui aparat de măsurat este determinată de sensibilitățile elementelor componente și de modul în care acestea se combină în cadrul schemei structurale. Unul dintre avantajele elementelor cu caracteristici liniare este acela că sensibilitatea totală (intrare—ieșire) se poate deduce ușor din sensibilitățile parțiale, care sînt constante în domeniul de funcționare.

Considerînd o structură în circuit deschis, care cuprinde mai multe elemente conectate în serie, ca în figura 2.11, și ale căror sensibilități sînt  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , sensibilitatea pe ansamblu  $S$  este dată de produsul sensibilităților parțiale:

$$S = S_1, S_2, \dots, S_n. \quad (2.131)$$

Elementele din figura 2.10 sînt unidirecționale, mărimile intermediare acționînd numai în sensul săgeților de la intrare către ieșire. O altă structură este cea în circuit închis, în care apare și o reacție de la ieșire către intrare, așa cum se arată în figura 2.12.

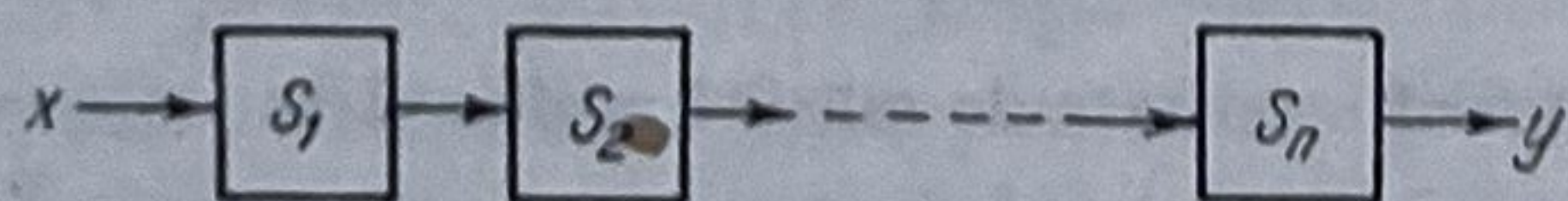


Fig. 2.11. Structură de elemente liniare conectate în serie în circuit deschis.

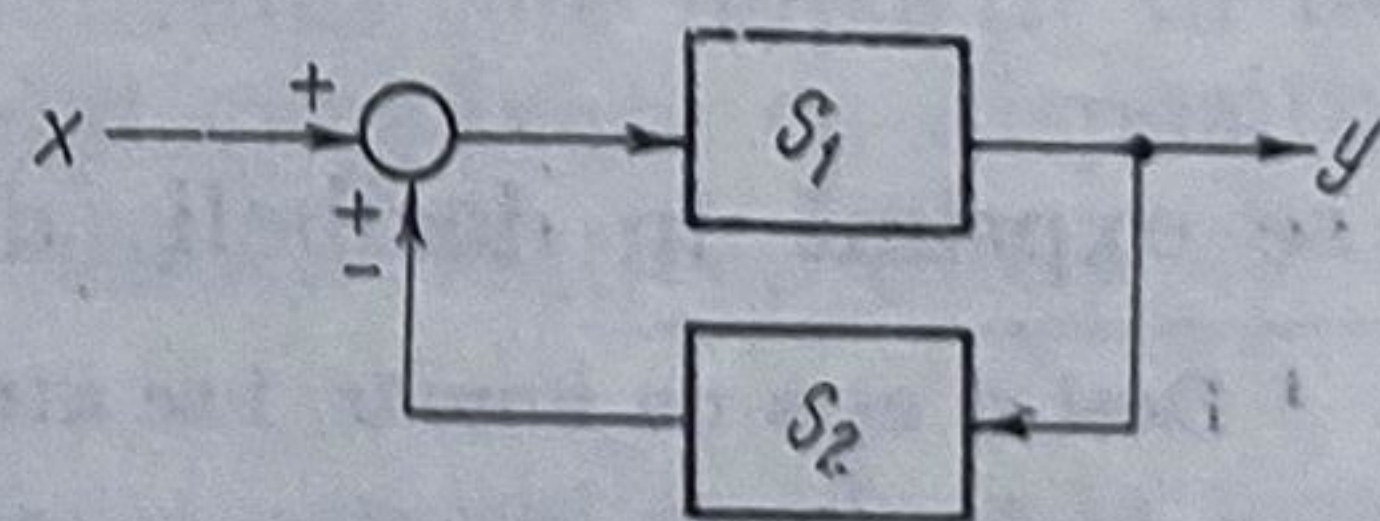


Fig. 2.12. Structură de elemente liniare conectate în circuit închis (cu reacție).



Dependența intrare-ieșire este dată de relația:

$$Y = \frac{S_1}{1 \mp S_1 S_2} X. \quad (2.132)$$

De obicei,  $S_1 S_2 \gg 1$ , astfel încât se poate scrie:

$$Y \cong \mp \frac{1}{S_2} X, \quad (2.133)$$

de unde se vede că sensibilitatea elementului de pe reacție (factorul de reacție) este determinantă în stabilirea sensibilității pe ansamblu.

Structura din figura 2.11 corespunde aparatelor cu conversie directă (prin comparație succesivă), iar cea din figura 2.12 aparatelor cu compensare, sau cu echilibrare (prin comparație simultană).

Se observă din (2.131) că sensibilitatea totală la prima structură depinde de toate sensibilitățile parțiale și orice abatere a uneia dintre acestea de la valoarea fixată (prin calibrare) conform caracteristicii ideale se manifestă sub forma unei erori. Cea de a doua structură are avantajul că sensibilitatea este condiționată practic numai de precizia și stabilitatea caracteristicii unui singur element, cel de pe reacție.

În cazul unor structuri mai complicate, care conțin elemente cu caracteristici neliniare, determinarea caracteristicii statice și a sensibilității totale baza celor parțiale este mai dificilă. Ea poate fi soluționată analitic prin eliminarea variabilelor intermediare, sau pe cale grafică prin prelucrarea curbelor respective.

● Un alt indicator de calitate este **rezoluția**.

Prin **rezoluție** se înțelege cea mai mică variație a mărimii de măsurat, care poate fi citită la ieșire pe dispozitivul de afișare al aparatului (la traducătoare prin variația semnalului de ieșire, care poate fi sesizată de dispozitivul de automatizare).

Termenul de *rezoluție* (*putere de rezoluție*) a fost adoptat prin analogie cu cel de *putere de separație* utilizat pentru instrumentele optice, în sensul de capacitate a aparatului de a permite distingerea unor valori cât mai apropiate ale mărimii de măsurat.

La aparatele analogice rezoluția este, de obicei, valoarea măsurandului corespunzătoare unei diviziuni pe scara aparatului (sau cel mult 1/2 diviziuni, presupunând că operatorul poate aprecia corect fracțiunile de diviziune).

Rezultă că dintre două aparate indicatoare având același domeniu, cel a cărui scară are numărul de diviziuni mai mare, acela are rezoluția mai bună (se obține prin extensia scării, multiplicarea optică a deviației etc.).

Pentru aparatele funcționând prin comparație simultană cu etalon variabil în trepte, intervalul minim de variație a etalonului este cel care definește rezoluția.

În cazul aparatelor de măsurat la care mărimea de ieșire variază în mod discret rezoluția este determinată de intervalul de discretizare.

● Legat în anumite privințe atât cu rezoluția, cât și cu sensibilitatea, dar principal diferit de acestea, este **pragul de sensibilitate**.

**Pragul de sensibilitate** se definește cu cea mai mică valoare a măsurandului, care determină o variație certă a mărimii de ieșire în condiții normale de funcționare a aparatului.



Pragul de sensibilitate este un indicator utilizat în deosebi pentru măsurări de precizie ale unor mărimi de valori reduse.

El este important întrucât condiționează, pe de o parte, valoarea minimă care poate fi măsurată, iar pe altă parte eroarea sistematică necontrolabilă și prin ea precizia maximă a aparatului. În afara rezoluției, principalii factori care determină pragul de sensibilitate sînt: fluctuațiile datorate perturbațiilor interne și externe (așa-numitele *zgomote*) în circuitele electrice, frecările statice și jocurile în angrenaje pentru dispozitive mecanice.

În cazul aparatelor electrice și electronice, pragul de sensibilitate nu poate fi coborît sub o anumită limită impusă de zgomotul de agitație termică și care se numește *zgomot propriu*. La acesta se mai adaugă, în condiții normale de funcționare, zgomotul produs de fluctuațiile menționate denumit *zgomot instrumental*. Considerînd ideal un aparat, la care zgomotul instrumental este nul, se definește pentru aparatele reale așa-numitul *factor de zgomot*  $F$  prin raportul între puterea totală de zgomot și puterea de zgomot propriu:

$$F = \frac{P_{zp} + P_{zi}}{P_{zp}} = \left(1 + \frac{P_{zi}}{P_{zp}}\right), \quad (2.134)$$

unde  $P_{zp}$  este puterea de zgomot propriu, iar  $P_{zi}$  este puterea de zgomot instrumental.

Factorul de zgomot este o caracteristică însemnată pentru determinarea pragului de sensibilitate la aparatele electrice, în sensul că el definește puterea minimă de măsurare necesară și din aceasta se pot deduce valorile de prag pentru tensiune sau pentru curent [8].

Semnificațiile noțiunilor de sensibilitate, rezoluție și prag de sensibilitate pot fi acum mai bine înțelese, *dacă rezoluția se privește ca o caracteristică de ieșire a aparatului, sensibilitatea ca o caracteristică de transfer iar pragul de sensibilitate ca o caracteristică de intrare.*

Calitatea aparatelor și traductoarelor este cu atît mai bună, cu cît sensibilitatea este mai mare, iar rezoluția și pragul de sensibilitate sînt mai reduse. În cazul traductoarelor, acești indicatori de calitate trebuie să fie superiori celorlalte elemente ale sistemelor automate.

● Un indicator important de calitate al aparatelor de măsurat, definit pe baza noțiunilor referitoare la erorile de măsurare, dar și în raport de caracteristica statică, este **precizia** (denumită și **precizie instrumentală**). Ea reprezintă calitatea aparatului de a permite obținerea de rezultate cît mai apropiate de valoarea reală a mărimii de măsurat.

Precizia aparatelor de măsurat include cele două componente menționate în paragraful 2.2.2: *justețea* caracterizată de erorile aleatoare și *repetabilitatea* determinată de cele sistematice.

Două tipuri caracteristice de *erori de aparat* sînt *eroarea de zero*, și *eroarea de proporționalitate*. Eroarea de zero are un caracter aditiv și este constantă pe întregul domeniu. Eroarea de proporționalitate este de natură multiplicativă și crește proporțional cu valoarea măsurandului. În figura 2.13 și figura 2.14 sînt reprezentate efectele acestor erori asupra caracteristicilor statice.

Alte tipuri de erori de aparat sînt cea de *neliniaritate* evidențiată pe figura 2.10 și cea de *histerezis*, care poate fi remarcată pe figura ultimă din tabelul 2.3.

Exprimarea cantitativă a preciziei se face prin însumarea erorilor elementare, din care rezultă *eroarea admisibilă* (sau *tolerată*) a aparatului.



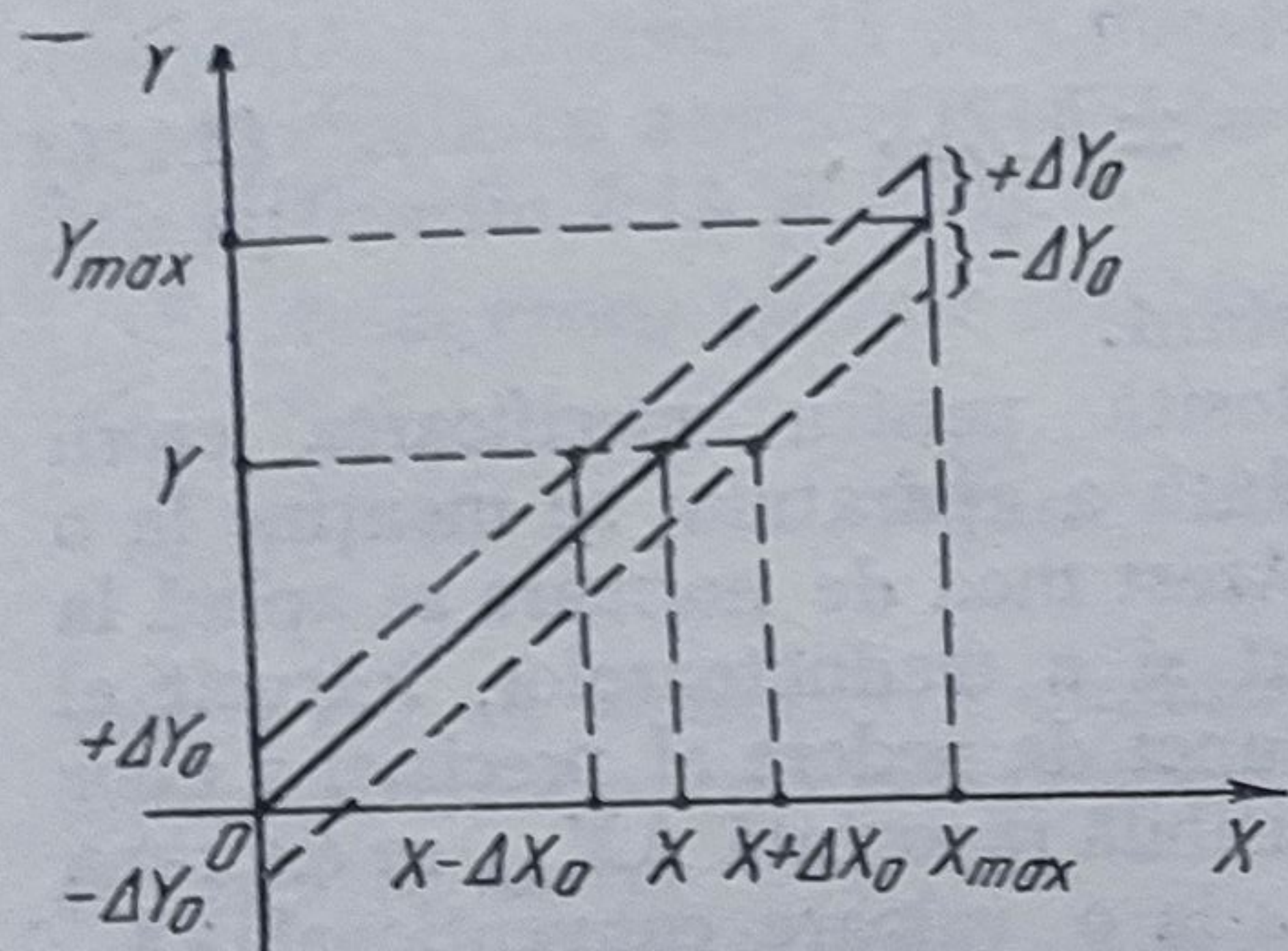


Fig. 2.13. Efectul erorii de zero asupra caracteristicii statice.

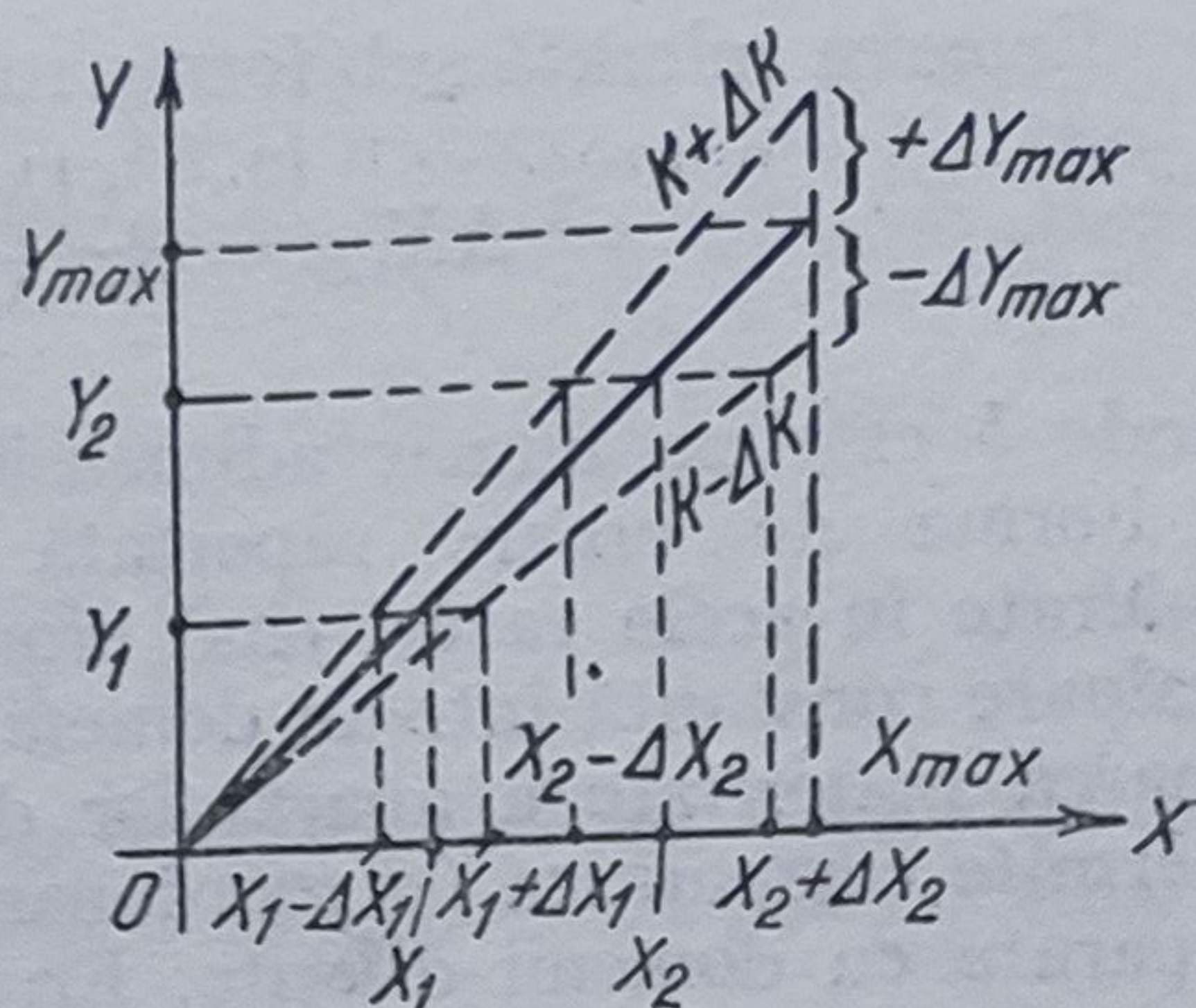


Fig. 2.14. Efectul erorii de proporționalitate asupra caracteristicii statice.

Erorile admisibile sînt date sub formă normată, adică raportate la anumite condiții de utilizare a aparatelor. În scopul normării se face separarea în *erori de bază* denumite și *erori intrinseci* și *erori suplimentare* sau *de influență*.

*Erorile intrinseci* ale aparatelor de măsurat sînt cele care apar în condiții de referință, adică pentru valori date ale factorilor de mediu (temperatură, umiditate, cîmpuri electrice, magnetice etc.), efecte de interacțiune redusă (consumul de putere preluat de la mărimea de măsurat), prevederi speciale pentru alimentare, conectare, poziție etc. Toate acestea sînt prescrise fie în norme sau standarde, atunci cînd au un caracter general, fie în documentația de însoțire a aparatelor.

Întrucît variațiile mărimilor de influență se situează în aceste condiții de referință în plaje înguste de valori, efectele lor sînt reduse și astfel erorile intrinseci sînt în esență erori sistematice necontrolabile.

*Erorile suplimentare* sînt cele provocate de variația mărimilor de influență în afara limitelor prevăzute de condițiile de referință. Ele sînt normate pentru fiecare mărime de influență separat și pe intervale de variație determinate.

*Erorile admisibile intrinseci* pot fi normate sub formă de *erori absolute*, *erori relative*, *erori raportate* sau combinații ale acestora.

Normarea sub formă de eroare absolută se practică mai rar (la etaloane fixe) și se exprimă sub forma:

$$\Delta X_{ad} = \pm a, \quad (2.135)$$

unde  $a$  este o mărime constantă a cărei valoare este dată în aceleași unități cu măsurandul.

Exprimarea erorii admisibile sub forma de eroare relativă se aplică atunci cînd eroarea absolută variază în funcție de valoarea măsurandului; de regulă este proporțională cu aceasta. În asemenea cazuri, eroarea relativă este constantă pe întreg domeniul, deși eroarea absolută variază. Acest mod de normare, independent de domeniu, este util pentru aparatele care cuprind etaloane variabile în raport de care se modifică intervalul de măsurare. În această categorie intră, de exemplu, punțile pentru rezistențe și compensatoarele de c.c.



Eroarea tolerată sub forma relativă este dată de obicei procentual:

$$\Delta X_{adr} = \pm \frac{|\Delta X_{ad}|}{X} \cdot 100 = \pm b [\%], \quad (2.136)$$

unde  $b$  este un număr adimensional constant.

Forma de eroare raportată este folosită pentru specificarea erorii tolerate în acele cazuri când eroarea absolută a aparatului se menține la o valoare constantă într-un domeniu fixat. Acest mod de normare se aplică la marea majoritate a aparatelor de măsurat și a traductoarelor, întrucât el permite compararea (și coordonarea) din punct de vedere al preciziei a unor aparate cu domenii diferite. Eroarea admisibilă raportată  $\Delta X_{adR}$  se exprimă prin raportarea erorii absolute constante  $a$  la o valoare convențională  $X_c$ , care reprezintă domeniul și se dă de asemenea în procente:

$$\Delta X_{adR} = \pm \frac{a}{X_c} \cdot 100 = \pm c [\%], \quad (2.137)$$

unde  $c$  este un număr adimensional, iar  $X_c$  poate avea următoarele semnificații:

- limita superioară a domeniului  $X_{max}$  atunci când limita inferioară  $X_{min}$  este zero;
- diferența algebrică a celor două limite  $X_{max} - X_{min}$  (sau cea mai mare în valoare absolută atunci când au semne diferite);
- valoarea nominală a măsurandului atunci când este specificată o asemenea valoare (măsurarea se referă în asemenea cazuri la abateri față de valoarea nominală);
- lungimea scării gradate la aparatele cu scara neliniară (în acest caz a se exprima în aceleași unități ca lungimea scării).

Pentru aparatele din această categorie eroarea relativă este variabilă în cadrul domeniului și anume ea crește cu cât mărimea de măsurat se apropie de limita inferioară (eroarea absolută constantă tinde să devină de același ordin cu măsurandul);

$$\Delta X_r = \Delta X_{adR} \frac{X_c}{X} [\%]. \quad (2.138)$$

Variația erorii relative la un aparat la care este normată eroarea raportată este reprezentată în figura 2.15.

Deoarece eroarea relativă crește pentru  $X$  situat în porțiunea inițială a scării, se recomandă alegerea domeniului pentru aparatele din această categorie astfel ca indicația să se afle în ultima treime a scării, cât mai apropiat de limita maximă (această reprezentare este valabilă pentru aparatele cu scară liniară, la cele cu scară neliniară fiind posibil ca citirile să se facă mai bine în treimea mijlocie). În acest mod, eroarea relativă se reduce tinzând către valoarea minimă, care este eroarea tolerată raportată.

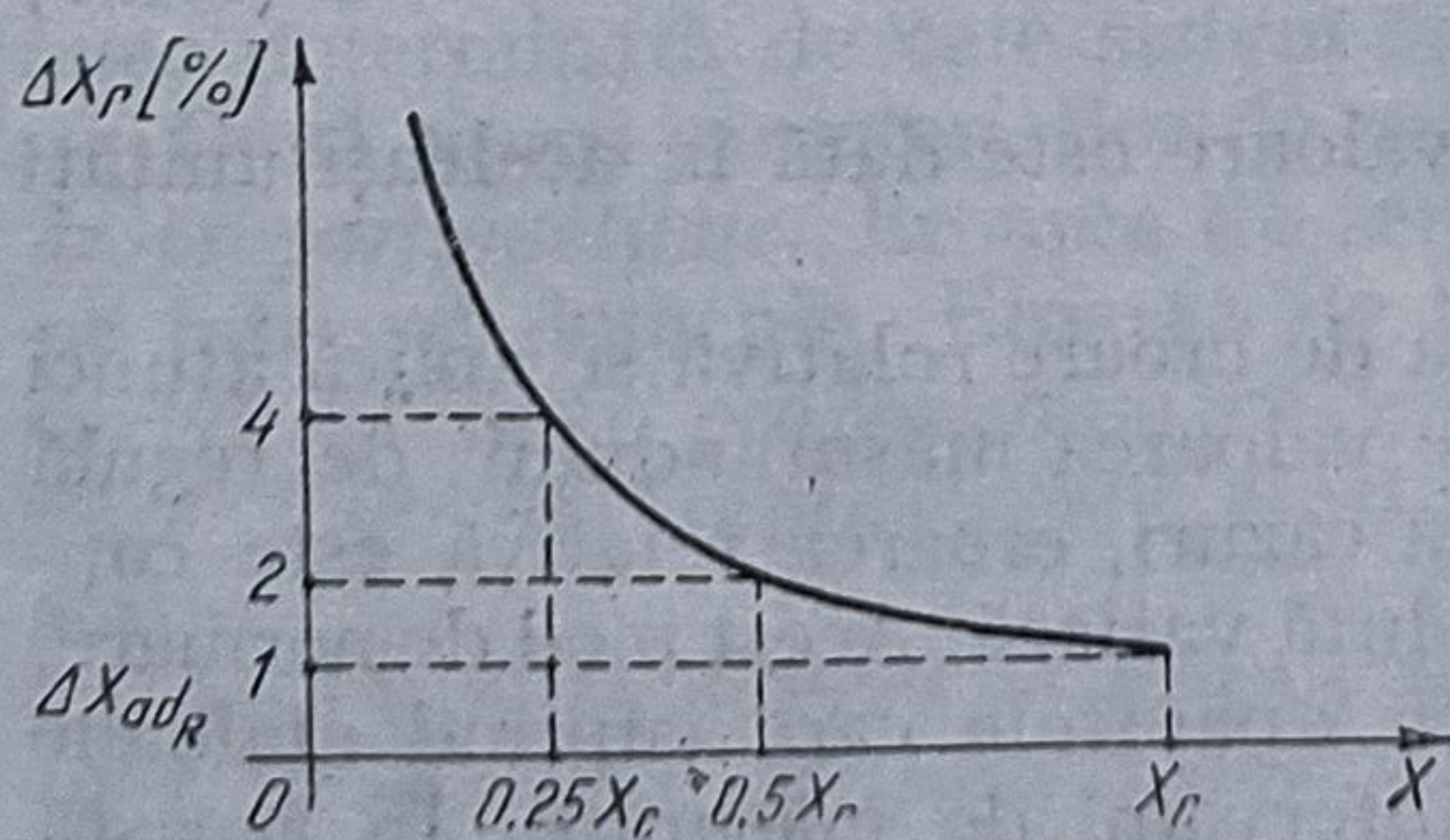


Fig. 2.15. Variația erorii relative la un aparat, avînd eroarea raportată normată (constantă).

Eroarea tolerată se exprimă sub forma de combinații de erori relative și



raportate în cazurile în care eroarea absolută de aparat are atît o componentă constantă, independentă de valoarea măsurată, cît și o componentă variabilă, proporțională cu aceasta (așa cum ar rezulta din combinarea celor reprezentate în figurile 2.13 și 2.14).

Expresia erorii tolerate combinate este aceea a unei erori relative:

$$\Delta X_{adr} = \pm \left( b + c \frac{X_{max}}{X} \right) [\%], \quad (2.139)$$

unde  $b$  și  $c$  au semnificații similare cu cele menționate mai sus și valorile lor sînt specificate uneori sub denumirile (improprii) de *eroare din citire* și *eroare din cap de scară*.

În figura 2.16 sînt reprezentate modurile în care cele trei forme de exprimare a erorii admisibile determină zone de incertitudine pentru caracteristica statică, respectiv cum se reflectă ele (în valori absolute) asupra ieșirii.

● În scopul unificării reprezentării cantitative a preciziei aparatelor de măsurat — indiferent de modul în care este exprimată eroarea tolerată — se utilizează indicatorul denumit **clasă de precizie**.

Clasa de precizie la aparatele la care se normează eroarea relativă sau eroarea raportată are semnificația erorii tolerate intrinseci (în condiții de utilizare specificate). Ca urmare, clasa de precizie este dată în procente, valorile sale (denumite uneori și *indice al clasei de precizie*) uzuale fiind: 0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 2,5; 5. Valorile mai mici sînt specifice aparatelor de laborator pentru măsurări de înaltă precizie, cele mai mari sînt reprezentative pentru aparatele industriale de precizie mai redusă.

Pentru aparatele la care eroarea tolerată normată este de forma unei combinații de eroare relativă și eroare raportată, atribuirea clasei de precizie nu este încă stabilită în mod unic. Pentru aparatele cu compensare — punțile de rezistențe și compensatoarele de c.c, care intră în această categorie — se definește clasa de precizie punînd relația (2.139) sub o formă modificată:

$$\Delta X_{ad} = \pm b \left[ \frac{c}{b} X_{max} + X \right]. \quad (2.140)$$

În relația de mai sus, care exprimă eroarea tolerată sub formă absolută, factorului  $b$  i se atribuie semnificația de *clasă de precizie*. Totodată se specifică și valoarea raportului  $c/b$ .

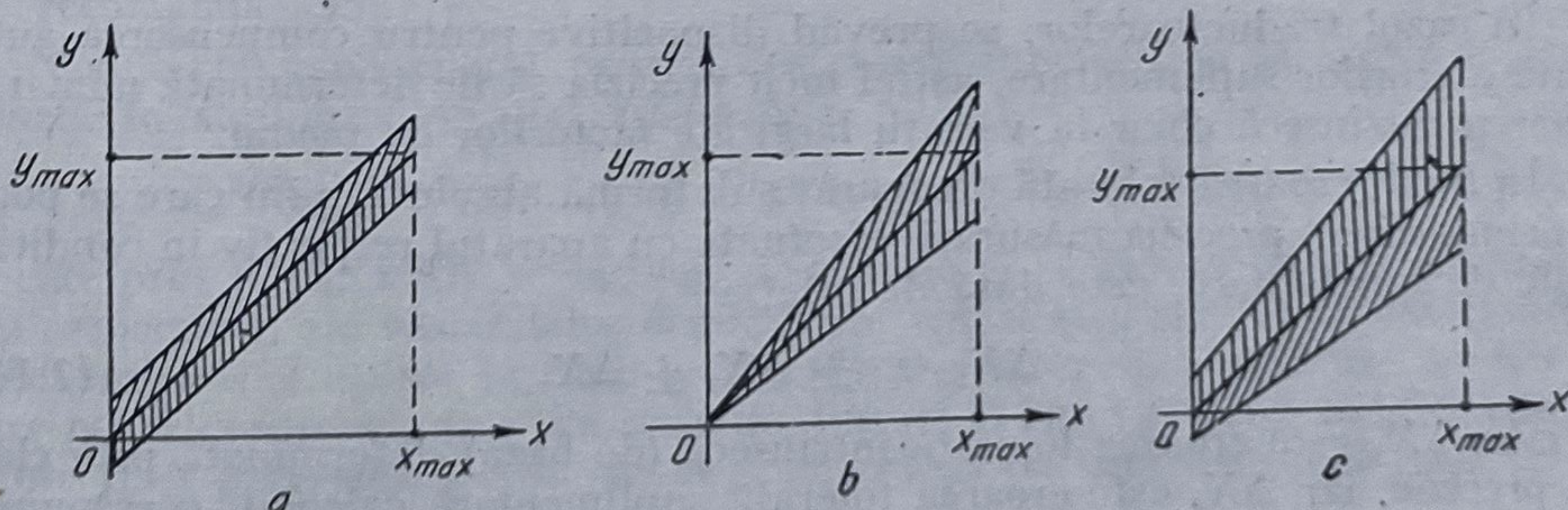


Fig. 2.16. Zonele de incertitudine asupra caracteristicilor statice determinate de diversele moduri de normare a erorii tolerate:

a — eroare raportată constantă; b — eroare relativă constantă; c — combinație de eroare relativă și eroare raportată constante.



Este de subliniat faptul că din clasa de precizie nu rezultă direct precizia unei măsurări individuale, întrucât ea nu permite singură deducerea erorii. Exemplul cel mai pregnant îl constituie cazul discutat, în care clasa de precizie reprezintă eroarea raportată; pentru deducerea erorii relative este necesar să se știe și raportul  $X_e/X$ . Cunoscînd însă clasa de precizie, semnificația ei și alte informații despre aparatul de măsurat, adesea direct disponibile cum este domeniul, forma scării etc., se poate deduce ușor eroarea intrinsecă a aparatului.

Pentru determinarea erorii totale de aparat în condițiile reale în care se efectuează măsurarea, trebuie adăugată eroarea suplimentară provocată de valorile mărimilor de influență, atunci cînd ele sînt diferite de cele corespunzătoare condițiilor de referință. Erorile suplimentare sînt în general reduse, astfel că pentru măsurări uzuale adesea se neglijează. Ele se iau în considerare la măsurările de înaltă precizie, mai ales atunci cînd intervin etaloane sensibile la mărimile de influență. Normarea lor are un caracter mai particular decît a celor de bază și, de la caz la caz, este specificată în documentația de însoțire sau în certificatele de calitate ale aparatelor.

Un exemplu de normare a erorii suplimentare exprimată în procente din cea intrinsecă este dat în tabelul 2.4.

Tabelul 24.

Exemplu de normare a erorii suplimentare în raport cu eroarea intrinsecă

Mărimia de influență	Valoarea de referință	Clasa de precizie	Limitele domeniului nominal de utilizare	Eroarea suplimentară exprimată în procente din eroarea intrinsecă
Temperatura ambiantă	20°C	0,0005...	20°C ± 2°C	20 %
		0,001		
		0,002...	20°C ± 5°C	50 %
		0,01		
		0,02... 0,1	20°C ± 10°C	100%
Umiditatea relativă	40%... 60%	0,0005... 0,1	25%... 75%	30 %

În cazul traductoarelor, se prevăd dispozitive pentru compensarea automată a erorilor suplimentare, astfel încît precizia să fie determinată numai de eroarea intrinsecă chiar la variații largi ale factorilor de mediu.

În final, eroarea tolerată de aparat sub formă absolută, prin care se poate exprima corect precizia măsurării efectuate cu aparatul respectiv în condițiile reale de funcționare, este dată de relația:

$$\Delta X_{tot} = \pm \Delta X_b \pm \Delta X_s, \quad (2.141)$$

în care  $\Delta X_b$  este eroarea tolerată intrinsecă (de bază) determinată prin clasa de precizie, iar  $\Delta X_s$  este eroarea tolerată suplimentară calculată corespunzător intervalelor în care se află mărimile de influență.

Precizia aparatelor de măsurat destinate măsurărilor indirecte bazate pe relații explicite se stabilește și se normează prin metode asemănătoare. Se



poate proceda fie prin determinarea unor erori tolerate corespunzătoare fiecărei mărimi direct măsurabile și combinarea lor conform celor arătate în paragraful 2.2.8, fie prin deducerea directă a erorii tolerate totale pe cale experimentală (prin comparație cu aparate de precizie mai ridicată).

### 2.3.2. Caracteristicile dinamice. Indicatori de calitate pentru măsurări dinamice

Regimul dinamic al unui aparat de măsurat sau traductor corespunde funcționării acestuia în situația în care mărimea de măsurat și ca urmare și mărimea perceptibilă sau semnalul de ieșire variază în timp.

Deducerea valorilor mărimii măsurate și a legilor de variație în timp pe baza măsurărilor în regim dinamic necesită o bună cunoaștere a comportării dinamice a aparaturii utilizate, comportare care ea însăși se poate modifica în funcție de forma și viteza de variație a intrării.

Variațiile mărimii de intrare nu pot fi urmărite instantaneu la ieșire. În general, datorită inerției, care poate fi de natură mecanică, termică sau electromagnetică, a amortizărilor dependente de viteza de variație, evoluția în timp a intrării se transmite cu întârziere la ieșire și uneori cu deformații în raport cu caracteristica statică.

Comportarea dinamică prezintă interes în primul rând pentru aparatele specifice măsurărilor dinamice, cum sînt înregistratoarele și osciloscoapele, dar și pentru traductoare, care în instalațiile automate se află în mod curent într-un astfel de regim. Totodată regimul dinamic este important și pentru aparatele destinate măsurărilor statice, care necesită un timp de răspuns scurt, sau atunci cînd același aparat este utilizat pentru măsurări ciclice ale mai multor măsuranzi (măsurări prin multiplexare).

În automatică, problema dinamicii elementelor și sistemelor constituie partea esențială și ea este tratată pe larg în lucrările de specialitate. Traductoarele făcînd parte dintre aceste elemente, metodele de analiză sînt aceleași și, dat fiind echivalența funcțională cu aparatele de măsurat, ele se pot extinde și asupra acestora.

Ca urmare, în cadrul prezentului paragraf se va face numai o succintă enumerare a modalităților de analiză și de caracterizare a regimului dinamic al aparaturii de măsurat, relevînd unele aspecte specifice. Pentru studiul aprofundat urmează a se consulta manuale și lucrări de automatică, dintre care se recomandă [35].

Modul cel mai general pentru descrierea funcționării în regim dinamic constă în stabilirea *ecuației diferențiale*:

$$f[y^{(n)}(t), y^{(n-1)}(t), \dots, y(t); x^{(m)}(t), x^{(m-1)}(t), \dots, x(t)] = 0, \quad (2.142)$$

în care prin  $y^{(j)}(t)$ ,  $x^{(i)}(t)$  se înțeleg derivatele în raport cu timpul, de ordinul  $j$  și respectiv  $i$ , ale variabilelor dependente  $y(t)$  și  $x(t)$ , timpul  $t$  fiind variabila independentă. În plus, în ecuația (2.142) mai intervin o serie de coeficienți care pot fi constanți, dacă nu apar modificări în timp ale elementelor componente (sînt invariante), sau pot fi și ei funcții de timp în cazul cînd au loc asemenea modificări.

Pentru a obține o caracterizare completă trebuie specificate și condițiile inițiale la momentul  $t_0$  — valorile mărimilor și derivatelor cuprinse în (2.142) la acest moment.



Ecuția diferențială (2.142) poate fi liniară sau neliniară. În paragraful anterior s-a arătat importanța și necesitatea liniarizării caracteristicilor. Liniarizarea ecuației diferențiale ce descrie regimul dinamic are avantaje deosebite, întrucât numai în cazul unor ecuații diferențiale liniare se dispune de o metodologie generală și unitară de analiză și sinteză.

Ecuția diferențială (2.142) sub forma liniară devine:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j x^{(j)}(t). \quad (2.143)$$

Coeficienții  $a_i$  și  $b_j$  s-au considerat constanți, admitînd că ecuația (2.143) se referă la aparate ale căror caracteristici nu variază în timp, în practică asemenea variații de regulă nefiind de dorit. Pentru orice element fizic realizabil  $n > m$  și astfel  $n$  determină ordinul ecuației diferențiale. Atît valorile coeficienților cît și ordinul ecuației diferențiale se pot deduce pe cale teoretică din legile fizice pe care se bazează funcționarea elementelor componente ale aparatului, dar mai ales prin metode experimentale [17].

Soluția ecuației (2.143), în condițiile inițiale date, exprimă dependența variațiilor în timp ale mărimii de ieșire de mărimea de intrare. Pentru a obține o formă generală a acestei soluții este important ca variațiile în timp ale mărimii de intrare să fie exprimate cu un grad de generalitate ridicat. De obicei, în acest scop se folosesc așa-numitele *funcții standard*, care pot fi polinoame în  $t$ , sume de exponențiale în  $t$ , funcții armonice de argument  $t$ .

Se va alege, pentru exemplificarea care urmează, reprezentarea intrării sub forma:

$$x(t) = \sum_{k=0}^N \alpha_k t^k, \quad (2.144)$$

în care factorii  $\alpha_k$  sînt constanți.

În vederea comodității calculelor se va scrie:

$$x(t) = \sum_{k=0}^N \alpha_k k! x_k(t), \quad (2.145)$$

unde  $x_k(t) = \frac{t^k}{k!}$ . În acest caz, condițiile inițiale, la  $t=0$ , în intrare sînt nule.

Se va calcula soluția pentru termenul  $x_k(t)$  și apoi prin însumare se va generaliza.

Aplicînd metoda calculului operațional bazat pe transformarea Laplace ecuației (2.143), în condițiile menționate privind intrarea și condițiile inițiale, se obține:

$$\sum_{i=0}^n \left[ a_i s^i y(s) - a_i \sum_{q=0}^{i-1} s^q y^{(i-q-1)}(0) \right] = \sum_{j=0}^m b_j s^j \frac{1}{s^{k+1}}. \quad (2.146)$$

Din relația precedentă se poate explicita  $Y(s)$ :

$$Y(s) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i \left[ \sum_{q=0}^{i-1} s^q y^{(i-q-1)}(0) \right]}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} + \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{s^{k+1} \sum_{i=0}^n a_i s^i} \quad (2.147)$$



Introducînd notațiile:

$$\sum_{i=0}^n a_i s^i = P(s), \quad \sum_{i=0}^n a_i \left[ \sum_{q=0}^{i-1} s^q y^{(i-q-1)}(0) \right] = A(s), \quad (2.148)$$

$$\sum_{j=0}^m b_j s^j = R(s),$$

relația (2.147) devine:

$$Y(s) = \frac{A(s)}{P(s)} + \frac{R(s)}{s^{k+1} P(s)}. \quad (2.149)$$

Pentru a putea reveni în domeniul timpului trebuie cunoscuți polii lui  $Y(s)$ , respectiv rădăcinile ecuației  $P(s) = 0$ . Polii respectivi pot fi reali sau complecși, simpli sau multipli. Pentru o exprimare mai ușoară, se va admite că sînt numai poli simpli  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  și cu  $R_e[p_i] < 0$ , adică situați în semiplanul din stînga al planului complex  $s = \sigma + j\omega$ . Ultima ipoteză corespunde proprietății de stabilitate, proprietate satisfăcută de către aparatele de măsurat.

Cel de al doilea termen din (2.149) se poate transforma în:

$$\frac{R(s)}{s^{k+1} P(s)} = \sum_{r=1}^{k+1} \frac{E_r}{s^r} + Q(s), \quad (2.150)$$

din care, notînd  $\frac{R(s)}{P(s)} = H(s)$ , rezultă:

$$H(s) = E_1 s^k + E_2 s^{k-1} + \dots + E_{k+1} + s^{k+1} Q(s). \quad (2.151)$$

Factorii  $E_1, E_2, \dots, E_{k+1}$  se determină prin derivări succesive în raport cu  $s$  ale relației precedente și se obține:

$$H(0) = E_{k+1}; \quad H^{(1)}(0) = E_k; \quad \frac{H^{(2)}(0)}{2!} = E_{k-1}; \dots; \quad \frac{H^{(k)}(0)}{k!} = E_1, \quad (2.152)$$

iar restul  $Q(s)$  se pune sub forma  $Q(s) = \frac{R_k(s)}{P(s)}$ , cu  $\text{grad } R_k < \text{grad } P$ .

Cu precizările de mai sus, ieșirea  $y(t)$  a unui aparat caracterizat dinamic prin (2.143), la intrarea căruia se aplică  $x_k(t)$ , va fi:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} + \sum_{i=1}^n \frac{R_k(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} + \sum_{j=0}^k \frac{H^{(k-j)}(0) \cdot t^j}{(k-j)! j!}, \quad (2.153)$$

Pentru orice tip de intrare care poate fi pusă sub forma sumei (2.145) se obține soluția generală:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} + \sum_{i=0}^N \frac{\sum_{k=0}^N \alpha_k k! R_k(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} + \sum_{k=0}^N \alpha_k \sum_{j=0}^k \frac{k!}{(k-j)! j!} H^{(k-j)}(0) t^j. \quad (2.153')$$

În relația (2.153) se pot distinge trei componente ale mărimii de ieșire, adică:

$$y(t) = y_u(t) + y_{tr}(t) + y_{sr}(t), \quad (2.154)$$



în care:

$$y_u(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} \quad (2.155)$$

este componenta tranzitorie liberă care nu depinde de intrare. Ea depinde atît de dinamica aparatului cît și de condițiile inițiale nenule de la ieșire, așa cum se poate vedea din (2.148) și datorită condiției de stabilitate  $R_e(p_i) < 0$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ,  $y_u \rightarrow 0$  pentru  $t \rightarrow \infty$ ;

$$y_{tr}(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{k=1}^N \alpha_k k! R_k(p_i)}{P'(p_i)} e^{p_i t} \quad (2.156)$$

este componenta tranzitorie forțată care depinde atît de dinamica aparatului cît și de intrare; întrucît și aceasta conține factori  $e^{p_i t}$ , are același caracter tranzitoriu ca  $y_u$ ;

$$y_{sf}(t) = \sum_{k=0}^N \alpha_k \sum_{j=0}^k C_k^j H^{(k-j)}(0) t^j \quad (2.157)$$

este componenta forțată în regim stabilizat sau permanent, în care se observă regăsirea componentelor de forma  $\alpha_k t^k$  ale intrării. Factorii  $C_k^j H^{(k-j)}(0)$  sînt de natura unor sensibilități.

Relația (2.153) evidențiază că regimul dinamic comportă o parte tranzitorie și alta permanentă (stabilizată). Aparatul de măsurat sau traductorul ideal din punctul de vedere al comportării dinamice ar fi acela la care componentele tranzitorii nu ar exista și deci, instantaneu, s-ar regăsi la ieșire variațiile intrării atenuate sau amplificate rezonabil cu niște factori constanți. Așa cum a rezultat din considerațiile fizice menționate la început și cum se poate constata din relațiile precedente, această situație ideală nu se poate întîlni în practică. Componentele tranzitorii și atenuările sau amplificările diferite ale componentelor intrării determină abateri însemnate de la comportarea dinamică ideală, chiar și în cazul sistemelor liniare (ele însele modele idealizate).

În acest context, problema care se pune este aceea ca pe baza analizei comportării dinamice reale să se găsească mijloace de caracterizare și de apreciere în ce măsură sînt satisfăcute cerințele de utilizare.

Cunoscînd soluția ecuației diferențiale care descrie dinamica aparatului, este evident că acesta este complet caracterizat. Această soluție, conform cu (2.153), este destul de complicată și în activitățile practice sînt de dorit indicatori mai simpli, exprimabili sub forma unor valori limită sau a unor grafice care permit aprecieri și comparații rapide. În acest sens se adoptă ipoteze unificatoare mai simple, cum sînt: condițiile inițiale nule și intrări standard impuls sau treaptă.

În condițiile inițiale nule și intrare impuls Dirac  $\delta(t)$ , pentru care  $L[\delta(t)] = 1$ , din (2.149) și notațiile ulterioare, se găsește:

$$Y(s) = \frac{R(s)}{P(s)} = H(s). \quad (2.158)$$



Dacă se aplică transformarea Laplace în condiții inițiale nule ecuației diferențiale (2.143) se obține:

$$Y(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} X(s). \quad (2.15)$$

Cum în cazul relației (2.158) intrarea a fost astfel încât  $X(s) = 1$ , rezultă:

$$H(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}, \quad (2.160)$$

care poartă denumirea de *funcție de transfer* și din punct de vedere fizic poate fi interpretată ca răspuns la intrare impuls.

Funcția de transfer caracterizează tot atât de bine dinamica unui element liniar ca și ecuația diferențială. Ea are avantajul formei algebrice și al independenței de intrare, astfel că se poate exprima sub o formă sintetică răspunsul la orice intrare:

$$Y(s) = H(s)X(s). \quad (2.161)$$

De asemenea, în variabila  $s$  se poate opera ușor cu impulsuri Dirac, care reprezintă distribuții (spre deosebire de dificultățile în domeniul timpului care apar datorită imposibilității exprimării derivatelor acestora).

Mai mult decât atât, unele aprecieri asupra regimului dinamic se pot face direct, din simpla inspecție a funcției de transfer, atunci când aceasta este pusă sub formă factorizată:

$$H(s) = \frac{b_m \prod_{i=1}^l (s - z_i) \prod_{i=1}^p [(s - \alpha_{zi})^2 + \omega_{zi}^2]}{a_n \prod_{j=1}^q (s - p_j) \prod_{j=1}^r [(s - \alpha_{pj})^2 + \omega_{pj}^2]}, \quad (2.162)$$

în care  $l + p = m$  și  $q + r = n$ .

Într-adevăr, prezența numai a polilor reali în semiplanul stîng  $p_i < 0$  indică un regim tranzitoriu aperiodic amortizat, pe cînd polii complecși cu partea reală  $\alpha_{pi} < 0$  arată un regim tranzitoriu oscilatoriu amortizat.

O importanță deosebită a funcției de transfer rezidă în faptul că ea permite o legătură între analiza teoretică a regimului dinamic cu determinările experimentale. Există astfel două metodologii de interpretare a caracteristicilor experimentale prin prisma semnificației funcției de transfer:

- în domeniul timpului, pe baza răspunsului la funcție impuls sau treaptă;
- în domeniul frecvenței, pe baza răspunsului permanent armonic (la intrare sinusoidală).

Prima metodologie se bazează pe relația care stabilește legătura între valorile mărimilor de intrare și de ieșire prin integrala de convoluție:

$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau) x(\tau) d\tau, \quad (2.163)$$

unde  $h(t)$  este funcția pondere.



Din (2.163), alegînd mărimea de intrare de tipul impuls se poate explicita direct funcția pondere  $h(t)$ . Prin prelucrarea datelor experimentale se poate găsi o expresie analitică aproximativă pentru funcția pondere sub una din formele standard menționate pentru  $x(t)$ , din care prin aplicarea transformării Laplace rezultă direct  $H(s)$ . Deoarece realizarea experimentală a unor semnale care să aproximeze impulsul Dirac, precum și prelucrarea și interpretarea rezultatelor sînt legate de dificultăți, se preferă o mărime de intrare cu variație treaptă. Răspunsul la treaptă unitate poartă denumirea de *funcție indicială* și ea permite descrierea regimului dinamic de o manieră similară cu funcția pondere. De altfel, ținînd seama de relația care există între impuls și treaptă, relația între funcția pondere  $h(t)$  și cea indicială  $k(t)$  este de forma:

$$k(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau. \quad (2.164)$$

Cea de a doua metodologie de exprimare a caracteristicii dinamice se obține din ceea ce se numește *răspunsul la frecvență*. În acest caz, se aplică la intrare o mărime sinusoidală  $x(t) = X \sin \omega t$  de amplitudine  $X$  constantă și frecvența  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  variabilă. Mărimea de ieșire în regim stabilizat, datorită liniarității, va conserva frecvența, avînd însă amplitudinea și faza variabile cu aceasta:

$$y(t) = Y(\omega) \sin [\omega t + \varphi(\omega)]. \quad (2.165)$$

Sub formă complexă relația (2.165) devine:

$$Y(j\omega) = Y(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \quad (2.166)$$

Avînd în vedere legătura care se poate face între transformarea Laplace și transformarea Fourier, din relațiile (2.161) și (2.166) se deduce:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} = H(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.167)$$

în care  $X(\omega)$  este constant.

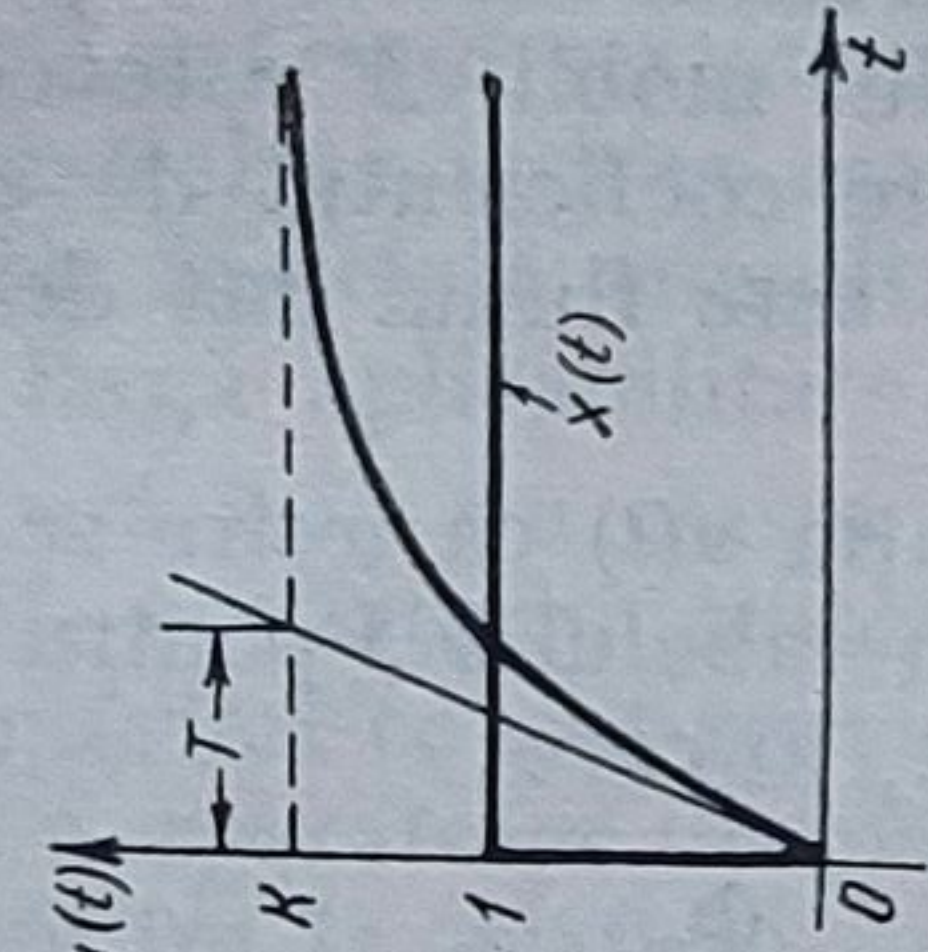
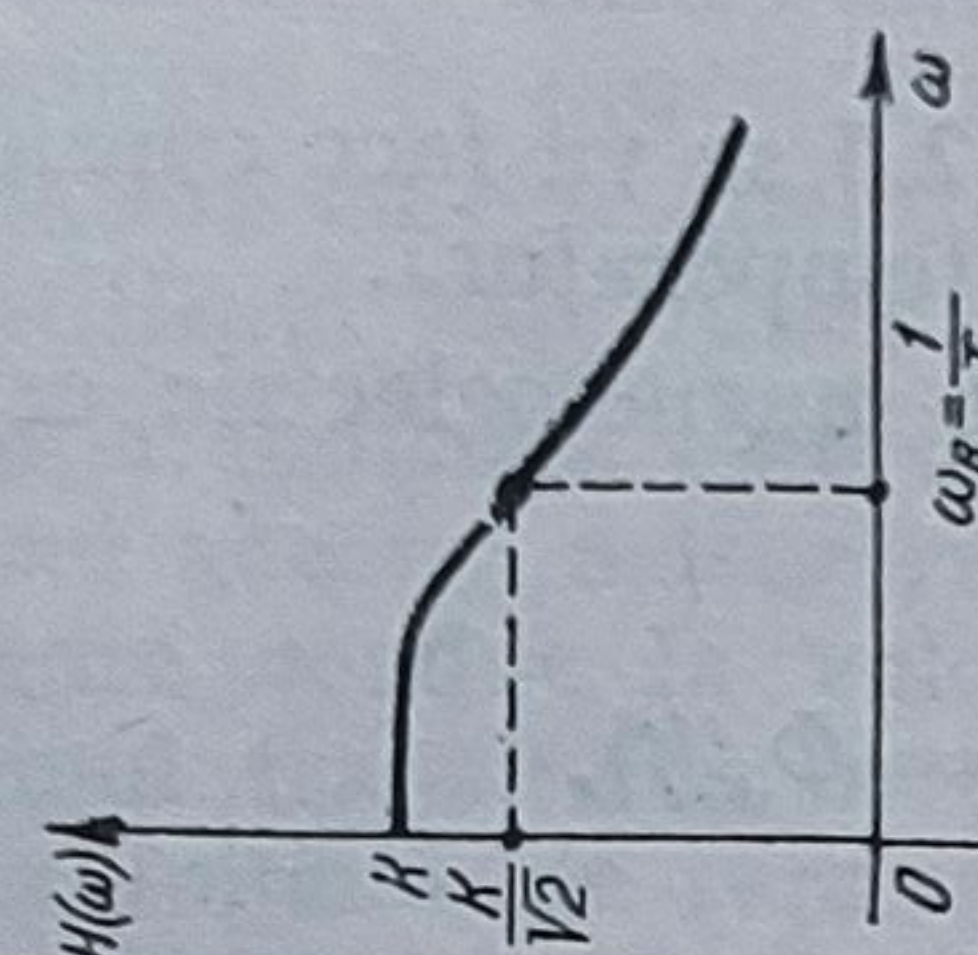
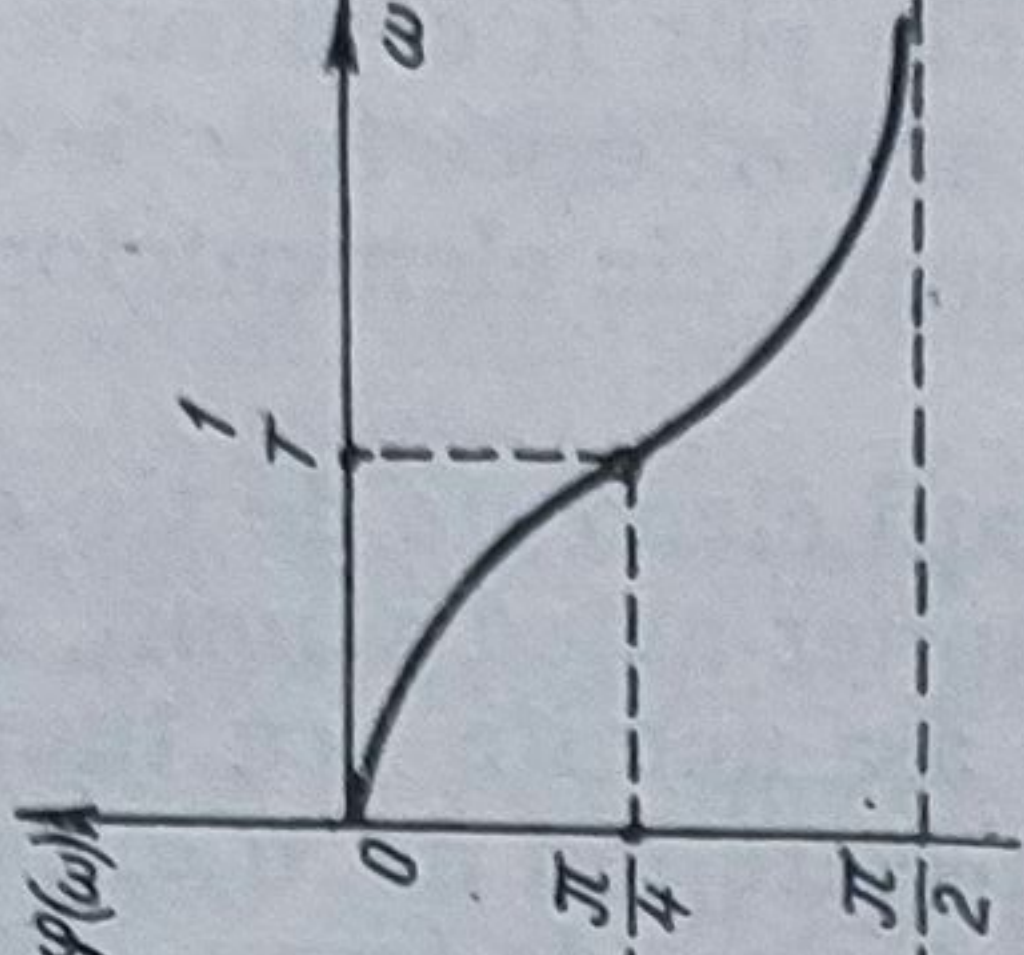
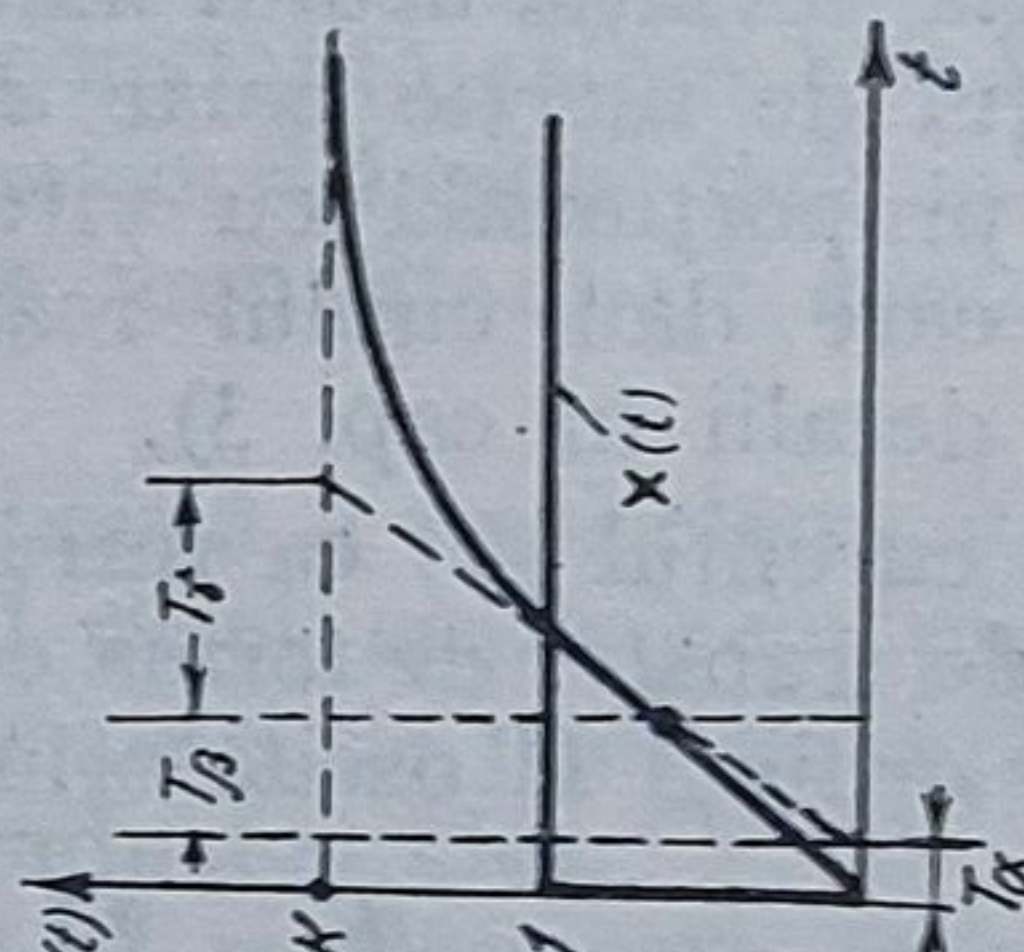
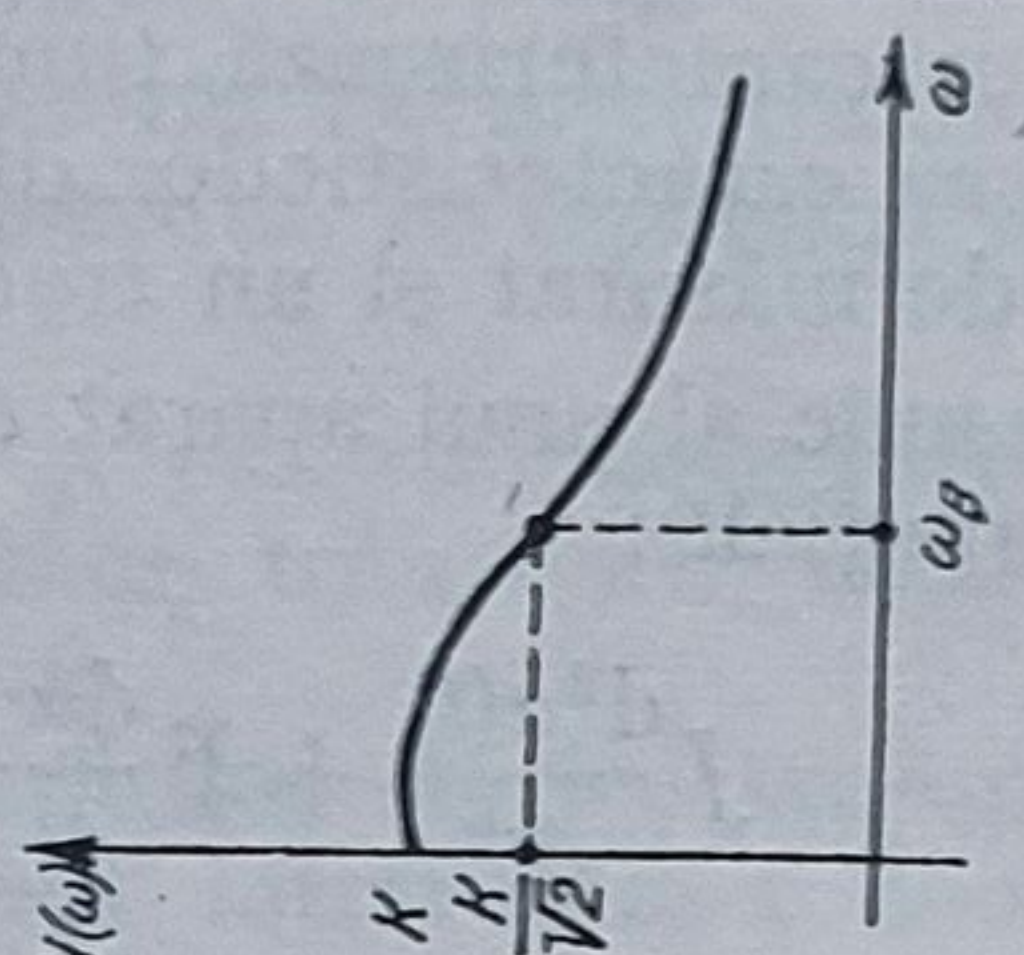
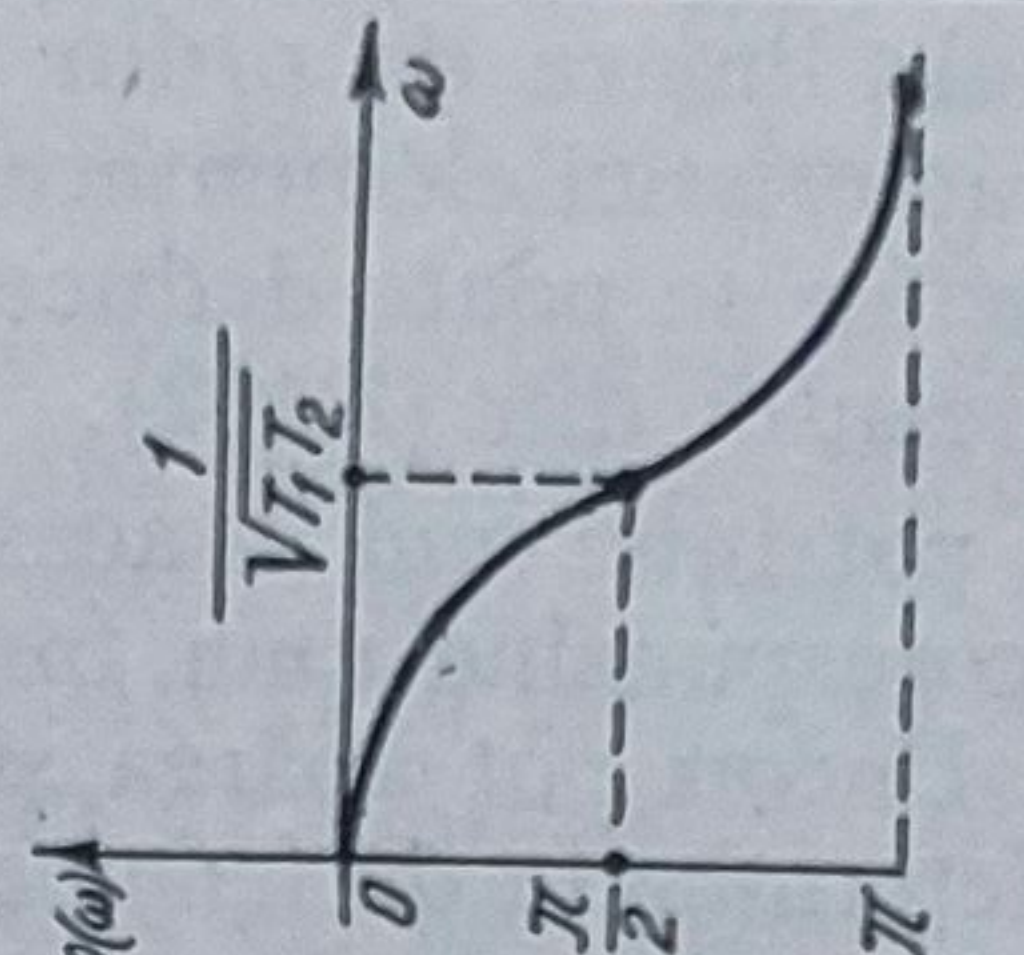
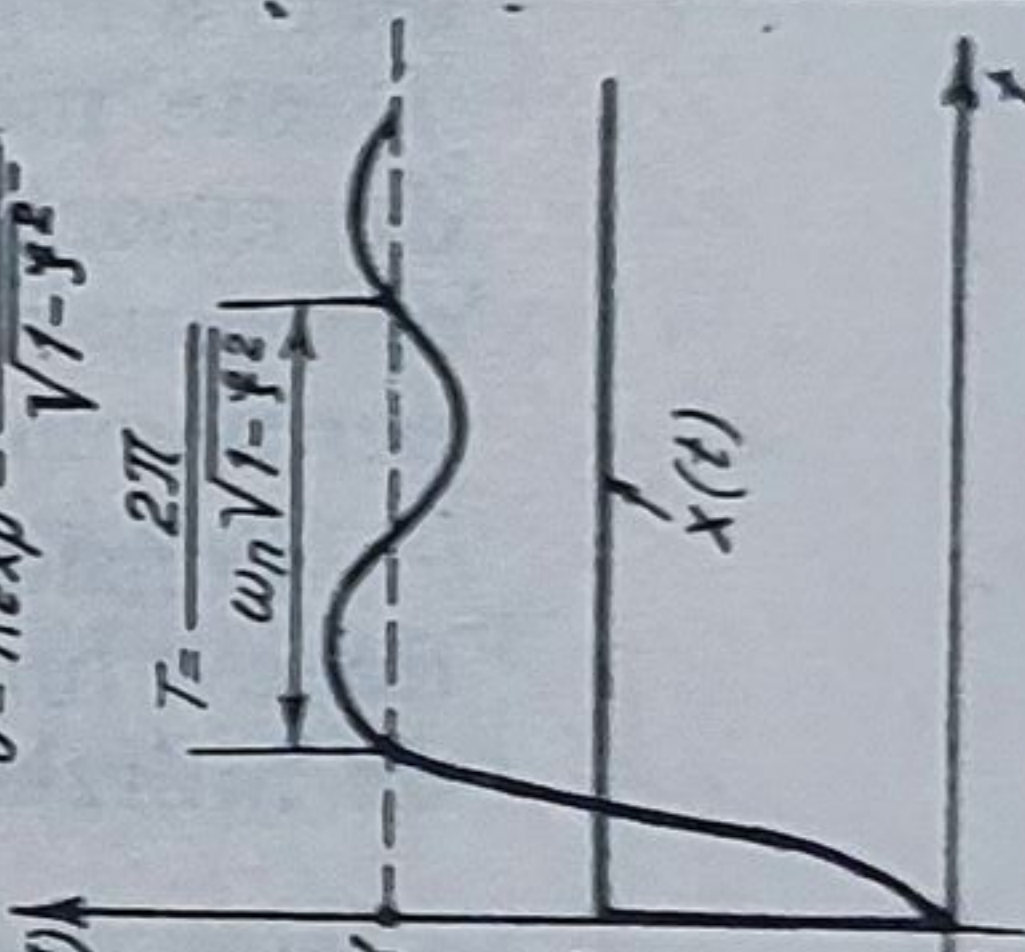
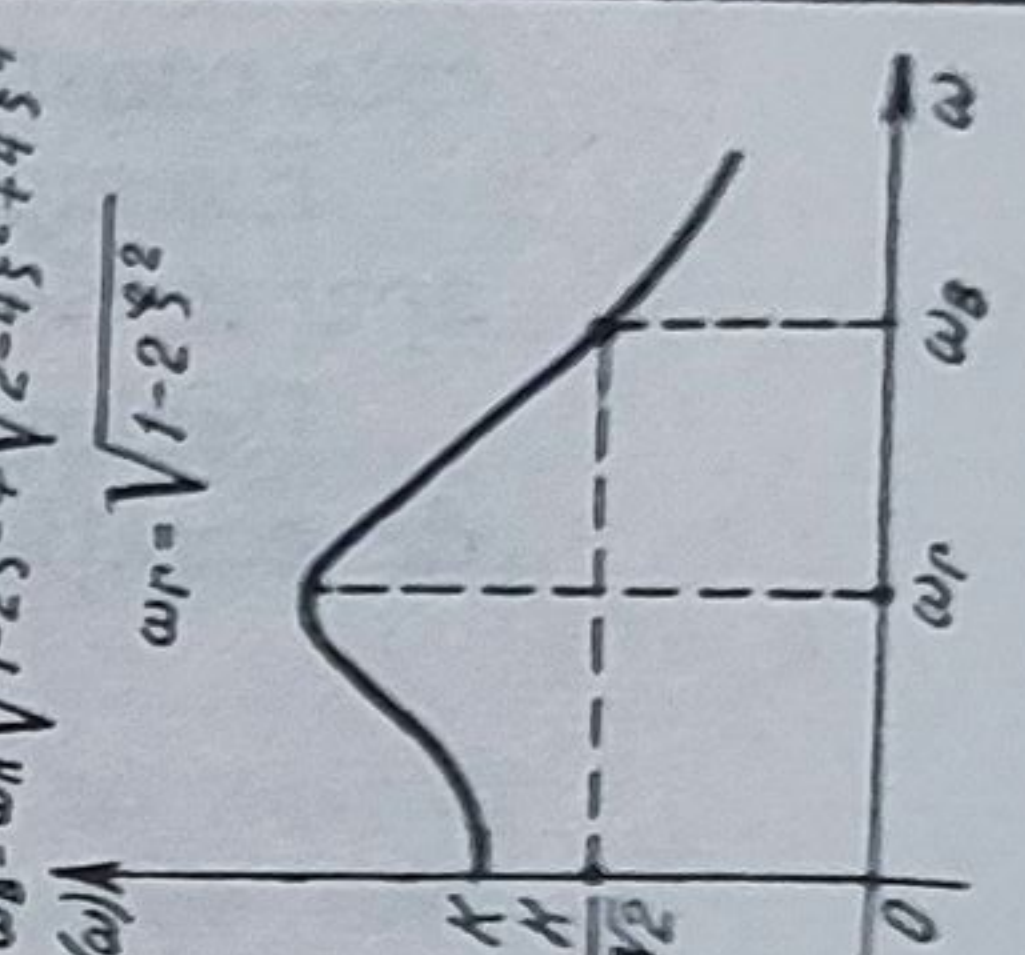
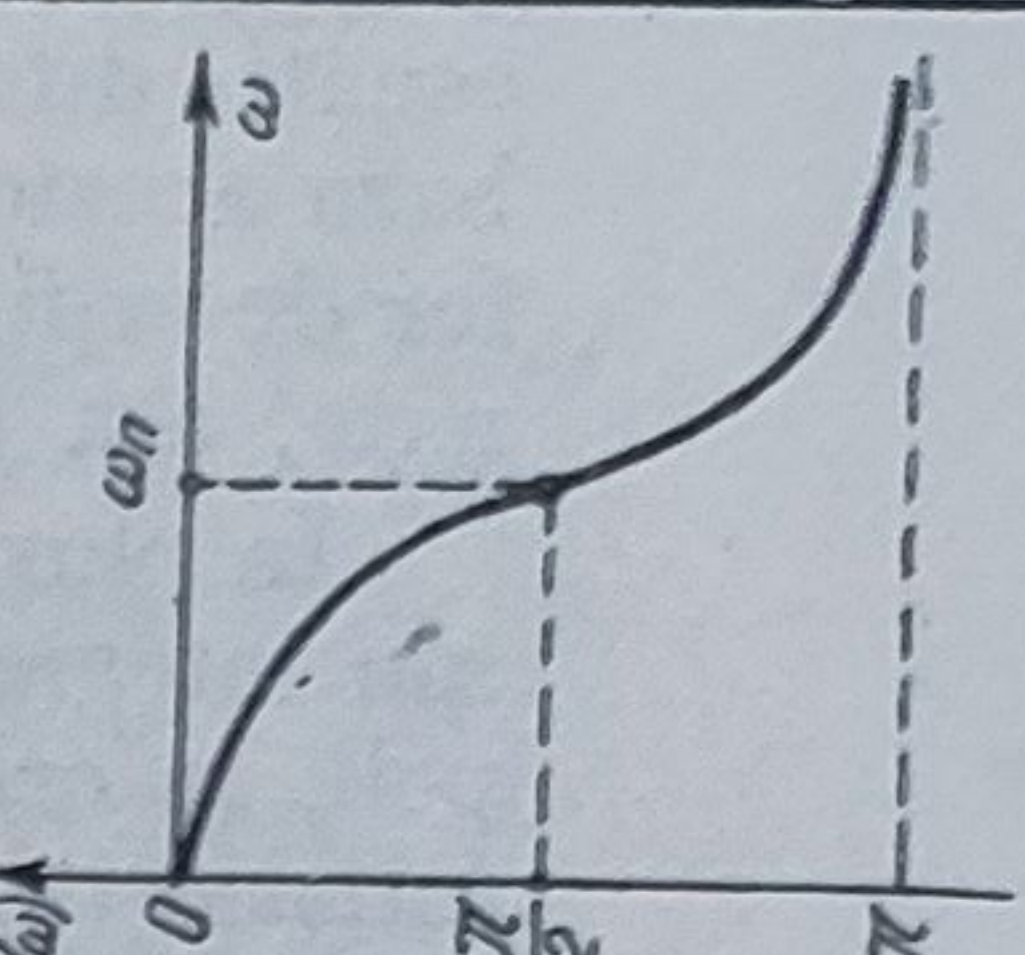
Valorile modulului  $H(\omega)$  pentru  $0 \leq \omega < \infty$  reprezintă *caracteristica amplitudine—pulsatie* (frecvență), iar cele ale fazei  $\varphi(\omega)$ , *caracteristica fază—pulsatie*. Aceste două caracteristici ridicate experimental, datorită legăturii între relațiile (2.166) și (2.161), permit de asemenea să se determine funcția de transfer corespunzătoare.

Pentru a ilustra posibilitățile de exprimare a caracteristicilor dinamice liniare, fie sub forma analitică, prin ecuații diferențiale sau funcții de transfer, fie sub forma grafică prin funcții indiciale sau caracteristici de frecvență, în tabelul 2.5 sînt prezentate aceste caracteristici pentru elementele liniare cele mai simple.

Multe dintre aparatele de măsurat și traductoarele uzuale admit ca modele pentru regimul dinamic cele corespunzătoare elementelor de întârziere de ordinul I și de ordinul II.

Ordinul funcțiilor de transfer și respectiv al ecuațiilor diferențiale este determinat de numărul de elemente acumulatorie de energie existente în structura aparatului considerat. De obicei, la structuri simple apar unul sau două astfel de elemente acumulatorie, de natură mecanică, termică sau electromagnetică, ceea ce conduce la caracteristici dinamice de tipul celor cuprinse în tabelul 2.5.



Nr. ord.	Tipul	Ecuația diferențială		Funcția de transfer	Reprezentarea grafică a funcției indiciale	Reprezentarea grafică a ca- racteristicii amplit.-pulsafie	Reprezentarea grafică a caracteristicii fază-pulsafie
		Funcția incizională					
1	Element de întârziere de ordinul I	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$		$H(s) = \frac{K}{Ts+1}$			
		$y(t) = K \left[ 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right]$					
2	Element de întârziere de ordinul II aperiodic (mai multe moduri de reprezentare)	$T_0^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_0^2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$		$H(b) = \frac{K}{T_0^2 s^2 + T_0 s + 1}$ $H(b) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ $H(b) = \frac{K}{\omega_n^2 s^2 + 2\zeta \frac{\omega_n}{\omega_n} s + 1}$			
		$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$ cu $T_1 T_2 = T_0^2$ ; $T_1 + T_2 = T_0$					
		$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$ cu $\omega_n^2 = \frac{1}{T_1 T_2}$ și $\zeta = \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}}$					
		$y(t) = K \left[ 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right]$ $y(t) = K \left[ 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \cdot \frac{\sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \varphi)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right]$ cu $\varphi = \arctan \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$					
3	Element de întârziere de ordinul II oscilatoriu amortizat	$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$ cu $0 < \zeta < 1$		$H(b) = \frac{K}{\omega_n^2 s^2 + 2\zeta \frac{\omega_n}{\omega_n} s + 1}$			
		$y(t) = K \left[ 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \cdot \frac{\sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \varphi)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right]$ cu $\varphi = \arctan \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$					



Există desigur și aparate cu caracteristici dinamice corespunzătoare unor ecuații diferențiale liniare de ordin superior. Ele pot fi construite ușor pe baza acestor caracteristici elementare, ținând seama că orice funcție de transfer de ordin superior se poate deduce din combinații ale elementelor menționate, așa cum rezultă din (2.162).

În plus, mai pot interveni în aceste combinații elemente de tip derivativ sau integrator, corespunzând unor funcții de transfer având zerouri, respectiv poli, în origine. Uneori pot apărea și elemente așa-numite „cu timp mort”, întârzieri pure determinate de fenomene de propagare sau de transport, care conduc la apariția în funcție de transfer a unor factori de forma  $e^{-\tau s}$ , unde  $\tau$  este constanta ce caracterizează timpul mort.

Exemplificarea caracteristicilor din tabelul 2.5 se va face considerînd un aparat electric de măsurat și un traductor de temperatură.

Regimul dinamic al unui aparat de măsurat magnetoelectric este descris de ecuația diferențială:

$$J \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + F \frac{d\alpha}{dt} + K_r \alpha(t) = \Phi_0 i(t),$$

unde  $\alpha$  reprezintă deviația acului indicator,  $i$  curentul care trece prin aparat,  $J$  este momentul de inerție polar al echipajului mobil,  $F$  este coeficientul de amortizare proporțională cu viteza,  $K_r$  este coeficientul de elasticitate al resoartelor care dau cuplul rezistent,  $\Phi_0$  este fluxul dat de magnetul permanent (v. detalii în cap. 3).

Considerînd curentul  $i(t)$  ca intrare și deviația  $\alpha(t)$  ca ieșire se poate deduce o funcție de transfer de forma celei date în tabelul 2.5 pentru elementul de întârziere de ordinul II oscilatoriu amortizat, în care:

$$\omega_n^2 = \frac{K_r}{J}; \quad \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{F}{K_r}; \quad K = \frac{\Phi_0}{K_r}.$$

Se deduce ușor că factorul de amortizare este  $\xi = \frac{F}{2\sqrt{K_r J}}$  și pulsația naturală  $\omega_n = \sqrt{\frac{K_r}{J}}$ . Valorile lor deduse din parametrii constructivi ai aparatului sînt determinante pentru caracterizarea regimului dinamic (după cum factorul de proporționalitate  $K$  este esențial pentru regimul static). Pentru ca regimul să fie oscilatoriu amortizat, trebuie ca  $0 < \xi < 1$ . Dacă  $\xi = 1$  se obține regimul amortizat critic, iar  $\xi > 1$  conduce la regimul supra-amortizat, ambele fiind aperiodice.

Pentru traductoare apar caracteristici mai variate, atît de ordinul I cît și de ordinul II.

Variația în timp a tensiunii electromotoare  $e$  dată de un termocuplu prevăzut cu teacă de protecție la introducerea sa într-un mediu cu temperatura  $\theta$  (față de exterior), neglijînd energia termică înmagazinată în elementul sensibil propriu-zis, se exprimă prin:

$$\frac{mc}{\lambda S} \frac{de(t)}{dt} + e(t) = K_{TC} \theta,$$

unde  $m$  este masa învelișului,  $S$  este suprafața acestuia prin care se transmite căldura,  $c$  este căldura specifică,  $\lambda$  coeficientul de transmisie a căldurii și



$K_{TC}$  sensibilitatea termocuplului. Se vede că în acest caz regimul dinamic este cel corespunzător elementului de întârziere de ordinul I din tabelul 2.5 și el poate fi caracterizat prin constanta de timp  $T = \frac{mc}{\lambda S}$ .

Cunoscând ecuațiile diferențiale se pot obține soluțiile pentru diverse variații ale intrării, sau se pot determina funcțiile de transfer, ceea ce pentru cazurile simple considerate este relativ ușor. Trebuie remarcat însă că dacă structura ecuațiilor diferențiale poate fi în principiu dedusă din considerații fizice — bilanțuri de energie sau de material — valorile concrete ale coeficienților sînt mult mai greu de dedus, ele necesitînd la rîndul lor măsuri suplimentare uneori extrem de dificile.

Ca urmare, în practică sînt de preferat caracteristicile experimentale a căror legătură cu cele analitice este cunoscută. În domeniul timpului, caracteristica utilizată este funcția indicială.

Funcția indicială este importantă și pentru măsurările statice, întrucît și în cazul acestor măsuri apar regimuri tranzitorii, chiar dacă regimurile permanente conduc la valori constante.

Regimul tranzitoriu în cazul măsurărilor statice corespunde trecerii de la starea inițială de repaus (în absența intrării) la o nouă stare de echilibru static, ca urmare a aplicării la intrare a mărimii de măsurat. Aplicarea la intrare a mărimii statice de valoare constantă este echivalentă unei funcții treaptă, astfel că ieșirea este de natura unei funcții indiciale.

Funcția indicială constituie astfel o modalitate de caracterizare a dinamicii cu largă aplicabilitate.

În figura 2.17 s-a trasat funcția indicială a unui element de întârziere de ordinul II, oscilatoriu amortizat, pe al cărei grafic s-au pus în evidență o serie de mărimi ce pot servi drept indicatori de performanță ai comportării dinamice a aparatelor de măsurat și traductoarelor.

Cu referire la graficul din figura 2.17 se definește *eroarea* sau *abaterea dinamică*  $\varepsilon_D$  ca diferența între valoarea curentă  $y(t)$  a ieșirii și valoarea la care aceasta se stabilizează  $y_s$ :

$$\varepsilon_D(t) = y(t) - y_s, \quad (2.168)$$

unde  $y_s = K$ , intrarea fiind treaptă unitate.

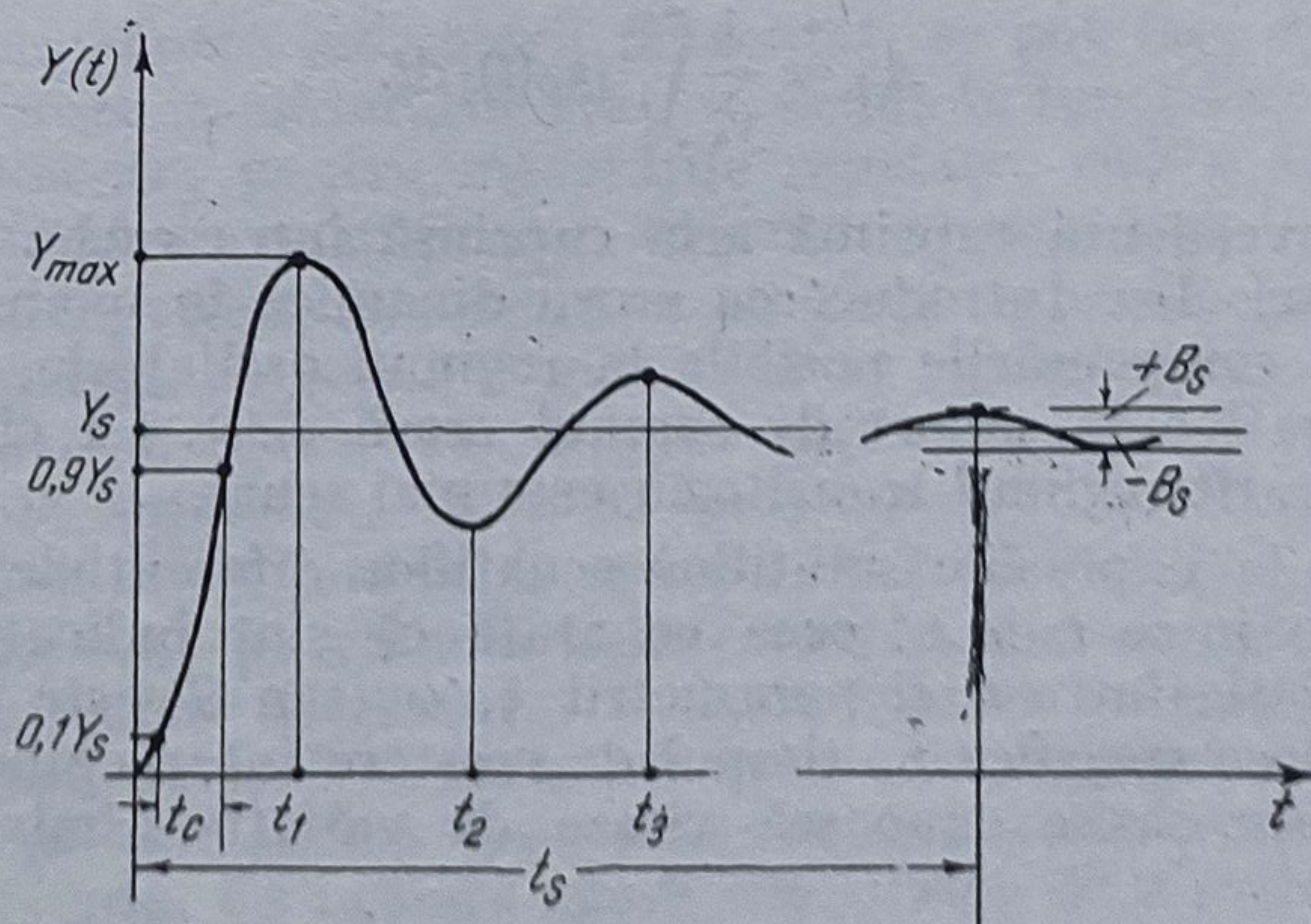


Fig. 2.17. Funcția indicială a unui element de întârziere de ordinul II oscilatoriu amortizat.



Se vede că eroarea dinamică scade în valoare absolută cu timpul, ea tinzând să se anuleze. Din punct de vedere teoretic, conform soluției ecuației, durata de stabilizare este infinită. În practică se consideră eroarea dinamică neglijabilă, atunci când ea se micșorează la o valoare exprimată printr-un anumit procent din  $y_s$  și pe care nu o mai depășește ulterior. Pe această bază se definește *timpul de stabilizare* sau *timpul de răspuns*  $t_s$  al aparatului ca fiind durata în care eroarea dinamică se încadrează în banda de stabilizare specificată  $B_s$ :

$$|\varepsilon_D(t)| \leq B_s, \quad \forall t \geq t_s. \quad (2.169)$$

Pentru specificarea lui  $B_s$  nu există un consens. În cazul aparatelor de măsurat uzuale se ia adeseori  $2 \div 5\%$  din valoarea lui  $y_s$ , iar pentru aparatele de precizie și rezoluție ridicată se poate merge pînă la  $0,01\%$ . Un criteriu general pentru delimitarea lui  $t_s$  se poate considera  $|\varepsilon_D(t)| \leq \Delta X_{ad}, \quad \forall t > t_s$ . Timpul de răspuns  $t_s$  pentru  $B_s$  dat este determinat de parametrii  $\xi$  și  $\omega_n$ , în funcție de care se exprimă prin relația:

$$t_s \geq -\frac{1}{\xi\omega_n} \ln \frac{B_s \sqrt{1 - \xi^2}}{y_s}. \quad (2.170)$$

Dacă regimul dinamic corespunde unui element de întârziere de ordinul I, definirea erorii dinamice și a timpului de răspuns este aceeași, cu deosebirea că  $t_s$  se exprimă în funcție de constanta de timp  $T$  sub forma:

$$t_s \geq T \ln \frac{y_s}{B_s}. \quad (2.171)$$

Timpul de stabilizare  $t_s$  constituie o măsură a vitezei de răspuns a aparatului; cu cît  $t_s$  este mai mic, cu atît aparatul respectiv este mai rapid. Uneori, pentru a caracteriza rapiditatea, se folosește *timpul de creștere*  $t_c$  dat de intervalul între momentul în care  $y(t)$  trece de la valoarea de  $10\%$  din  $y_s$  la valoarea de  $90\%$  din  $y_s$ , (în cursul primei perioade pentru regimul oscilatoriu amortizat).

Alteori, pentru aprecierea duratei regimului tranzitoriu se utilizează indicatori integrali de forma:

$$A_1 = \frac{1}{y_s} \int_0^\infty |\varepsilon_D(t)| dt.$$

Integrala precedentă exprimă aria cuprinsă între curba erorii dinamice  $\varepsilon_D(t)$  și axa absciselor. Introducerea erorii dinamice în modul este necesară pentru a evita compensările posibile la regimul oscilatoriu, unde apar arii pozitive și negative în raport de semnul erorii  $\varepsilon_D(t)$ . Cu cît  $A_1$  are valori mai reduse, cu atît regimul tranzitoriu este mai scurt.

Pornind de la expresiile soluțiilor ecuațiilor diferențiale, se pot stabili relații teoretice între  $t_c$  și  $t_s$ , ceea ce arată că sînt indicatori echivalenți. În general, relația între  $t_c$  și parametrii  $\xi$ ,  $\omega_n$  sau  $T$  este mai complicată și se preferă să se specifice  $t_s$ , timpul de creștere intervenind numai atunci cînd este necesar să se cunoască viteza de variație admisă a mărimii de ieșire.

Intervalul dintre două maxime succesive definește *pulsafia oscilațiilor*  $\omega$ , așa cum rezultă și din figura 2.17. Pulsafia  $\omega$  este caracteristică numai



regimului oscilatoriu amortizat și ea depinde de pulsația naturală  $\omega_n$  și de  $\xi$  conform relației:

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (2.172)$$

Eroarea dinamică pentru regimul oscilatoriu amortizat ia atât valori pozitive cît și negative, pe cînd pentru regimurile aperiodice eroarea dinamică este numai negativă. Faptul că eroarea dinamică ia valori pozitive face ca valoarea instantanee a ieșirii să depășească pe cea stabilizată și chiar să iasă din domeniu, dacă măsurările se fac în apropiere de limita superioară. Este important să se evalueze aceste depășiri pentru a evita solicitări nepermise ale aparatelor. În acest scop, se definește *supracreșterea*  $\sigma$ , care reprezintă eroarea dinamică ce corespunde primului maxim al ieșirii  $y(t)$ . De obicei se exprimă în fracțiuni sau în procente din  $y_s$ :

$$\sigma = \frac{y_{max} - y_s}{y_s} \cdot 100 \quad [\%]. \quad (2.173)$$

Supracreșterea  $\sigma$  depinde numai de factorul de amortizare. Ținînd seama de expresia funcției indiciale din tabelul 2.5 și de (2.173) rezultă:

$$\sigma = 100 e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad [\%], \quad (2.174)$$

astfel încît prin specificarea supracreșterii este determinat și factorul de amortizare  $\xi$  și invers.

Pentru a exprima gradul de amortizare se mai utilizează așa-numitul *decrement logarithmic*, definit prin logaritmul natural al raportului erorilor dinamice corespunzătoare la două maxime succesive. Folosind notațiile din figura 2.17, aceasta înseamnă:

$$\lambda = \ln \frac{y(t_1)}{y(t_3)}.$$

Relația între  $\lambda$  și  $\xi$  este:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}}.$$

Pe baza unora dintre indicatorii prezentați se pot face aprecieri asupra timpului de măsurare la măsurările statice, dedus în funcție de timpul de răspuns  $t_s$ . De asemenea, pentru măsurările repetate, ciclice sau la cerere se poate stabili timpul de repetiție sau cadența de măsurare.

Pe de altă parte, viteza de răspuns permite să se precizeze viteza maximă de variație a mărimii ce poate fi măsurată cu aparatul considerat. Pentru aprecieri din acest punct de vedere apare mai avantajos să se întrebuițeze caracteristicile de frecvență, întrucît este cunoscut că viteza de variație a unei mărimi este determinată de spectrul său de frecvențe.

După cum se vede pe caracteristicile amplitudine-frecvență din tabelul 2.5, de regulă aparatele de măsurat și traductoarele au caracteristici de filtru trece-jos, adică ele lasă să treacă și eventual amplifică frecvențele joase și le atenuează pe cele înalte. De asemenea defazajele (respectiv întârzierile) cresc cu frecvența. Ca urmare apare necesitatea de a stabili un domeniu de frecvențe în cadrul căruia atenuarea nu depășește o anumită limită admisă. Acest domeniu se definește prin *lărgimea de bandă* sau *banda de trecere*,



care la elementele cu caracteristică trece-jos se exprimă prin valoarea pulsației  $\omega_B$ , pentru care modulul  $H(\omega)$  nu scade la o valoare mai mică de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  din aceea corespunzătoare pulsației  $\omega = 0$ , adică

$$H(\omega_B) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(0). \quad (2.175)$$

Relația (2.175) se mai exprimă sub formă logaritmică

$$20 \lg \frac{H(\omega_B)}{H(0)} = -3 \text{ dB}.$$

Lărgimea de bandă pentru elementul de ordinul II oscilatoriu amortizat este determinată atât de pulsația naturală, cât și de factorul de amortizare. Se demonstrează că:

$$\omega_B = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}}. \quad (2.176)$$

Pentru elementul de întârziere de ordinul I,  $\omega_B = \frac{1}{T}$ .

Lărgimea de bandă trebuie aleasă în raport de frecvența maximă din spectrul de frecvențe al mărimii de măsurat.

Pe caracteristica amplitudine-pulsație a elementului oscilatoriu amortizat din tabelul 2.2 se vede că, spre deosebire de cele aperiodice, valoarea maximă a amplitudinii nu se află la  $\omega = 0$ , ci la o pulsație  $\omega_r$ , numită *pulsație de rezonanță*. Valoarea sa este dată de relația

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}. \quad (2.177)$$

Prezența vîrfului de rezonanță pe caracteristica amplitudine-pulsație arată că anumite frecvențe ale mărimii de intrare sînt favorizate (amplificate), ceea ce în anumite cazuri este deosebit de util în operațiile de măsurare (metodele de rezonanță amintite în paragraful 1.8). Vîrful de rezonanță pe curba amplitudine-pulsație are o semnificație similară cu a supracreșterii pe funcția indicială, ambele punînd în evidență caracteristica de element oscilatoriu amortizat.

Toate formele de exprimare a caracteristicilor dinamice care au fost expuse, presupun că mărimile de intrare și de ieșire sînt funcții continue de timp. Există însă diverse categorii de aparate de măsurat și traductoare, care operează cu mărimi eșantionate. În aceste cazuri se trece la reprezentarea sub formă discretă a caracteristicilor dinamice, ecuațiile diferențiale se transformă în ecuații cu diferențe finite, iar funcțiile de transfer în variabila  $s$  în funcții de transfer eșantionate, în care intervine variabila complexă  $z = e^{Ts}$ , unde  $T$  este perioada de eșantionare.

De asemenea trebuie observat că relațiile prezentate sînt aplicabile aparatelor și traductoarelor destinate măsurărilor directe. În cazul măsurărilor indirecte s-a văzut că funcționarea aparatului este determinată de mai multe mărimi de intrare. Dacă se poate admite că relațiile de dependență sînt liniare, problema se rezolvă în același mod, aplicînd principiul suprapunerii efectelor, adică se determină succesiv componentele ieșirii generate de acțiunea unei singure intrări, celelalte fiind zero și apoi se însumează componentele respective. Un astfel de aparat reprezintă ceea ce se numește în automatică un *sistem cu legături multiple*.



Pentru caracterizarea dinamicii elementelor cu legături multiple apare avantajoasă utilizarea *ecuațiilor de stare*, acestea permițând exprimarea directă sub o formă explicită a mărimii (sau a mărimilor) de ieșire în funcție de variabilele de stare.

Noțiunea de *variabilă de stare* a fost introdusă ca urmare a faptului că starea unui sistem dinamic de ordinul  $n$  poate fi descrisă pentru orice moment  $t$  de un ansamblu de  $n$  mărimi  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ <sup>1</sup>. Aceste mărimi sînt denumite *variabile de stare* și ele constituie componentele unui vector coloană  $\mathbf{u}(t)$ , denumit *vectorul de stare al sistemului*. Proprietatea esențială a variabilelor de stare constă în aceea că legătura între evoluția în timp a sistemului și acestea se bazează pe o relație deosebit de simplă și anume: derivata vectorului de stare în raport cu timpul  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  este dependentă numai de starea curentă  $\mathbf{u}(t)$  și de valorile curente ale celor  $k$  intrări, care se dispun tot într-un vector coloană  $\mathbf{x}(t)$ , vectorul de intrare. Informația cu privire la stările anterioare precum și la valorile anterioare ale intrărilor nu mai interesează fiind inclusă în starea curentă  $\mathbf{u}(t)$ .

Considerînd deci aparatul de măsurat cu mai multe intrări ca un sistem dinamic cu legături multiple, considerațiile de mai sus se aplică întocmai și, pentru ipoteza admisă de liniaritate și invariantă în timp a caracteristicilor, ecuațiile de stare sînt de forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{x}(t), \\ y(t) &= \mathbf{c}^T\mathbf{u}(t),\end{aligned}\tag{2.178}$$

în care  $\mathbf{A}$  este o matrice patratică  $n \times n$  denumită *matricea sistemului*,  $\mathbf{B}$  este o matrice  $n \times k$  denumită *matricea de intrare*, iar  $\mathbf{c}$  este, în cazul unei singure ieșiri  $y(t)$  scalare, un vector coloană cu  $n$  componente.

Mărimea de ieșire  $y(t)$  dedusă din rezolvarea sistemului (2.174), pentru condiții inițiale date la  $t_0$ , se exprimă prin:

$$y(t) = \mathbf{c}^T \left[ \Phi(t - t_0) \mathbf{u}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) \mathbf{B}\mathbf{x}(\tau) d\tau \right], \tag{2.179}$$

unde  $\Phi(t - t_0) = e^{\mathbf{A}(t - t_0)}$  este *matricea de tranziție a stărilor* (sau fundamentală).

Ecuațiile (2.178) și (2.179) sînt date sub formă continuă, dar ele se pot pune și sub formă discretă pentru cazurile în care intervin mărimi eșantionate.

Pentru aparatele de măsurat și traductoarele din această categorie, exprimarea de caracteristici și indicatori de calitate ai regimului dinamic se efectuează similar ca în cazul aparatelor pentru măsurări directe. Fiind mai multe căi de transfer intrare-ieșire, de regulă decuplate, se caracterizează dinamica fiecăreia dintre acestea și în final se iau în considerare indicatorii cei mai defavorabili. De multe ori se pune problema realizării aceleiași dinamici pe toate căile de transfer. În acest caz, aspectele constructive devin mai complicate, necesitînd introducerea intenționată a unor întîrzieri pe căile de transfer mai rapide.

<sup>1</sup> Notățiile apar întrucîtva diferite față de cele din lucrările de automatică, unde variabilele de stare sînt simbolizate prin  $x_1(t), x_2(t) \dots$  și intrările prin  $u_1(t), u_2(t), \dots$



### 2.3.3. Caracteristici energetice

Orice operație de măsurare implică un consum energetic. Transformările pe care le suferă mărimea de măsurat pentru a apărea sub forma de mărime perceptibilă sau de semnal unificat sînt și transformări energetice (semnalul unificat însuși trebuie să aibă asociată o putere pentru a putea fi aplicat dispozitivelor de automatizare).

Puterea, prin integrarea căreia rezultă consumul energetic, este preluată total sau parțial de la mărimile de măsurat, dacă acestea sînt mărimi active în sensul definit în paragraful 1.4, sau provine de la o sursă de energie auxiliară atunci cînd se măsoară mărimi pasive. Efectele consumului energetic asupra calității măsurării sînt diferite în cele două cazuri menționate.

În primul caz al măsurării mărimilor active, pentru a preciza mai bine problema energiei care intervine în procesul de măsurare, se reia exemplul din 2.2.3, referitor la măsurarea unei tensiuni electromotoare continue  $E$  a unei surse avînd rezistența  $R_s$  cu un voltmetru a cărui rezistență este  $R_m$ . În circuitul astfel format va circula un curent  $I$  care, în ipoteza că se neglijează rezistența firelor de legătură, este:

$$I = \frac{E}{R_s + R_m}. \quad (2.180)$$

Puterea electrică generată de sursă  $P$ , în cea mai mare parte consumată de voltmetru pentru a indica valoarea măsurată, va fi:

$$P = EI = \frac{E^2}{R_s + R_m}. \quad (2.181)$$

Valoarea tensiunii indicată de aparat  $U$  este afectată de o eroare sistematică de metodă:

$$U = E - R_s I = \frac{R_m}{R_s + R_m} E < E. \quad (2.182)$$

Din analiza factorilor care intervin în expresia puterii, se constată că, în afară de valoarea  $E$  a mărimii de măsurat, ea depinde de rezistența totală  $R_s + R_m$ . Rezistența proprie a voltmetrului  $R_m$  reprezintă deci *caracteristica energetică a aparatului*. Admițînd aproximarea  $R_s + R_m \cong R_m$  (deoarece din condiția de obținere a unei erori sistematice cît mai reduse  $R_m \gg R_s$ ), rezultă  $E/I \cong R_m$ .

Generalizînd, se deduce că oricărei mărimi  $X$  supusă măsurării i se poate asocia o altă mărime  $J$ , astfel ca produsul  $XJ$  să reprezinte o putere. Atunci raportul lor va fi de natura unei impedanțe, denumită și *impedanță generalizată* sau *metrologică*, întrucît depinde în principal de metoda și aparatura de măsurare utilizată:

$$\frac{X}{J} = Z_s + Z_m \cong Z_m, \quad (2.183)$$

$Z_s$  și  $Z_m$  avînd aceleași semnificații ca în (2.180).

Puterea rezultată se exprimă cu ajutorul impedanței metrologice prin relația:

$$P = XJ = \frac{X^2}{Z_s + Z_m} \cong \frac{X^2}{Z_m}. \quad (2.184)$$



Se vede din (2.184) că este de dorit ca impedanța  $Z_m$  să fie cât mai mare pentru ca puterea solicitată de aparat de la obiectul măsurării să fie cât mai redusă și prin aceasta să influențeze cât mai puțin asupra valorii reale  $X$ . Într-adevăr, generalizînd (2.182) se găsește că valoarea indicată de aparat  $V$  are expresia

$$V = \frac{Z_m}{Z_s + Z_m} X \quad (2.185)$$

și eroarea generată de consumul de putere este:

$$\Delta X = V - X = -\frac{Z_s}{Z_s + Z_m} X. \quad (2.186)$$

Impedanța  $Z_m$  definește astfel *eroarea de interacțiune* a unui aparat de măsurat, ceea ce înseamnă calitatea sa de a influența cât mai puțin asupra mărimii de măsurat (această calitate se mai numește și *finețe*).

Ținînd seama de cele expuse în paragraful 2.2.1 la cauzele erorilor, rezultă că valoarea disponibilă este cu atît mai apropiată de valoarea reală cu cît finețea aparatului (a elementului sensibil al acestuia) este mai bună.

Obținerea unei impedanțe mari<sup>1</sup>  $Z_m$  constituie o preocupare permanentă în construcția de aparate. Avînd în vedere că dimensiunile și masa elementelor sensibile sînt cele care determină în mare măsură impedanța  $Z_m$ , se caută soluții care să le reducă la valori minime. Creșterea fineții, reducerea consumului energetic, precum și posibilitatea de a efectua măsurări locale (pe zone restrînse în cîmpul de măsurat) reprezintă rațiunile care stau la baza actualei tendințe de miniaturizare a elementelor sensibile.

Pentru a exemplifica noțiunea de *impedanță generalizată*, în tabelul 2.6 sînt prezentate cîteva mărimi  $X$  și cele asociate  $J$ , din produsul cărora rezultă puterea, precum și expresiile dimensionale ale impedanțelor corespunzătoare.

Tabelul 2.6

Exemple de mărimi și impedanțe generalizate

Mărimea de măsurat $X$ și unitatea	Mărimea asociată $J$ și unitatea	Dimensiunile impedanței generalizate $Z_m$
Tensiune [V]	Curent [A]	V/A
Forță [N]	Viteză [m/s]	Ns/m
Cuplu [Nm]	Viteză unghiulară [rd/s]	Nms/rd
Presiune [N/m <sup>2</sup> ]	Debit [m <sup>3</sup> /s]	Ns/m <sup>5</sup>
Impuls (forță) [Ns]	Accelerație [m/s <sup>2</sup> ]	Ns <sup>3</sup> /m
Temperatură [K]	Flux de căldură [W]	K/W

<sup>1</sup> S-a ales, pentru concretizarea expunerii, cazul în care consumul energetic este cu atît mai redus cu cît  $Z_m$  este mai mare. Există și situații în care pentru minimizarea consumului trebuie ca  $Z_m$  să fie cât mai mic (de ex. la măsurarea curentului cu ampermetrul).



Se vede din (2.184) că este de dorit ca impedanța  $Z_m$  să fie cât mai mare pentru ca puterea solicitată de aparat de la obiectul măsurării să fie cât mai redusă și prin aceasta să influențeze cât mai puțin asupra valorii reale  $X$ . Într-adevăr, generalizînd (2.182) se găsește că valoarea indicată de aparat  $V$  are expresia

$$V = \frac{Z_m}{Z_s + Z_m} X \quad (2.185)$$

și eroarea generată de consumul de putere este:

$$\Delta X = V - X = -\frac{Z_s}{Z_s + Z_m} X. \quad (2.186)$$

Impedanța  $Z_m$  definește astfel *eroarea de interacțiune* a unui aparat de măsurat, ceea ce înseamnă calitatea sa de a influența cât mai puțin asupra mărimii de măsurat (această calitate se mai numește și *finețe*).

Ținînd seama de cele expuse în paragraful 2.2.1 la cauzele erorilor, rezultă că valoarea disponibilă este cu atît mai apropiată de valoarea reală cu cît finețea aparatului (a elementului sensibil al acestuia) este mai bună.

Obținerea unei impedanțe mari<sup>1</sup>  $Z_m$  constituie o preocupare permanentă în construcția de aparate. Avînd în vedere că dimensiunile și masa elementelor sensibile sînt cele care determină în mare măsură impedanța  $Z_m$ , se caută soluții care să le reducă la valori minime. Creșterea fineții, reducerea consumului energetic, precum și posibilitatea de a efectua măsurări locale (pe zone restrînse în câmpul de măsurat) reprezintă rațiunile care stau la baza actualei tendințe de miniaturizare a elementelor sensibile.

Pentru a exemplifica noțiunea de *impedanță generalizată*, în tabelul 2.6 sînt prezentate cîteva mărimi  $X$  și cele asociate  $J$ , din produsul cărora rezultă puterea, precum și expresiile dimensionale ale impedanțelor corespunzătoare.

Tabelul 2.6

Exemple de mărimi și impedanțe generalizate

Mărimea de măsurat $X$ și unitatea	Mărimea asociată $J$ și unitatea	Dimensiunile impedanței generalizate $Z_m$
Tensiune [V]	Curent [A]	V/A
Forță [N]	Viteză [m/s]	Ns/m
Cuplu [Nm]	Viteză unghiulară [rd/s]	Nms/rd
Presiune [N/m <sup>2</sup> ]	Debit [m <sup>3</sup> /s]	Ns/m <sup>5</sup>
Impuls (forță) [Ns]	Accelerație [m/s <sup>2</sup> ]	Ns <sup>3</sup> /m
Temperatură [K]	Flux de căldură [W]	K/W

<sup>1</sup> S-a ales, pentru concretizarea expunerii, cazul în care consumul energetic este cu atît mai redus cu cît  $Z_m$  este mai mare. Există și situații în care pentru minimizarea consumului trebuie ca  $Z_m$  să fie cât mai mic (de ex. la măsurarea curentului cu ampermetrul).



Impedanța generalizată este utilă nu numai pentru a evalua puterea absorbită și efectele acesteia asupra mărimii de măsurat, ci și pentru elementele componente ale unui aparat sau traductor, ea reflectând influența exercitată de un element asupra celui precedent.

În practica utilizării și construcției aparatelor de măsurat se pune adesea problema adaptării impedanței  $Z_m$  în raport de aceea a sursei  $Z_s$ , astfel încît consumul energetic și eroarea respectivă să se mențină în limite admise.

Presupunînd că pentru măsurarea unei mărimi  $X$  se impune consumul de putere  $P$ , cunoscînd impedanța  $Z_s$ , rezultă valoarea necesară pentru  $Z_m$  cît și valoarea mărimii asociate  $J$ . Dacă impedanța  $\hat{Z}_m$  a aparatului de care se dispune diferă de  $Z_m$  ea trebuie adaptată.

În cazul în care  $\hat{Z}_m < Z_m$ , aceasta are ca efect, conform cu (2.184), creșterea puterii  $P$  și respectiv a mărimii  $J$  peste limitele necesare. O primă posibilitate de adaptare ar fi aceea a micșorării nivelului sau amplitudinii mărimii de măsurat  $X$ . În acest scop se intercalează la intrarea aparatului (sau elementului considerat) un dispozitiv care determină reducerea mărimii  $X$  la valoarea  $\hat{X} = \frac{X}{K}$  ( $K > 1$ ). Factorul  $K$  se alege astfel încît să fie asigurată puterea necesară aparatului:

$$P = \frac{\hat{X}^2}{\hat{Z}_m} = \frac{X^2}{K^2 \hat{Z}_m} = XJ. \quad (2.187)$$

Din relația precedentă se deduce:

$$Z_m = \hat{Z}_m \cdot K^2 \text{ și } \hat{J} = \frac{X}{K \hat{Z}_m} = KJ, \quad (2.188)$$

ceea ce arată o creștere a impedanței aparatului „văzută” dinspre sursă cu factorul  $K^2$  și, simultan cu reducerea intrării la valoarea  $\hat{X}$ , o creștere a mărimii asociate  $\hat{J}$  în aceeași proporție. Dacă această valoare nu depășește limite admisibile impuse de alte considerente (constructive), problema adaptării de impedanță este rezolvată. Procedul este denumit *adaptare de amplitudine* sau *de nivel* și el se realizează cu dispozitive pasive, care nu solicită putere de la surse externe. Consumul energetic este preluat tot numai de la mărimea de măsurat, numai că dispozitivele respective permit evitarea creșterii inadmisibile a acestui consum. Exemple de asemenea dispozitive sînt transformatoarele de măsurare de tensiune, pîrghiile pentru forțe și deplasări, pistoanele cu secțiuni diferite pentru presiuni și deplasări etc.

Procedul de mai sus nu poate fi aplicat în situațiile în care mărimea  $X$  este deja de valoare redusă și nu mai poate fi micșorată sau, chiar dacă aceasta ar fi posibil, puterea cerută de aparat depășește pe cea care îi este asociată în mod natural. În astfel de situații este necesar să se recurgă la utilizarea unui amplificator de măsurare care funcționează cu ajutorul unei surse de putere exterioare. Pe această cale, mărimea de măsurat nu trebuie să mai cedeze integral puterea necesară aparatului, ci ea va furniza numai o putere foarte redusă pentru modularea, de regulă în amplitudine, a unei mărimi furnizată de amplificatorul respectiv și care are asociată o putere suficientă, preluată de la sursa auxiliară. Ca exemplu, se poate menționa amplificatorul electronic de tensiune, care realizează funcțiunile men-



Impedanța generalizată este utilă nu numai pentru a evalua puterea absorbită și efectele acesteia asupra mărimii de măsurat, ci și pentru elementele componente ale unui aparat sau traductor, ea reflectând influența exercitată de un element asupra celui precedent.

În practica utilizării și construcției aparatelor de măsurat se pune adesea problema adaptării impedanței  $Z_m$  în raport de aceea a sursei  $Z_s$ , astfel încît consumul energetic și eroarea respectivă să se mențină în limite admise.

Presupunînd că pentru măsurarea unei mărimi  $X$  se impune consumul de putere  $P$ , cunoscînd impedanța  $Z_s$ , rezultă valoarea necesară pentru  $Z_m$  cît și valoarea mărimii asociate  $J$ . Dacă impedanța  $\hat{Z}_m$  a aparatului de care se dispune diferă de  $Z_m$  ea trebuie adaptată.

În cazul în care  $\hat{Z}_m < Z_m$ , aceasta are ca efect, conform cu (2.184), creșterea puterii  $P$  și respectiv a mărimii  $J$  peste limitele necesare. O primă posibilitate de adaptare ar fi aceea a micșorării nivelului sau amplitudinii mărimii de măsurat  $X$ . În acest scop se intercalează la intrarea aparatului (sau elementului considerat) un dispozitiv care determină reducerea mărimii  $X$  la valoarea  $\hat{X} = \frac{X}{K}$  ( $K > 1$ ). Factorul  $K$  se alege astfel încît să fie asigurată puterea necesară aparatului:

$$P = \frac{\hat{X}^2}{\hat{Z}_m} = \frac{X^2}{K^2 \hat{Z}_m} = XJ. \quad (2.187)$$

Din relația precedentă se deduce:

$$Z_m = \hat{Z}_m \cdot K^2 \text{ și } \hat{J} = \frac{X}{K \hat{Z}_m} = KJ, \quad (2.188)$$

ceea ce arată o creștere a impedanței aparatului „văzută” dinspre sursă cu factorul  $K^2$  și, simultan cu reducerea intrării la valoarea  $\hat{X}$ , o creștere a mărimii asociate  $\hat{J}$  în aceeași proporție. Dacă această valoare nu depășește limite admisibile impuse de alte considerente (constructive), problema adaptării de impedanță este rezolvată. Procedul este denumit *adaptare de amplitudine* sau *de nivel* și el se realizează cu dispozitive pasive, care nu solicită putere de la surse externe. Consumul energetic este preluat tot numai de la mărimea de măsurat, numai că dispozitivele respective permit evitarea creșterii inadmisibile a acestui consum. Exemple de asemenea dispozitive sînt transformatoarele de măsurare de tensiune, pîrghiile pentru forțe și deplasări, pistoanele cu secțiuni diferite pentru presiuni și deplasări etc.

Procedul de mai sus nu poate fi aplicat în situațiile în care mărimea  $X$  este deja de valoare redusă și nu mai poate fi micșorată sau, chiar dacă aceasta ar fi posibil, puterea cerută de aparat depășește pe cea care îi este asociată în mod natural. În astfel de situații este necesar să se recurgă la utilizarea unui amplificator de măsurare care funcționează cu ajutorul unei surse de putere exterioare. Pe această cale, mărimea de măsurat nu trebuie să mai cedeze integral puterea necesară aparatului, ci ea va furniza numai o putere foarte redusă pentru modularea, de regulă în amplitudine, a unei mărimi furnizată de amplificatorul respectiv și care are asociată o putere suficientă, preluată de la sursa auxiliară. Ca exemplu, se poate menționa amplificatorul electronic de tensiune, care realizează funcțiunile men-



ționate prezentînd o impedanță de intrare foarte mare  $Z_i \gg Z_s$  și în același timp o impedanță de ieșire redusă, îndeplinind condiția  $Z_e \ll Z_m$ . Prin introducerea amplificatorului este asigurată și reducerea erorii  $\Delta X$ , în relația (2.186) intervenind  $Z_i$ , în general mult mai mare decît  $Z_m$ .

Prin utilizarea amplificatorului, pe lîngă *adaptarea de nivel* se realizează și o *adaptare de putere*, ambele avînd ca rezultat *adaptarea de impedanță*.

Adoptarea unei metode de zero constituie procedeul cel mai eficient pentru ca măsurarea să se efectueze fără consum de putere de la obiectul măsurării, ceea ce este echivalent cu un aparat avînd  $Z_m = \infty$ . Aparatul detector de zero, în timpul măsurării, după echilibrare, nu necesită consum de putere în regim permanent. Practic, poate să existe o valoare foarte redusă a diferenței între mărimea de măsurat și cea de comparație în limita pragului de sensibilitate a aparatului, care determină însă un consum neglijabil. Pentru a constata cît de redus este acest consum, este suficient să se observe că impedanța reală a aparatului  $\hat{Z}_m$  prin aplicarea acestei metode se transformă în  $Z_m = \left( \frac{X}{\Delta X} \right)^2 \hat{Z}_m$ , unde  $\Delta X$  este diferența de echilibrare egală cu eroarea admisibilă.

Alte situații și modalități de adaptare de impedanță sînt tratate în lucrările de electrotehnică și electronică [23], [27].

Problema consumului energetic se pune în mod diferit la măsurarea mărimilor pasive. În aceste cazuri, însăși metoda de măsurare impune utilizarea unei surse de energie auxiliară fără de care mărimea respectivă nu poate fi pusă în evidență, de exemplu la măsurarea rezistențelor prin metode de punte sau cu ohmmetrul se face totdeauna alimentarea de la o sursă auxiliară. Puterea preluată de la sursă este determinată, pe de o parte de necesitatea obținerii unei mărimi electrice active, tensiune sau curent, iar pe de altă parte puterea respectivă trebuie să nu conducă la modificări ale valorii măsurate.

Primul criteriu se exprimă, referitor la mărimea de excitație, la fel ca în cazul mărimilor active.

Cel de al doilea criteriu, mai dificil de exprimat cantitativ, poate fi formulat în sensul că mărimea de excitație trebuie să nu genereze erori de influență importante.

În afara aspectelor metrologice, consumurile energetice ale aparatelor de măsurat, îndeosebi în aplicațiile industriale în care la o singură uzină sau combinat pot fi de ordinul miilor sau zecilor de mii de unități, reprezintă o problemă energetică în sine.

Consumurile energetice, sub ambele aspecte, de la mărimea de măsurat și de la surse de energie auxiliară sînt specificate pentru fiecare aparat sau traductor. Pentru caracterizarea puterii solicitată de la măsurand este dată impedanța de intrare, iar pentru sursa auxiliară se precizează natura sa (c.c. sau c.a. de exemplu), valoarea parametrilor caracteristici (tensiune, curent) și puterea. De asemenea se menționează și limitele admisibile de variație ale parametrilor, în cadrul cărora erorile provocate nu conduc la depășirea erorii tolerate.

Pentru traductoare, odată cu specificarea semnalului unificat de ieșire, se precizează și impedanța necesară a aparatului receptor, ceea ce înseamnă de fapt indicarea puterii asociată semnalului respectiv.



#### 2.3.4. Caracteristici constructive și de exploatare

Calitatea efectivă a unui aparat de măsurat este determinată, în afara concepției privind principiul de funcționare, de modul în care este el realizat constructiv, iar menținerea acestei calități depinde de exploatarea și întreținerea sa rațională.

● Unul dintre indicatorii de calitate, care ține și de concepție, dar mai ales de construcție, este **robustețea**.

În general, aparatele permit obținerea unor rezultate corecte în anumite condiții de funcționare relative la factorii de mediu, la condițiile de alimentare, la limitele și vitezele de variație ale măsurandului etc. Cu cât condițiile de funcționare, raportate la performanțe, sînt mai severe, în sensul că aparatul poate suporta acțiunea unor factori externi intenși (rezistă la șocuri, vibrații, variații mari de temperatură, umiditate, presiune, agenți nocivi), admite variații în limite largi ai parametrilor surselor de alimentare, precum și variații bruște ale măsurandului, cu atît aparatul este mai *robust*. Aparatele robuste se disting printr-o foarte bună stabilitate a caracteristicilor statice și dinamice.

● Robustețea este legată și de **capacitatea de supraîncărcare**, adică de proprietatea ca aparatul să suporte valori ale mărimii de măsurat care depășesc limita superioară a domeniului, fără ca prin aceasta să rezulte modificări ale caracteristicilor funcționale (precizie, liniaritate, sensibilitate) sau deteriorări constructive.

Capacitatea de supraîncărcare se exprimă prin raportul între valoarea maximă nedistructibilă și limita superioară a domeniului. Prin *valoare maximă nedistructibilă* se înțelege valoarea măsurandului din afara domeniului, care după ce își încetează acțiunea permite revenirea aparatului la caracteristicile inițiale.

Capacității de supraîncărcare i se asociază de regulă un timp, întrucît efectele distructive depind și de durata acțiunii exercitată de mărimea care depășește domeniul. Astfel, uneori se normează o *capacitate de supraîncărcare pe timp scurt (șoc)* și o *capacitate de supraîncărcare pe timp mai lung (suprasarcină)*.

Robustețea și capacitatea de supraîncărcare prezintă importanță deosebită pentru traductoarele și aparatele folosite în aplicații industriale, unde intervin frecvent condiții grele de funcționare și variații care pot ieși din limitele admise. Ca urmare, se prevăd prin construcție măsuri de protecție împotriva acțiunilor mediului (agenți fizici și biologici), care constau în alegerea adecvată a materialelor, carcase etanșe, antiexplozive, acoperiri de protecție climatică sau anticorosivă, suspensii elastice, compensări termice, membrane de separație, ecranări magnetice și electrice, utilizarea de circuite electrice cu siguranță intrinsecă, sau prevederea de bariere de siguranță împotriva declanșării exploziilor, legarea la nulul rețelei sau la prizele de punere la pământ etc. Pentru protejarea împotriva efectelor distructive ale supraîncărcării se prevăd siguranțe termice, relee de decuplare, supape de suprapresiune și alte mijloace care sînt destinate în general echipamentelor de automatizări industriale.

● Pe aceeași linie a caracteristicilor legate în principal de aspectele constructive și de exploatare se înscrie și **fiabilitatea metrologică** a aparatelor de măsurat și traductoarelor.



În exploatare, apar situații în care informațiile de măsurare furnizate de aparatele de măsurat și de traductoare sînt afectate de erori grosiere, sau intervin întreruperi ale funcționării acestora. Aceste situații în care apar abateri inadmisibile de la caracteristicile statice și dinamice sînt denumite **defecte** sau **ieșiri din funcțiune** (la aparatele de măsurat se numesc și **ieșiri din clasa de precizie**). Cauzele defectelor sînt extrem de variate și imprevizibile, astfel încît apariția defectelor are caracterul de proces aleator și caracterizarea se poate face numai în termeni de probabilitate.

În sensul cel mai larg, **fiabilitatea metrologică** se definește prin proprietatea ca aparatul de măsurat să funcționeze în limitele parametrilor săi metrologici, adică fără defecte, un interval de timp cît mai îndelungat.

Dacă unui aparat de măsurat i se pot preveni, depista și înlătura defectiunile se spune că acesta are proprietatea de *reparabilitate*. Proprietatea ca după efectuarea reparațiilor să-și recapete integral capacitatea de funcționare se numește *restabilire*.

Intervalul de timp în care un aparat de măsurat își păstrează capacitatea de funcționare în limitele toleranțelor admise — cu pauzele necesare pentru întreținere și reparații — constituie *durata de funcționare* (de „viață”) a sa.

*Fiabilitatea înglobează funcționarea fără defectiuni, restabilirea și durata de funcționare.*

În evaluarea fiabilității aparatelor de măsurat, la fel ca și pentru alte elemente sau dispozitive, se disting: *fiabilitatea precalculată (previzională)*, *fiabilitatea tehnică (nominală)* și *fiabilitatea operațională*.

**Fiabilitatea precalculată** este aceea care se determină pornind de la concepția aparatului, de la datele asupra componentelor, pieselor și materialelor pe care le înglobează și din condițiile de utilizare.

**Fiabilitatea tehnică** reprezintă fiabilitatea rezultată în urma încercărilor, în condiții de fabrică și în anumite regimuri normate.

**Fiabilitatea operațională** este aceea determinată în condiții reale de exploatare, sub acțiunea complexă a factorilor interni și externi corespunzători.

Evaluarea cantitativă a fiabilității, dat fiind multitudinea factorilor ce trebuie luați în considerare, constituie o problemă complexă, care a condus la exprimarea mai multor parametri de fiabilitate.

Foarte frecvent, drept măsură cantitativă a fiabilității se consideră *probabilitatea funcționării fără defectiuni* în decursul unui interval de timp  $t$ , în condiții date. Intervalul de timp  $T$ , în care aparatele de măsurat funcționează fără defecte, constituie o variabilă aleatoare denumită *timp de funcționare fără defectiuni (timp de bună funcționare)*.

Evaluarea timpului de bună funcționare  $T$  se poate face în sens probabilist conform relației:

$$\text{Prob } (T < t) = F(t), \quad (2.189)$$

unde  $F(t)$  este funcția de repartiție de probabilitate a variabilei aleatoare  $T$ . Ea reprezintă probabilitatea de defectare a aparatului în intervalul de timp  $t$ .

În aceste condiții, probabilitatea ca aparatul să funcționeze corect în intervalul de timp  $t$  se exprimă prin:

$$\text{Prob } (T > t) = 1 - F(t) = R(t), \quad (2.190)$$

în care  $R(t)$  este *funcția de fiabilitate* a aparatului.



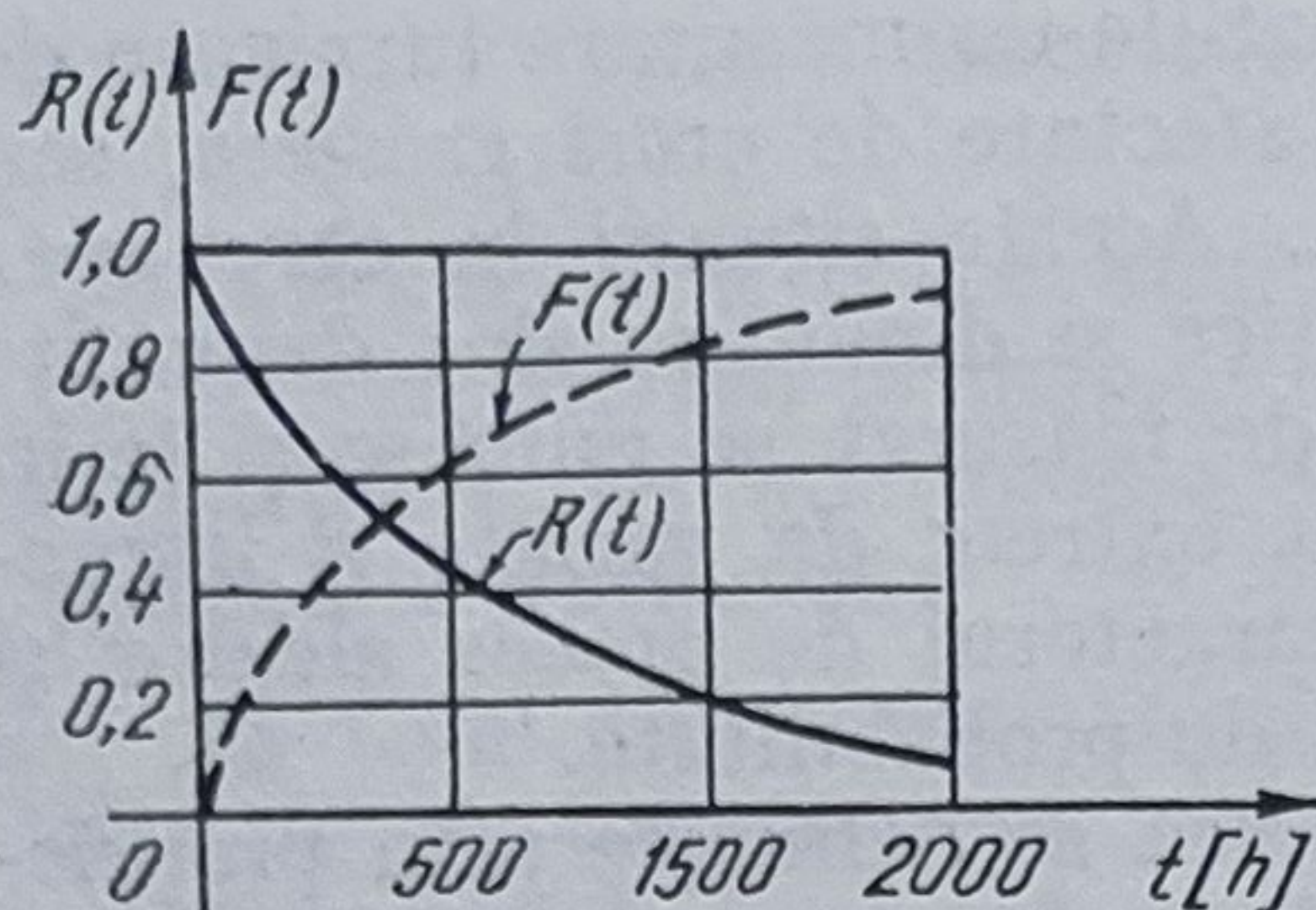


Fig. 2.18. Reprezentarea funcției de fiabilitate  $R(t)$  și a celei de defectare  $F(t)$ .

Funcția  $R(t)$  poate fi determinată experimental prin observații asupra unui număr  $N_0$  de aparate pe un interval de timp. Dacă se constată că  $N_t$  aparate nu au suferit defecțiuni în intervalul respectiv se deduce o valoare estimată a funcției de fiabilitate:

$$\hat{R}(t) \cong \frac{N_t}{N_0}. \quad (2.191)$$

Prin repetarea experimentărilor pentru diverse valori ale timpului  $t$  se pot obține o serie de valori  $\hat{R}(t)$ , care permit reprezentarea grafică a funcției de fiabilitate, sub forma unei curbe avînd alura celei din figura 2.18. Pe același grafic s-a trasat și curba corespunzătoare funcției complementare de defectare  $F(t)$ .

Dacă  $N_0$  este suficient de mare, valorile estimate  $\hat{R}(t)$  tind către valorile reale ale funcției de fiabilitate  $R(t)$ :

$$R(t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_t}{N_0}. \quad (2.192)$$

În afara funcției  $R(t)$ , se mai utilizează în exprimarea fiabilității și alți indicatori cum sînt: *frecvența de apariție a defectelor*  $f(t)$ , *media timpului de bună funcționare*  $MTBF$  și *intensitatea de apariție a defectelor*  $\lambda(t)$ .

Frecvența de apariție a defectelor  $f(t)$  poate fi estimată experimental, raportînd numărul de defecțiuni  $\Delta N = N_{t+\Delta t} - N_t$  care apar într-un interval de timp  $\Delta t$  la lotul de aparate  $N_0$ :

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta N}{N_0 \Delta t}. \quad (2.193)$$

Pentru  $N_0 \rightarrow \infty$  și  $\Delta t \rightarrow 0$  se deduce, ținînd seama de (2.190) și (2.192), frecvența reală de apariție a defectelor sub forma:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}. \quad (2.194)$$

Se observă din relația precedentă că  $f(t)$  este dată de densitatea de repartiție de probabilitate a timpului de bună funcționare. Cunoscînd  $f(t)$  se poate determina media timpului de bună funcționare:

$$MTBF = \int_0^{\infty} t f(t) dt = - \int_0^{\infty} t R'(t) dt. \quad (2.195)$$

Din ultima relație, integrînd prin părți și ținînd seama că  $R(t) \rightarrow 0$  pentru  $t \rightarrow \infty$ , rezultă:

$$T_0 = MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt. \quad (2.196)$$

Intensitatea de apariție a defectelor  $\lambda(t)$  sau *rata defectărilor* cum se mai numește, se estimează experimental prin împărțirea numărului de defecte  $\Delta N$  la intervalul de timp  $\Delta t$ , obținînd deci numărul de defecțiuni care apar în uni-



tatea de timp și raportându-l la  $N_t$ , numărul de elemente aflate în funcțiune la momentul  $t$ :

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta N}{N_t \Delta t}. \quad (2.197)$$

Relația (2.197) se mai poate pune sub forma:

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta N}{N_0 \Delta t} \frac{N_0}{N_t}. \quad (2.198)$$

și dacă  $N_0 \rightarrow \infty$  și  $\Delta t \rightarrow 0$ , se găsește expresia teoretică pentru intensitatea reală de apariție a defectelor:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = - \frac{R'(t)}{R(t)}. \quad (2.199)$$

Rata defectării  $\lambda(t)$  se definește și ca fiind densitatea de repartiție a defectării la momentul  $t$ , condiționată de faptul că aparatul a funcționat fără defectiuni pînă la momentul considerat [33].

Dacă este cunoscută intensitatea de defectare  $\lambda(t)$ , din (2.199) se poate calcula imediat funcția de fiabilitate:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (2.200)$$

În cazul în care  $\lambda(t) = \lambda$  este constantă, rezultă:

$$R(t) = e^{-\lambda t}, \quad (2.201)$$

ceea ce conduce la o repartiție exponențială pentru funcția de fiabilitate. Pentru același caz, media timpului de bună funcționare devine:

$$T_0 = MTBF = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2.202)$$

și astfel:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}. \quad (2.203)$$

Probabilitatea ca timpul de funcționare fără defectiuni  $T$  să fie egal cu  $T_0$  este  $R(T_0) = e^{-1} = 0,37$ . Această probabilitate are semnificația unui nivel de încredere și astfel, similar ca la calculul erorilor în paragraful 2.2.5, se pot deduce pentru diverse valori  $T$  nivelele de încredere corespunzătoare.

După cum s-a văzut, există o interdependență între indicatorii de fiabilitate definiți, astfel că normarea unora dintre aceștia permite evaluarea și a celorlalți. Din motive de comoditate se admite pentru funcția de fiabilitate repartiția exponențială cu  $\lambda$  constant.

În realitate, pe baza datelor experimentale,  $\lambda$  variază în timp ca în figura 2.19, deosebindu-se trei zone. Prima zonă corespunde așa numitei *perioade de tinerețe (rodaj)* a aparatelor, în cadrul căreia unele ies din funcțiune datorită unor defectiuni de fabricație nedepistate la control. Cea de a doua zonă reprezintă *perioada de funcționare normală*, când rata defectărilor este practic constantă și deci este valabilă repartiția exponențială. Zona a treia reprezintă *perioada de îmbătrânire sau de uzură*, când aparatele încep să se defecteze într-o proporție tot mai ridicată, deci rata de defectare crește.



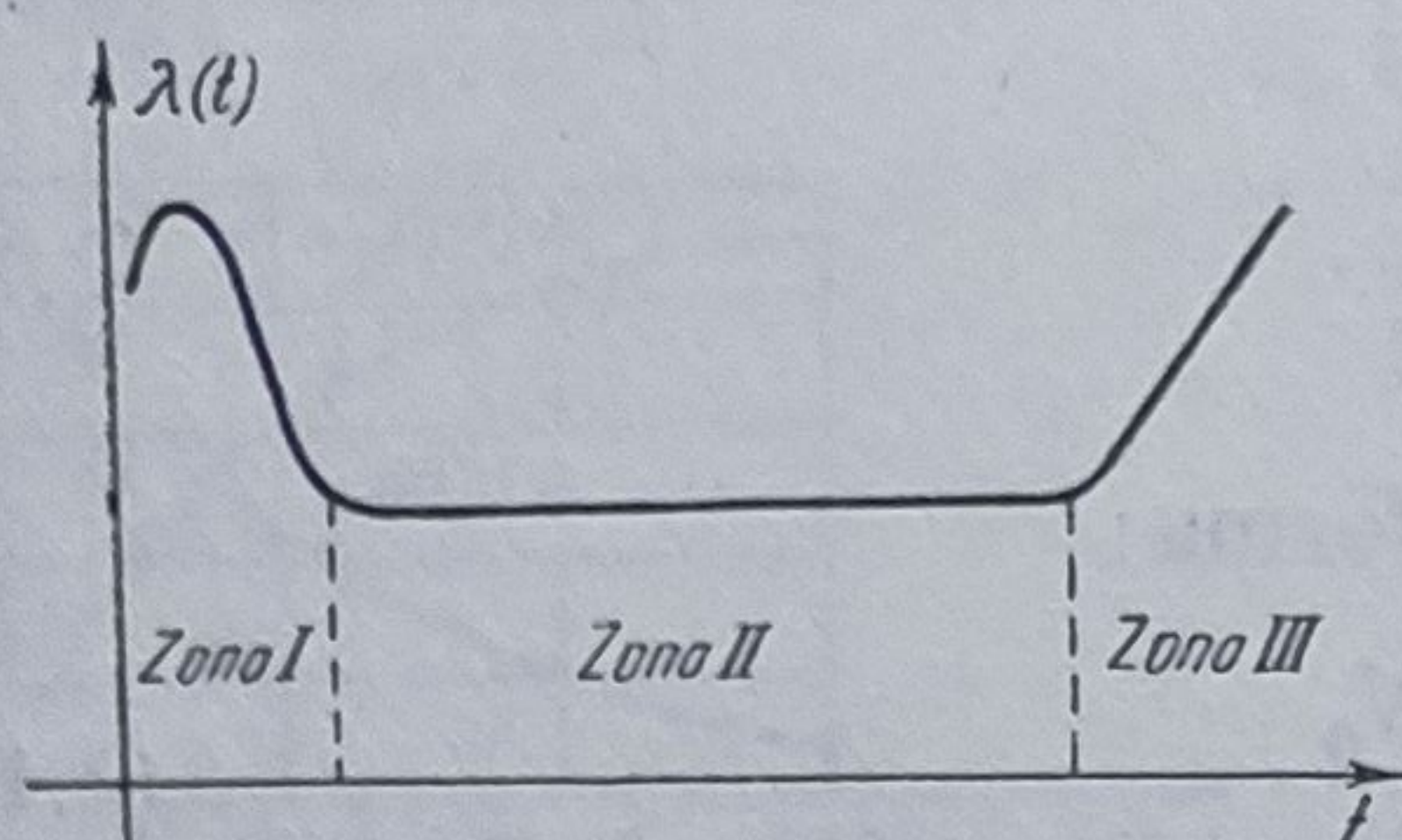


Fig. 2.19. Variația ratei de defectare  $\lambda(t)$  dedusă experimental.

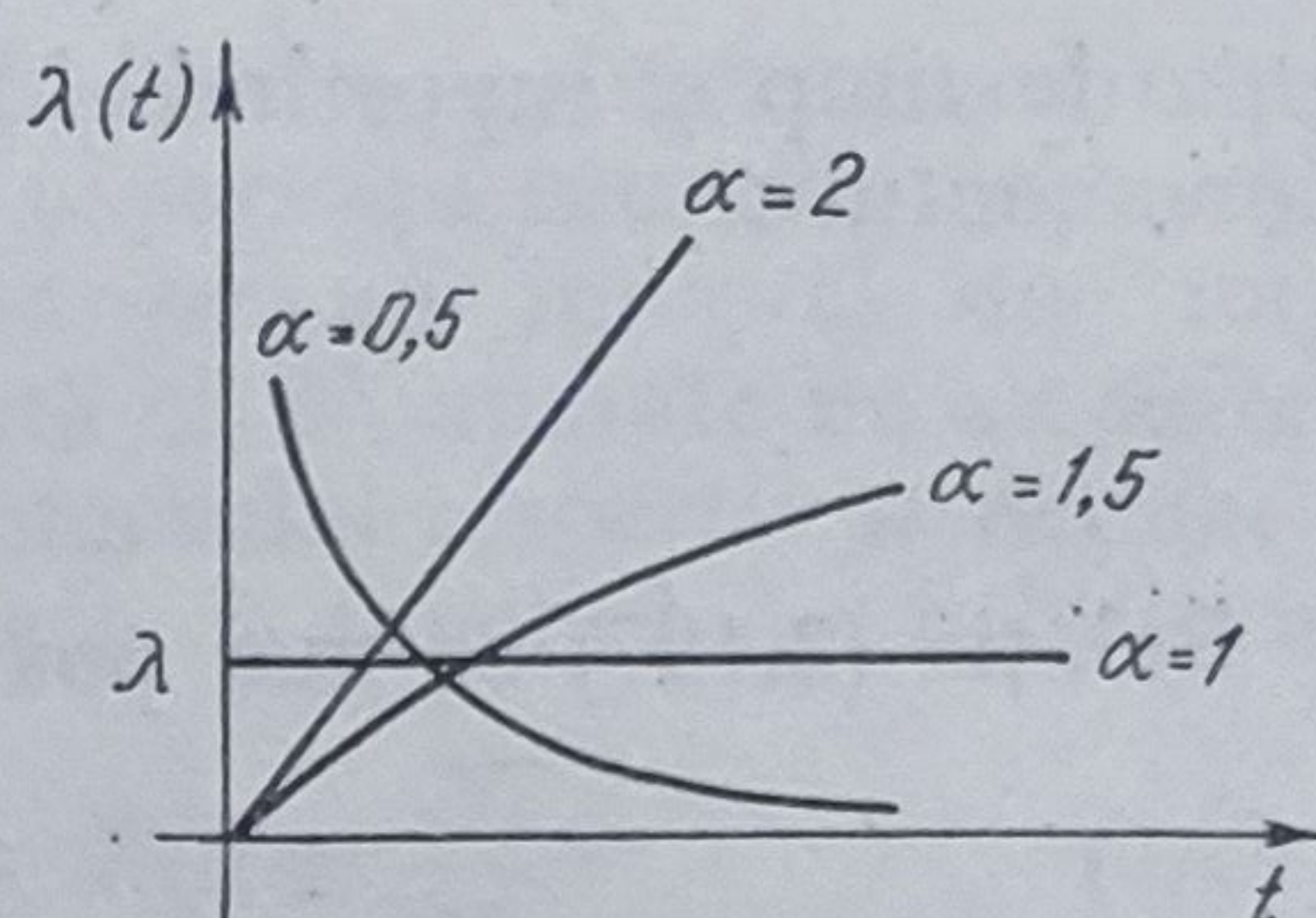


Fig. 2.20. Variația ratei de defectare  $\lambda(t)$  în cazul repartiției Weibull.

Prelucrarea statistică a rezultatelor a arătat că, în afara repartiției exponențiale, în studiul fiabilității este indicat să se utilizeze și repartiția normală și mai ales repartiția *Weibull*, care este de forma:

$$R(t) = e^{-\lambda t^\alpha} \quad (2.204)$$

și pentru care rata defectării este variabilă în timp:

$$\lambda(t) = \alpha \lambda t^{\alpha-1}. \quad (2.205)$$

Reprezentarea grafică a relației (2.205) pentru  $\alpha$  parametru este dată în figura 2.20.

Pentru  $\alpha = 1$  repartiția *Weibull* coincide cu cea exponențială, iar pentru  $\alpha = 3,25$  cu cea normală.

În tabelul 2.7 sînt date clasele de fiabilitate stabilite prin norme, cu valorile indicatorilor de fiabilitate.

Fiabilitatea traductoarelor este deosebit de importantă, întrucît supravegherea de către operator a echipamentelor de automatizare este mai redusă decît aceea a aparatelor de măsurat. În plus, o analiză atentă a influenței fiabilității elementelor componente ale unui circuit închis asupra sistemului în ansamblu arată că orice derivă de parametru a elementelor de pe legătura de reacție, deci acolo unde se află plasat traductorul, se transmite asupra ieșirii cu o pondere mult mai importantă decît în cazul elementelor de pe legătura directă.

Tabelul 2.7

Clasele de fiabilitate și valorile indicatorilor

Clasa \ Indicatori	$t[h]$	$R_{min}(t)$	$\lambda_{max} 10^6 [h^{-1}]$	$MTBF_{min}[h]$
$R_I$	12 000	0,96...0,94	3...5	330 000...200 000
$R_{II}$	8 000	0,96...0,92	5...10	200 000...100 000
$R_{III}$	5 000	0,96...0,90	10...21	100 000... 47 600
$R_{IV}$	2 000	0,96...0,85	21...81	47 600...12 300
$R_V$	500	0,96...0,80	81...446	12 300...2 240



Parametrii cei mai frecvent utilizați sînt  $\lambda$  și  $T_0$ . Valorile lor au o dispersie foarte mare, întrucît depind de numeroși factori.

Pentru traductoare, ținînd seama că ele sînt plasate direct în instalații, uneori în aer liber (în „cîmp” cum se mai spune) se admite  $T_0 = 10\,000$  ore cu un nivel de încredere de 90%.

În cazul aparatelor de măsurat de panou funcționînd în condiții de mediu mai bune rezultă *MTBF* de valori mai ridicate.

● Alte aspecte privind calitățile aparatelor de măsurat, determinate de caracteristicile lor constructive, sînt și cele legate de **comoditatea utilizării** lor, de exemplu lectura ușoară a indicațiilor sau, în general, obținerea directă și rapidă a unei cantități de informație cît mai mare sub o formă ușor de interpretat.

Tot referitor la această problemă a utilizării și exploatării aparatelor de măsurat, sînt de subliniat **cerințe de ergonomie și estetică industrială** (forme, dimensiuni, colorit, iluminare etc.).

În sfîrșit, toate aspectele privind calitățile funcționale și constructive ale aparatelor de măsurat și traductoarelor trebuie asociate și cu **latura economică**, în cadrul căreia este necesar să se țină seama atît de cost cît și de cheltuielile de exploatare și întreținere.

În această privință, se aplică regulile generale privind *eficiența economică a echipamentelor și instalațiilor industriale*. Îndeosebi, din punctul de vedere al utilizatorului trebuie urmărit să se aleagă aparate care să fie utilizate intensiv, la nivelul performanțelor maxime de care sînt capabile.

● Uneori, pentru a compara între ele aparate de același tip, dar de performanțe diferite, (de exemplu de diverse sensibilități, viteze de răspuns, consumuri energetice etc.) se folosește un indicator care înglobează mai multe caracteristici în cadrul unei relații care conduce la o valoare numerică denumită **factor de merit**.

De exemplu, pentru galvanometre factorul de merit se calculează cu relația:

$$S \sqrt{Z_m T_n^3} \quad (2.206)$$

Factorul de merit dă astfel posibilitatea unei caracterizări mai generale a aparatelor la care se referă. Modul în care se combină diferitele caracteristici care concură la găsirea unei expresii pentru factorul de merit depind, de la aparat la aparat, de principiul de funcționare, de realizarea tehnologică și mai ales de domeniul de utilizare, acordîndu-se o pondere deosebită acelor proprietăți determinante pentru comparațiile care se au în vedere.



## PARTEA A DOUA

### MĂSURĂRI ANALOGICE ALE MĂRIMILOR ELECTRICE

#### Capitolul 3

### MĂSURĂRI STATICE ALE CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR ELECTRICE

#### 3.1. APARATE ELECTRICE INDICATOARE PENTRU MĂSURĂRI STATICE

##### 3.1.1. Principii și relații generale de funcționare

Aparatele și metodele destinate măsurării mărimilor electrice prezintă o importanță deosebită pentru știința și tehnica măsurării în general, acesta fiind unul din domeniile în care s-au înregistrat progresele cele mai semnificative în ceea ce privește calitatea măsurării. Sensibilitățile, preciziile și vitezele de răspuns cele mai ridicate sînt specifice aparatelor pentru măsurarea mărimilor electrice. Aceste caracteristici superioare, împreună cu alte avantaje legate de posibilitățile de transmisie la distanță și de automatizare au determinat o largă utilizare a aparatelor electrice de măsurat, inclusiv pentru mărimi neelectrice prin conversia lor prealabilă în mărimi electrice.

Există o mare varietate de aparate electrice de măsurat analogice (v. paragraful 1.10.4). Prin costul lor mai redus decît al celor numerice, aparatele analogice sînt cele mai răspîndite în deosebi în aplicații industriale.

Funcționarea lor se bazează pe transformarea energiei electrice asociată mărimii de măsurat, în energie mecanică, avînd ca efect deplasarea unui organ mobil. Această deplasare constituie mărimea perceptibilă furnizată de aparat.

Structura acestor aparate cuprinde astfel o *schemă electrică* avînd rolul de element sensibil și un *dispozitiv motor*, care constă dintr-o parte fixă și un organ sau echipaj mobil, avînd funcția de adaptor, întrucît el furnizează mărimea perceptibilă.

Organul mobil este prevăzut cu un singur grad de libertate, mișcarea pe care o efectuează fiind în general aceea de rotație în jurul unei axe și numai în unele cazuri particulare o mișcare liniară. Ca urmare, mărimea de ieșire a aparatelor analogice este o deplasare unghiulară ( $y = \alpha$ ).



Avînd în vedere structura menționată, funcționarea *aparaterelor electrice analogice în regim static* se poate reprezenta schematic prin succesiunea:

$$X \rightarrow F \rightarrow M_a \rightarrow M_r \rightarrow M_a + M_r = 0 \rightarrow \alpha = f(X) \quad (3.1)$$

Caracterul analogic decurge din faptul că funcția  $f(X)$  este continuă, de așa natură încît orice variație  $\Delta X$  determină în mod univoc o variație  $\Delta \alpha$ .

Mărimea de măsurat  $X$ , un curent sau o tensiune electrică, aplicată schemei electrice a aparatului, generează în dispozitivul motor apariția unei forțe  $F$  care acționează asupra organului mobil. Forța  $F$  este astfel dirijată încît produce un moment  $M_a$  denumit *cuplu activ (motor)*. Odată cu rotirea organului mobil sub acțiunea cuplului  $M_a$  se dezvoltă un cuplu care se opune deplasării și a cărui valoare, la aparatele curențe, crește liniar cu unghiul de rotație, fiind creat de niște resoarte spirale. El este denumit *cuplu rezistent*  $M_r$ , și poziția de echilibru staționar a organului mobil corespunde situației în care  $M_a + M_r = 0$ . Deviația unghiulară  $\alpha$  a organului mobil față de poziția ocupată în absența mărimii de măsurat  $X$  constituie o măsură a acesteia.

Într-o altă variantă constructivă, aparatele electrice analogice sînt prevăzute cu un dispozitiv motor care generează două cupluri active  $M_{a1}$  și  $M_{a2}$ . Valorile acestora depind de mărimea de măsurat  $X$  și de aceea a unei mărimi de comparație  $X_1$  în moduri diferite și sînt dirijate în sensuri opuse. Pentru o anumită poziție unghiulară  $\alpha$  cele două cupluri devin astfel încît  $M_{a1} + M_{a2} = 0$ . Poziția respectivă poate reprezenta valoarea mărimii de măsurat  $X$ , mărimea de comparație  $X_1$  avînd o valoare cunoscută. Funcționarea are loc deci după următoarea schemă:

$$\begin{array}{l} X \rightarrow F_1 \rightarrow M_{a1} \searrow \\ X_1 \rightarrow F_2 \rightarrow M_{a2} \nearrow \end{array} M_{a1} + M_{a2} = 0 \rightarrow \alpha = f\left(\frac{X}{X_1}\right). \quad (3.2)$$

Aceste aparate la care deplasarea unghiulară  $\alpha$  depinde de raportul celor două mărimi  $X$  și  $X_1$  sînt denumite *logometre*.

Cele două variante de obținere a regimului de echilibru sînt tipice pentru majoritatea aparatelor electrice destinate măsurărilor statice. Desigur că în afara lor există și alte modalități de echilibrare a cuplului activ generat de dispozitivul motor. Una dintre acestea, importantă întrucît caracterizează grupa aparatelor integratoare (contoarele), constă în aceea că starea de echilibru nu se referă la o poziție unghiulară fixă, ci la obținerea unui regim de deplasare cu viteză de rotație constantă a organului mobil. În acest caz, echilibrarea cuplului activ se face printr-un cuplu rezistent, a cărui valoare este proporțională cu viteza unghiulară. Totalizarea numărului de rotații într-un interval de timp permite să se măsoare valoarea integralei mărimii care a determinat cuplul activ în perioada de timp considerată.

Pentru a determina caracteristica statică a acestor aparate este necesar să se evalueze cuplurile care condiționează funcționarea lor.

● **Cuplul activ.** Deplasarea organului mobil de către dispozitivul motor se efectuează pe baza energiei cîmpului magnetic sau electric produs de curentul furnizat de schema electrică căreia i se aplică mărimea de măsurat.

Aparatele care funcționează datorită forțelor create de cîmpuri magnetice sau electrice sînt realizate în diferite tipuri constructive, cunoscute sub



denumirile: *aparate magnetoelectrice, feromagnetice, electrodinamice, de inducție*<sup>1</sup> și *electrostatice*<sup>2</sup>.

După cauza fizică a câmpurilor magnetice, în cadrul aparatelor electromecanice acționează fie forțe electromagnetice, care se exercită între un circuit parcurs de curent electric și un corp magnetizat, fie forțe electrodinamice care se exercită între circuite parcurse de curenți electrici.

Pentru a deduce expresia forțelor determinate de energia câmpurilor magnetice se pleacă de la bilanțul energetic al unei rețele cu  $n$  circuite electrice în care nu există condensatoare:

$$\sum_{k=1}^n e_{gk} i_k dt = \sum_{k=1}^n R_k i_k^2 dt + F_m dx + dW_m, \quad (3.3)$$

unde:

$e_{gk} i_k dt$  este energia livrată de generatorul  $k$  în intervalul de timp  $dt$ ;

$R_k i_k^2 dt$  — energia disipată prin efect Joule în rezistența circuitului  $k$ ;

$F_m dx$  — lucrul mecanic elementar efectuat de forțele magnetice presupunând că circuitele sînt mobile (deformabile);  $x$  și  $F_m$  reprezintă coordonata și respectiv forța magnetică generalizată;

$dW_m$  — variația energiei magnetice localizate în câmpul celor  $n$  circuite în intervalul de timp  $(t, t + dt)$ .

Ținînd seama de legea lui Ohm aplicată circuitului  $k$  se deduce:

$$e_{gk} = R_k i_k + \frac{d\Phi_k}{dt}, \quad (3.4)$$

în care  $\Phi_k$  este fluxul magnetic total prin circuitul  $k$ .

Înlocuind (3.4) în (3.3) rezultă relația:

$$dW_m = \sum_{k=1}^n i_k d\Phi_k - F_m dx, \quad (3.5)$$

care exprimă variația energiei magnetice cînd se modifică fluxurile magnetice și se deplasează circuitele în câmpul magnetic. Relația (3.5) permite atît calculul energiei magnetice  $W_m$  cît și determinarea forței magnetice generalizate.

Întrucît organul mobil al aparatelor electrice de măsurat efectuează o mișcare de rotație, relația (3.5) se poate transforma în:

$$dW_m = \sum_{k=1}^n i_k d\Phi_k - M_a d\alpha, \quad (3.6)$$

unde  $M_a$  este momentul determinat de forța magnetică generalizată  $F_m$ , iar  $d\alpha$  este deplasarea unghiulară elementară.

<sup>1</sup> *Aparatele electrostatice*, avînd un domeniu special și restrîns de utilizare, nu vor fi tratate în cadrul acestei lucrări.

<sup>2</sup> *Aparatele de inducție*, avînd ca aplicație exclusivă măsurarea energiei electrice, vor fi tratate la capitolul respectiv.



În ipoteza unui mediu liniar din punct de vedere magnetic și pentru cazul în care circuitele se mențin imobile ( $d\alpha = 0$ ), din relația (3.6) se deduce că variația energiei magnetice are expresia

$$dW_m = \sum_{k=1}^n i_k d\Phi_k. \quad (3.7)$$

Pentru curenți constanți, sau cu variații foarte lente, fluxurile care străbat contururile circuitelor sînt legate de curenți prin inductivități proprii și mutuale conform relațiilor lui Maxwell

$$\Phi_k = \sum_{j=1}^n L_{kj} i_j. \quad (3.8)$$

Se notează cu  $\lambda$  cîtul dintre intensitatea curențului în starea finală și aceea corespunzătoare unei stări intermediare pentru care se exprimă  $dW_m$ :

$$i_j = \lambda i_{j \text{ final}}. \quad (3.9)$$

În conformitate cu (3.8) rezultă

$$\Phi_k = \lambda \Phi_{k \text{ final}}, \quad (3.10)$$

în care  $\lambda$  este presupus același pentru toate circuitele (dat fiind caracterul liniar) și are valorile 0 în stare inițială și 1 în starea finală.

În consecință, variația de energie magnetică pentru o stare intermediară devine:

$$dW_m = \sum_{k=1}^n (i_k \Phi_k)_{\text{final}} \lambda d\lambda. \quad (3.11)$$

Suma variațiilor de energie magnetică din momentul inițial, în care nu există cîmp magnetic, pînă în momentul final reprezintă energia  $W_m$  a cîmpului magnetic în starea finală considerată și se obține din integrarea relației (3.11) de la  $\lambda = 0$  la  $\lambda = 1$ :

$$W_m = \sum_{k=1}^n \frac{i_k \Phi_k}{2}. \quad (3.12)$$

Pentru simplitatea scrierii s-a suprimat precizarea „final” înțelegîndu-se însă, prin  $i_k$  și  $\Phi_k$ , valorile la care se stabilizează curenții și fluxurile în circuitele respective.

În situația în care, așa cum s-a presupus, curenții  $i_k$  din circuite rămîn invariabili, relația (3.6) se poate scrie

$$(dW_m)_{i_k} = d \left( \sum_{k=1}^n i_k \Phi_k \right)_{i_k} - M_a d\alpha. \quad (3.13)$$

Avînd în vedere expresia (3.12) a energiei magnetice, rezultă:

$$d \left( \sum_{k=1}^n i_k \Phi_k \right)_{i_k} = 2 (dW_m)_{i_k}. \quad (3.14)$$

Înlocuind (3.14) în (3.13) se deduce relația generală care exprimă dependența cuplului activ ce acționează asupra organului mobil al unui aparat



electric de măsurat din grupa electromecanică, în funcție de variația energiei magnetice din circuitele care alcătuiesc aparatul:

$$(dW_m)_{ik} = M_a d\alpha, \quad (3.15)$$

sau:

$$M_a = \frac{(dW_m)_{ik}}{d\alpha} = \left( \frac{dW_m}{d\alpha} \right)_{ik}. \quad (3.16)$$

Rezultatul obținut poate fi interpretat în sensul că, în cazul curenților invariabili, există un aport de energie de la surse care se împarte în mod egal între creșterea energiei magnetice a câmpului și efectuarea de lucru mecanic de către forțele magnetice dezvoltate de câmp.

Pe baza relațiilor (3.8), (3.12) și (3.16), cunoscând principiul de funcționare și datele constructive ale aparatului, se poate explicita expresia cuplului activ  $M_a$  în funcție de mărimea de măsurat  $X$ . În general, cuplul activ depinde și de deviația unghiulară  $\alpha$ , astfel că se obțin expresii de forma:

$$M_a = \left( \frac{dW_m}{d\alpha} \right)_{ik} = f(\alpha, X). \quad (3.17)$$

Adesea relația (3.17) determină expresii care permit explicitarea mărimii de măsurat, de exemplu:

$$M_a = X^n f_1(\alpha), \quad (3.17')$$

unde  $n$ , în majoritatea cazurilor, ia valoarea 1 sau 2.

Relația (3.17) este aceea care asigură posibilitatea determinării cantitative a cuplului  $M_a$ .

Legătura dintre cuplul activ și mărimea de măsurat poate fi stabilită prin relațiile precedente numai în cazul măsurării directe a unui curent electric. În celelalte cazuri, când mărimea de măsurat este o tensiune, la evaluarea cuplului  $M_a$  trebuie să se țină seama și de relațiile pe care le introduce schema electrică avînd funcțiunea de element sensibil.

● **Cuplul rezistent.** Dacă asupra organului mobil nu ar acționa decît cuplul activ  $M_a$ , atunci pentru orice valoare a mărimii de măsurat organul mobil s-ar roti pînă la deviația maximă permisă din punct de vedere constructiv.

Pentru ca fiecărei valori a mărimii de măsurat să îi corespundă o anumită deviație  $\alpha$ , cuplul activ trebuie echilibrat cu un cuplu de sens contrar — denumit *cuplu rezistent* — ale cărui valori sînt dependente de unghiul de rotație.

Deoarece se urmărește să se obțină o scară liniară, dependența cuplului rezistent se face să varieze proporțional cu unghiul  $\alpha$ . Aceasta se realizează de regulă prin utilizarea unor elemente elastice — resoarte spirale sau fire de torsiune — care dezvoltă un cuplu rezistent de forma:

$$M_r = -K_r \alpha, \quad (3.18)$$

unde  $K_r$  este *cuplul rezistent specific* sau, cum se mai numește, *constanta elastică a resortului*;  $K_r$  depinde de dimensiunile resoartelor și de modulul de elasticitate al materialului utilizat.

Semnul minus corespunde faptului că sensul cuplului rezistent este opus celui dat de cuplul activ, presupus pozitiv.



Dacă într-o primă aproximație se neglijează existența unor cupluri auxiliare, cum ar fi de exemplu frecările ce apar în elementele ce susțin organul mobil, atunci poziția de echilibru se obține în starea în care:

$$M_a + M_r = 0. \quad (3.19)$$

Luînd în considerare relațiile (3.17) și (3.18) se deduce

$$f(\alpha, X) - K_r \alpha = 0, \quad (3.20)$$

sau:

$$X^n f_1(\alpha) - K_r \alpha = 0. \quad (3.20')$$

În cazul în care se cunoaște expresia analitică a cuplului activ, sub o formă care să asigure explicitarea deviației unghiulare  $\alpha$ , există posibilitatea stabilirii directe a dependenței între  $\alpha$  și  $X$ , respectiv a caracteristicii statice a aparatului pe baza căreia se construiește scara acestuia. Considerînd pentru ilustrare cazul simplu al unui aparat magnetoelectric cu cîmp radial, cuplul activ este independent de deviația  $\alpha$  și proporțional cu mărimea de măsurat (curentul  $I$ ):

$$M_a = \Phi_0 I, \quad (3.21)$$

unde  $\Phi_0$  este fluxul magnetic constant dat de magnetul permanent.

Introducînd în relațiile de mai sus, rezultă:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} I. \quad (3.22)$$

Atunci cînd în relația (3.20) expresia cuplului activ conține mărimea de măsurat sub o formă implicită, caracteristica statică  $\alpha = f(X)$  se obține prin metode numerice sau pe cale grafică.

Relațiile de mai sus pot fi extinse și în cazul aparatelor destinate măsurărilor indirecte ținînd seama de modul în care acțiunile exercitate de mărimile direct măsurabile intervin în expresia cuplului activ, care poate fi de forma:

$$M_a = f(\alpha, X_1, X_2, \dots, X_N).$$

Pentru logometre, la care dispozitivul motor dezvoltă două cupluri active de sensuri opuse, nu mai este necesar resortul spiral care să producă cuplul rezistent.

Folosind pentru comoditate relația (3.17') rezultă că pentru logometre se poate scrie:

$$\begin{aligned} M_{a1} &= X^n f_1(\alpha), \\ M_{a2} &= -X_1^n f_2(\alpha) \end{aligned} \quad (3.23)$$

și la echilibru:

$$M_{a1} + M_{a2} = X^n f_1(\alpha) - X_1^n f_2(\alpha), \quad (3.24)$$

relație analoagă cu (3.20).

Din (3.24) se deduce ușor relația dată în reprezentarea schematică a funcționării logometrelor:

$$\left( \frac{X}{X_1} \right)^n = \frac{f_1(\alpha)}{f_2(\alpha)}$$



și prin explicitare:

$$\alpha = f\left(-\frac{X}{X_1}\right) \quad (3.25)$$

● **Cuplul de frecare.** În relațiile precedente nu s-a ținut seama de frecările care apar în elementele care susțin organul mobil. Ca urmare, ele sînt valabile riguros numai pentru acele aparate la care organul mobil este suspendat pe fire de torsiune sau pe benzi tensionate. La cele mai multe dintre aparatele de măsurat organul mobil este susținut pe axe de oțel terminate cu pivoți care reazemă pe lagăre construite din materiale cu coeficient de frecare redus. În aceste condiții, datorită forțelor de frecare între pivoți și lagăre, ia naștere un cuplu de sens opus sensului de mișcare a organului mobil, numit *cuplu de frecare statică*  $M_f$ .

Valoarea cuplului  $M_f$  este determinată pe de o parte de coeficientul de frecare  $K_f$ , care depinde de materialul, dimensiunile, geometria pivoților și lagărelor, de gradul de prelucrare și starea suprafețelor acestora, iar pe de altă parte de forța de apăsare a organului mobil datorată greutateii sale  $G$ . Experimental s-a dedus pentru cuplul de frecare următoarea relație:

$$M_f = K_f G^n,$$

în care  $n = 1 \dots 1,5$  în funcție de  $G$  și de modul în care este realizată reze-marea pe lagăre.

Acțiunea cuplului de frecare se manifestă prin aceea că poziția de echilibru a organului mobil nu se stabilește la valoarea  $\alpha_e$  conform relației (3.20) ci la o valoare  $\alpha_e \pm \Delta\alpha_f$ , unde  $\Delta\alpha_f$  constituie *abaterea* datorită frecării. Sensul abaterii  $\Delta\alpha_f$  coincide cu sensul cuplului de frecare  $M_f$ .

Ținînd cont de existența cuplului de frecări, poziția de echilibru a organului mobil este determinată de relația de echilibru în regim static:

$$M_a + M_r \pm M_f = 0. \quad (3.26)$$

În relația (3.26) semnul  $\pm$  este astfel încît  $M_f$  să se opună sensului mișcării.

Eroarea datorită frecării este una dintre cele mai importante pentru aparatele prevăzute cu suspensie pe lagăre și ea caracterizează calitățile mecanice ale acestora. Pentru a aprecia din acest punct de vedere diverse aparate se utilizează factorul de calitate  $A_c$  exprimat prin relația:

$$A_c = 10 \frac{M_{r90^\circ}}{G^{1.5}}, \quad (3.27)$$

în care  $M_{r90^\circ}$  este cuplul rezistent pentru o deviație de  $90^\circ$  a organului mobil.

● **Cuplul de inerție.** Întrucît în acest paragraf se tratează aparatele electrice pentru măsurări statice, în cele expuse s-au analizat cuplurile care determină regimul static de funcționare. Este însă de remarcat faptul că trecerea de la poziția inițială  $\alpha = 0$ , ocupată de organul mobil în absența mărimii de măsurat și deci a cuplului activ, la poziția finală  $\alpha = \alpha_e$  nu se face instantaneu, ci implică un regim tranzitoriu.

Durata regimului tranzitoriu, caracterizată prin timpul de stabilizare  $t_s$ , depinde în principal de masa organului mobil. Aceasta, conform principiului al doilea al mecanicii, determină apariția unor forțe de inerție proporționale



cu accelerația, care se manifestă din momentul începerii mișcării pînă la stabilizarea în poziția de echilibru.

Forțele de inerție generează un cuplu  $M_J$  în a cărui expresie intervine momentul de inerție  $J$  al organului mobil în raport cu axa sa de rotație:

$$M_J = -J \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \quad (3.28)$$

În relația (3.28)  $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$  este accelerația unghiulară a mișcării organului mobil, iar semnul minus apare datorită faptului că acest cuplu se opune accelerării deplasării.

Cuplul de inerție, întîrziind stabilizarea organului mobil, este de dorit să fie cît mai redus.

● **Cuplul de amortizare.** Un mijloc eficient de micșorare a timpului de stabilizare îl constituie introducerea în construcția organelor mobile ale aparate-  
lor de măsurat a unor dispozitive care determină apariția unui alt cuplu care se manifestă pe durata mișcării, denumit *cuplu de amortizare*.

Acest cuplu este de asemenea un cuplu rezistent care se opune deplasării și dispozitivele care îl generează se aleg astfel încît valoarea sa să fie proporțională cu viteza de deplasare:

$$M_F = -F \frac{d\alpha}{dt}. \quad (3.29)$$

În relația precedentă prin  $F$  s-a notat cuplul de amortizare specific, care apare la o viteză unghiulară  $\frac{d\alpha}{dt}$  egală cu unitatea.

Pentru obținerea cuplului de amortizare se folosesc fie mijloace pneumatice, fie mijloace electromagnetice.

Generarea cuplului de amortizare pe cale pneumatică se bazează pe frecarea organului mobil cu aerul sau, atunci cînd aceasta nu este suficientă, prin laminarea aerului cu ajutorul unei palete sau piston într-o cameră închisă.

Metoda producerii cuplului de amortizare pe cale electromagnetică utilizează interacțiunea între curenții induși în piese metalice neferomagnetice antrenate de organul mobil între polii unui magnet permanent și cîmpul acestui magnet. Notînd cu  $i_c$  valoarea unui curent concentrat, echivalent curenților induși distribuiți în piesele care constituie dispozitivul de amortizare, și cu  $\Phi_0$  fluxul magnetului permanent, cuplul de amortizare este dat de relația:

$$M_F = -\Phi_0 i_c. \quad (3.30)$$

Curentul  $i_c$  fiind generat de tensiunea electromotoare indusă, care este proporțională cu viteza de deplasare, se poate scrie:

$$M_F = -K_i \Phi_0^2 \frac{d\alpha}{dt} = -F \frac{d\alpha}{dt}, \quad (3.31)$$

unde  $K_i$  este un coeficient ce depinde de proprietățile constructive și de material ale pieselor în care apar curenții induși



Cuplul de amortizare este important pentru caracteristicile dinamice ale aparatelor de măsurat, pentru că de valoarea lui depinde menținerea duratei regimului tranzitoriu în limite acceptabile.

De asemenea, cuplul de amortizare este cel care limitează depășirea poziției de echilibru de către organul mobil (supracreșterea).

● **Ecuatia generală a mișcării organului mobil.** Cunoscând valorile tuturor cuplurilor se poate scrie ecuația generală a mișcării, adăugând la relația (3.31) de echilibru în regim static cuplurile de inerție și de amortizare care se manifestă în regim dinamic:

$$M_a + M_r \pm M_f + M_j + M_F = 0. \quad (3.32)$$

Înlocuind în (3.32) cuplurile cu expresiile deduse anterior și grupînd cuplurile rezistente, se obține relația

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + F \frac{d\alpha}{dt} + K_r \alpha \mp M_f = f(\alpha, X), \quad (3.33)$$

care reprezintă *ecuația fundamentală a dinamicii organului mobil*.

Caracterul de generalitate al ecuației (3.33) rezultă din faptul că ea descrie funcționarea aparatului atît în regim dinamic cît și în regim static. Într-adevăr, atunci cînd mișcarea a încetat, derivatele deplasării unghiulare  $\alpha$  în raport cu timpul se anulează și ceea ce rămîne din (3.33) este tocmai (3.31).

De obicei  $M_f$  fiind redus, se neglijează în raport cu ceilalți termeni ai relației (3.33), efectul său fiind luat în considerare prin eroarea  $\Delta\alpha_f$ . Dacă la aceasta se adaugă și proprietatea ca valoarea cuplului activ să nu depindă de  $\alpha$ , atunci (3.33) reprezintă o ecuație diferențială liniară de ordinul II, cu coeficienți constanți, care poate fi ușor rezolvată și ale cărei soluții depind de valorile coeficienților și cuplului activ. Întrucît este vorba de măsurări statice, cuplul activ se poate considera că are o variație de forma funcției treaptă.

Cunoscînd din analiza fenomenelor fizice, din detaliile de construcție și prin determinări experimentale valorile coeficienților  $J$ ,  $F$ ,  $K_r$  și expresia cuplului activ, ecuația (3.33) este complet definită.

### 3.1.2. Aparatură magnetoelectrice

În această categorie sînt cuprinse aparaturile electrice de măsurat, al căror dispozitiv motor este alcătuit dintr-un magnet permanent fix și o bobină mobilă dispusă între polii magnetului permanent. Datorită acestei construcții, ele sînt denumite și *aparatură cu magnet permanent și bobină mobilă*.

● **Construcția dispozitivului motor și relații de funcționare.** Pentru prezentarea principiului și relațiilor de funcționare se va considera dispozitivul motor reprezentat în figura 3.1.

Magnetul permanent este prevăzut cu două piese polare prelucrate astfel ca să delimiteze un spațiu cilindric în care se află miezul magnetic 3 al bobinei.

Piese polare și miezul magnetic sînt executate din fier moale și au dimensiunile astfel încît să rezulte între ele un întrefier îngust ( $\leq 2$  mm), în care se



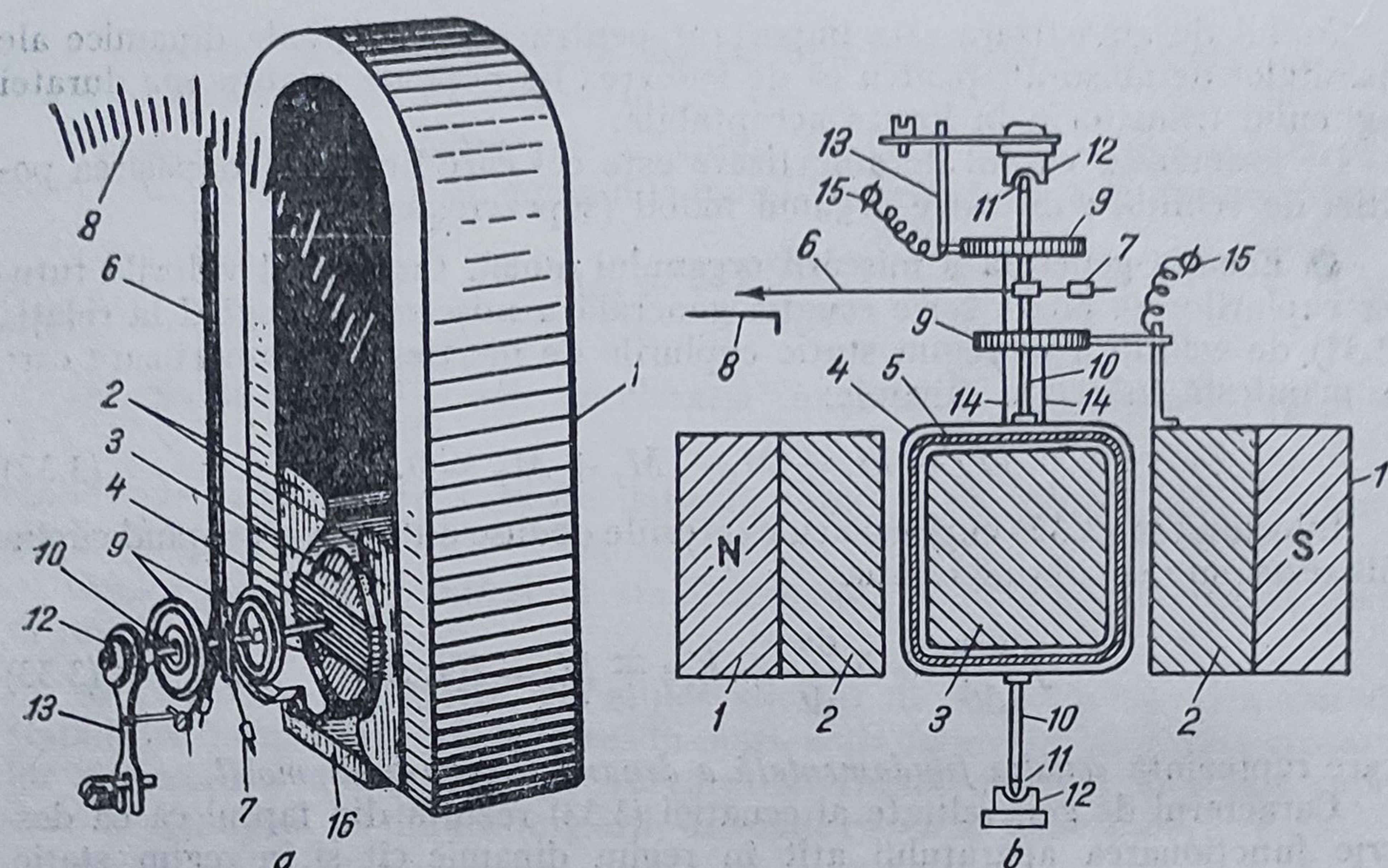


Fig. 3.1. Construcția aparatului magnetoelectric cu bobină mobilă și magnet exterior:

a — vedere; b — secțiune parțială;

1 — magnet permanent; 2 — piese polare; 3 — miez magnetic; 4 — bobină mobilă; 5 — carcasă din aluminiu; 6 — ac indicator; 7 — contragreutăți de echilibrare; 8 — scară gradată; 9 — resoarte spirale; 10 — semiaxe de susținere; 11 — pivoți; 12 — lagăre; 13 — corector de zero; 14 — fire de conexiuni la bobină; 15 — borne exterioare; 16 — șunt magnetic.

obține concentrarea și dirijarea radială a liniilor de forță ale câmpului magnetic.

Bobina mobilă 4, care se rotește în întrefier, este realizată din conductor subțire (de diametru 0,02, ..., 0,2 mm) din cupru izolat cu email, înfășurat pe o carcasă de secțiune dreptunghiulară 5, confecționată din tablă subțire de aluminiu. Carcasa din aluminiu are atât rolul de a rigidiza construcția bobinei cât și acela de a crea un cuplu de amortizare pe cale electromagnetică.

Datorită orientării radiale a câmpului magnetic în întrefier liniile de forță ale acestuia sînt perpendiculare pe spirele bobinei indiferent de poziția acesteia.

Bobina mobilă este susținută pe două semiaxe din oțel 10, terminate la capete cu pivoții 11, care reazemă pe lagărele 12. Pe semiaxa superioară se află montat acul indicator 6, prevăzut cu contragreutățile de echilibrare 7, și care, la rotirea bobinei, se deplasează în fața scării gradate 8. Resoartele spirale 9, avînd un capăt fixat pe aceeași semiaxă, servesc pentru realizarea cuplului rezistent și drept conexiuni elastice la bobina mobilă. Corectorul de zero 9 este un dispozitiv care permite aducerea acului indicator pe poziția zero prin acționarea din exterior asupra unuia din cele două resoarte spirale.

Principiul de funcționare al aparatelor magnetoelectrice se bazează pe apariția forțelor de interacțiune între câmpul dat de magnetul permanent în întrefier și bobina mobilă parcursă de curentul electric de măsurat. Aceste forțe dau naștere cuplului activ care deplasează bobina în sensul creșterii energiei magnetice localizate în dispozitivul motor.



În ipoteza menținerii constante a curentului  $I$  prin bobină, variația  $dW_m$  a energiei magnetice pentru o deplasare  $d\alpha$  a bobinei, conform relației (3.7) este de forma:

$$dW_m = Id\Phi, \quad (3.34)$$

unde  $d\Phi$  este variația fluxului care străbate bobina la deplasarea menționată.

Considerînd că bobina are  $N$  spire de secțiune dreptunghiulară cu dimensiunile  $h$ ,  $b$  și ținînd seama de caracterul radial al cîmpului magnetic, așa cum se arată în figura 3.2,  $a$  și  $b$ , fluxul magnetic  $\Phi$  care o străbate este dat de relația:

$$\Phi = N \int_{S_a} \bar{B} \bar{n} dS = NBS_a, \quad (3.35)$$

unde  $\bar{B}$  este inducția magnetică în întrefier de valoare constantă (cîmp uniform) și orientată în orice punct după normala  $\bar{n}$  la suprafața elementară  $dS$ ;  $S_a$  este suprafața de întrefier corespunzătoare fluxului care străbate bobina și este singurul factor variabil în raport cu  $\alpha$ ,  $N$  și  $B$  fiind constante.

În condițiile unei deplasări unghiulare  $d\alpha$  suprafața  $S_a$  variază ca în figura 3.2,  $b$ :

$$dS_a = 2h \frac{b}{2} d\alpha = Sd\alpha, \quad (3.36)$$

în care  $S = hb$  este aria bobinei mobile.

Astfel, variația fluxului  $d\Phi$  se poate exprima prin:

$$d\Phi = NBS d\alpha = \Phi_0 d\alpha, \quad (3.37)$$

unde  $\Phi_0$  este valoarea maximă a fluxului prin bobina mobilă (denumit și *constanta dinamică a aparatului*).

Cu precizările de mai sus, înlocuind (3.37) în (3.34) se poate deduce expresia cuplului activ pe baza relației generale (3.16):

$$M_a = \frac{dW_m}{d\alpha} = \Phi_0 I. \quad (3.38)$$

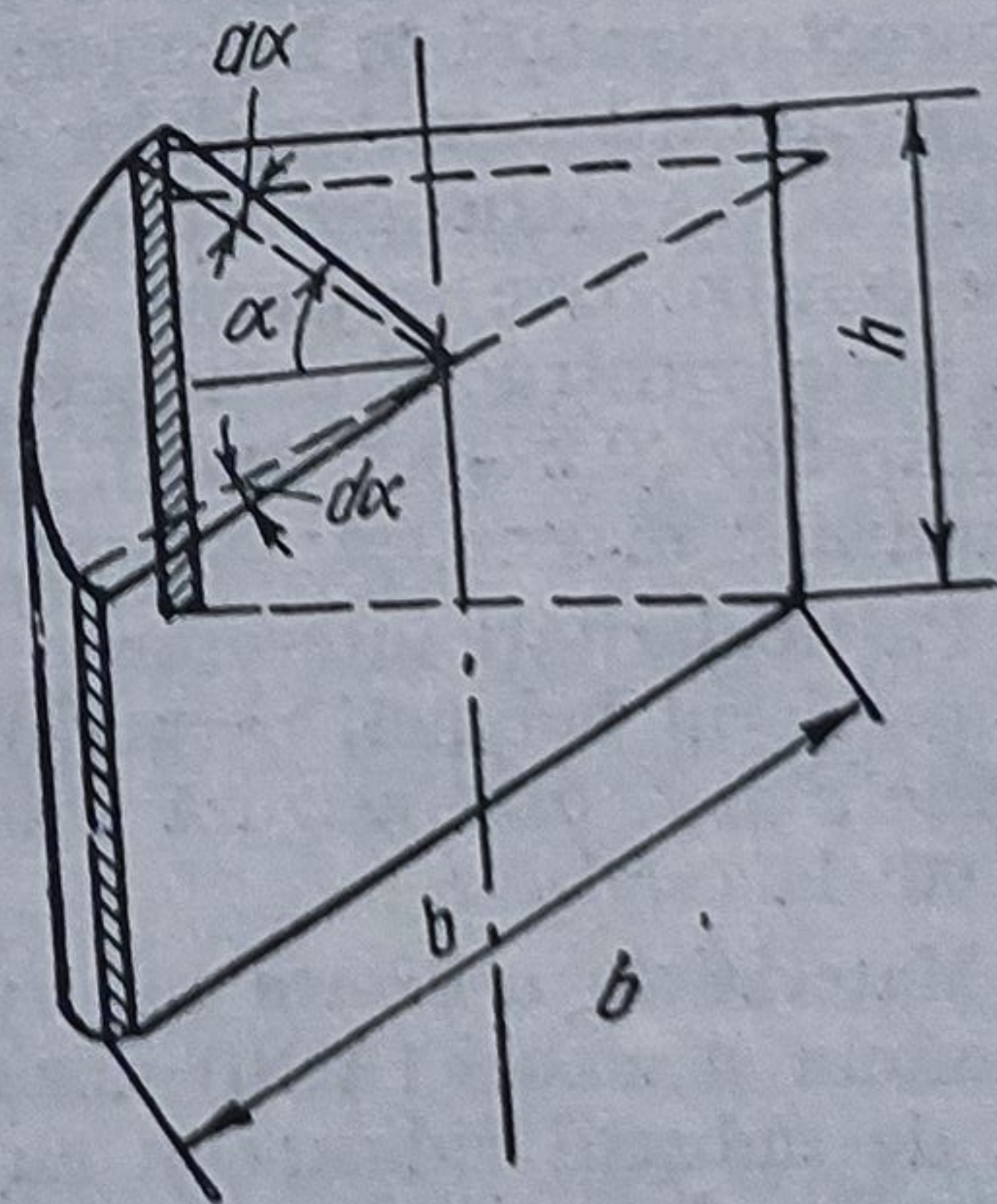
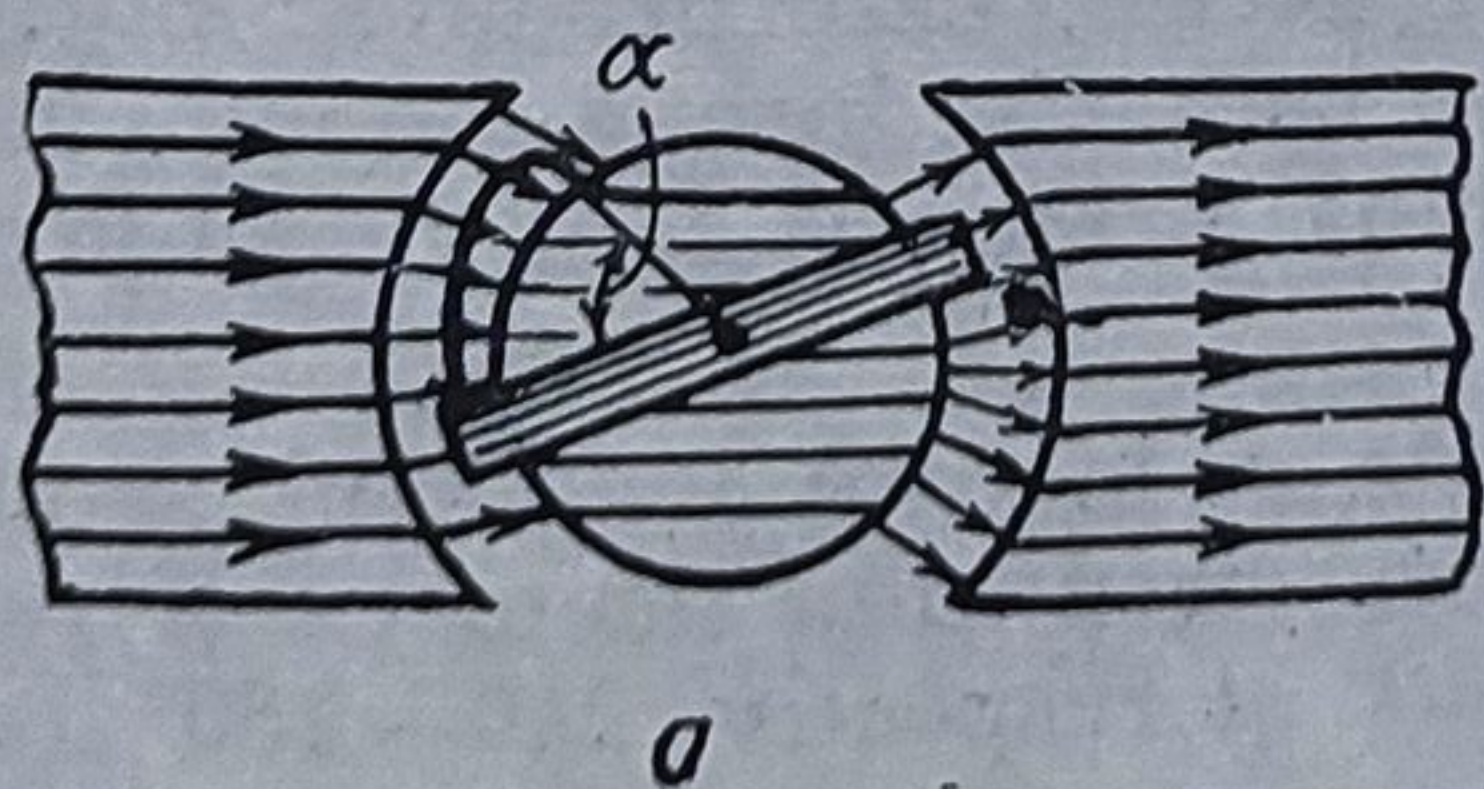


Fig. 3.2. Cîmpul magnetic în întrefier ( $a$ ) și suprafețele pentru calculul fluxului magnetic ( $b$ ).



În ipoteza menținerii constante a curentului  $I$  prin bobină, variația  $dW_m$  a energiei magnetice pentru o deplasare  $d\alpha$  a bobinei, conform relației (3.7) este de forma:

$$dW_m = Id\Phi, \quad (3.34)$$

unde  $d\Phi$  este variația fluxului care străbate bobina la deplasarea menționată.

Considerînd că bobina are  $N$  spire de secțiune dreptunghiulară cu dimensiunile  $h$ ,  $b$  și ținînd seama de caracterul radial al cîmpului magnetic, așa cum se arată în figura 3.2,  $a$  și  $b$ , fluxul magnetic  $\Phi$  care o străbate este dat de relația:

$$\Phi = N \int_{S_a} \bar{B} \bar{n} dS = NBS_a, \quad (3.35)$$

unde  $\bar{B}$  este inducția magnetică în întrefier de valoare constantă (cîmp uniform) și orientată în orice punct după normala  $\bar{n}$  la suprafața elementară  $dS$ ;  $S_a$  este suprafața de întrefier corespunzătoare fluxului care străbate bobina și este singurul factor variabil în raport cu  $\alpha$ ,  $N$  și  $B$  fiind constante.

În condițiile unei deplasări unghiulare  $d\alpha$  suprafața  $S_a$  variază ca în figura 3.2,  $b$ :

$$dS_a = 2h \frac{b}{2} d\alpha = Sd\alpha, \quad (3.36)$$

în care  $S = hb$  este aria bobinei mobile.

Astfel, variația fluxului  $d\Phi$  se poate exprima prin:

$$d\Phi = NBS d\alpha = \Phi_0 d\alpha, \quad (3.37)$$

unde  $\Phi_0$  este valoarea maximă a fluxului prin bobina mobilă (denumit și *constanta dinamică a aparatului*).

Cu precizările de mai sus, înlocuind (3.37) în (3.34) se poate deduce expresia cuplului activ pe baza relației generale (3.16):

$$M_a = \frac{dW_m}{d\alpha} = \Phi_0 I. \quad (3.38)$$

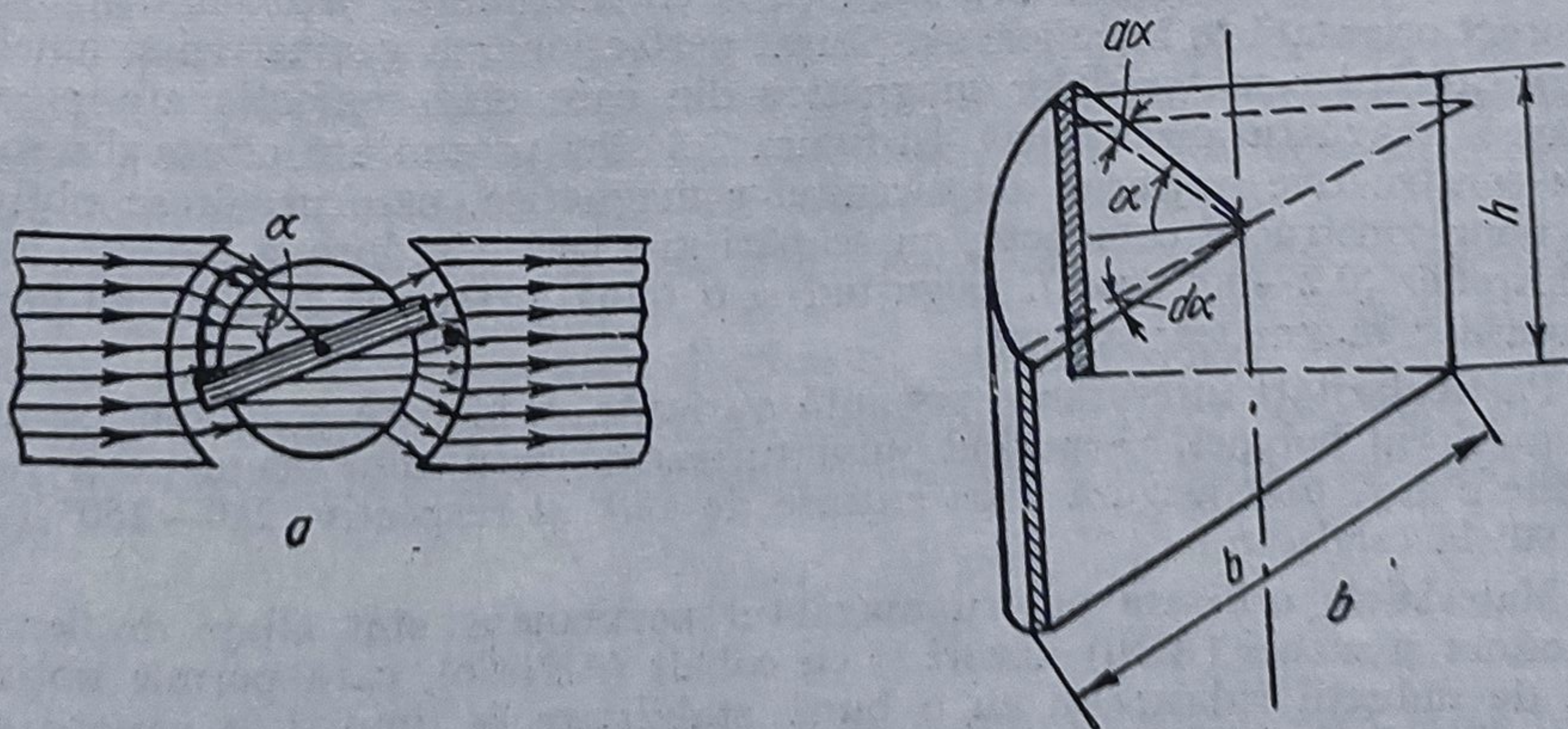


Fig. 3.2. Cîmpul magnetic în întrefier ( $a$ ) și suprafețele pentru calculul fluxului magnetic ( $b$ ).



Sub acțiunea cuplului  $M_a$  bobina mobilă se rotește față de poziția de repaus. Rotirea se transmite prin axele de susținere resoartelor spirale care determină cuplul rezistent proporțional cu unghiul de rotație. Poziția de echilibru se obține conform cu (3.19) pentru

$$\Phi_0 I - K_r \alpha = 0, \quad (3.39)$$

unde  $K_r$  este constanta elastică echivalentă a celor două resoarte spirale.

Constanta elastică sau cuplul rezistent specific pentru un resort spiral este dat de relația:

$$K_r = \frac{b_r h_r^3}{12 l_r} E, \quad (3.40)$$

unde  $b_r$  și  $h_r$  sînt lățimea, respectiv grosimea benzii din care este făcut resortul,  $l_r$  este lungimea, iar  $E$  este modulul de elasticitate a materialului, de regulă bronz fosforos.

Din (3.39) se deduce relația de funcționare a aparatelor magnetoelectrice în regim static:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} I. \quad (3.41)$$

Rezultă că aparatele magnetoelectrice au o scară liniară gradată uniform. Sensibilitatea de curenți  $S_I$  este constantă și are valoarea:

$$S_I = \frac{\alpha}{I} = \frac{\Phi_0}{K_r} = \frac{NBS}{K_r}. \quad (3.42)$$

Relația (3.41) evidențiază faptul că sensul deviației depinde de sensul curentului  $I$  prin bobina mobilă. Aceasta înseamnă că aparatele magnetoelectrice au polaritate fixată, bornele fiind marcate cu  $+$  și  $-$  (sau numai cea cu  $+$ ). Respectarea polarității prin conectarea corectă în circuit este necesară la aparatele uzuale cu scara  $0 \dots I_{max}$  pentru ca deviația acului indicator să se facă în sensul corespunzător scării gradate. Există și aparate avînd scara cu zero la mijloc, adică  $-I_{max}$ ,  $0$ ,  $+I_{max}$ , la care deviația se poate face în ambele sensuri.

Sensibilitatea și liniaritatea aparatelor magnetoelectrice, depinzînd în mare măsură de obținerea unei inducții  $B$  cît mai mare, omogen distribuită și corect orientată în întrefier, s-a căutat perfecționarea geometriei și ameliorarea calităților materialelor magnetice din care sînt confecționate piesele polare și magnetul permanent. În figura 3.3 sînt prezentate cîteva din soluțiile constructive moderne ale circuitelor magnetice, care urmăresc obținerea unor construcții compacte, cu scăpări magnetice reduse și inducții mari în întrefier ( $0,2-0,4$  tesla), asigurînd și o bună protejare față de influența cîmpurilor magnetice externe.

Particularități interesante prezintă varianta  $e$ , la care magnetul se află în interiorul bobinei, permițînd miniaturizarea circuitului magnetic și variantele  $d$  și  $f$ , care asigură scări extinse de  $180^\circ$  și respectiv  $240-260^\circ$  față de  $90^\circ$  la celelalte.

Materialele utilizate pentru magnetul permanent sînt aliaje de fier cu aluminiu și nichel (AlNi) uneori și cu cobalt (AlNiCo), care permit obținerea de inducții ridicate și au o bună stabilitate în timp și la variații ale factorilor de mediu.



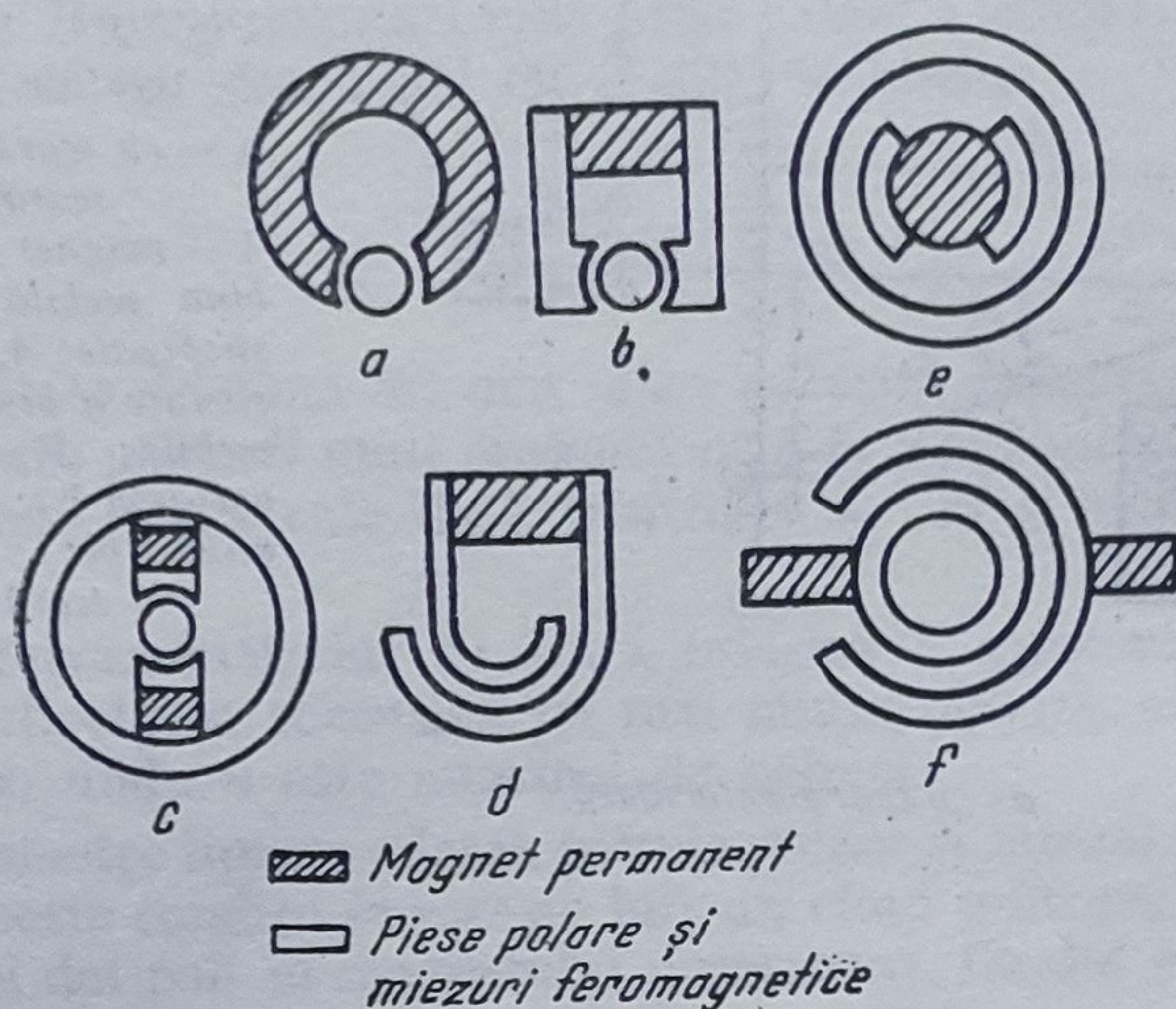


Fig. 3.3. Forme constructive de circuite magnetice.

Piese polare, miezul bobinei mobile și șuntul magnetic se confecționează din materiale magnetice moi cu permeabilitate magnetică mare (aliaje feromagnetice cu conținut mare de nichel).

Șuntul magnetic este o placă feromagnetică de mici dimensiuni, plasată pe piesele polare. Prin modificarea poziției șuntului magnetic se poate varia valoarea inducției  $B$  în întrefier, astfel ca să rezulte sensibilitatea (3.41) necesară.

Pentru ca frecările pivoților în lagăre să nu introducă erori importante este necesar un cuplu activ important față de care cuplul de frecare să poată fi neglijat. Din acest motiv, sensibilitatea lor este limitată la  $10^4 \dots 10^5$  div/A.

● **Aparate magnetoelectrice de mare sensibilitate.** În scopul eliminării frecărilor și al obținerii unui cuplu rezistent redus se construiesc aparate magnetoelectrice la care bobina mobilă este susținută pe benzi tensionate. Cuplul activ în acest caz poate fi mult mai mic și sensibilitatea este mult sporită. În plus, sensibilitatea crește și prin înlocuirea acului indicator cu un dispozitiv cu spot luminos care permite amplificarea deviației pe scară gradată în raport cu deplasarea unghiulară a echipajului mobil.

Se pot obține astfel sensibilități de  $10^7 \dots 10^{12}$  div/A, sau chiar mai ridicate. Aparatele magnetoelectrice de acest tip sînt denumite **galvanometre** și sînt utilizate ca aparate de laborator pentru măsurarea unor curenți extrem de mici ( $10^{-6} \dots 10^{-11}$  A), sau ca detectoare de nul.

În figura 3.4 este reprezentată schematic construcția unui galvanometru cu indicator optic, în două variante: *a* — cu o singură oglindă și scară exterioară; *b* — cu mai multe oglinzi și cu scară interioară.

Benzile de susținere sînt confecționate din bronzuri speciale, sau din aliaje Pt-Ag. Constanta elastică pentru o bandă tensionată este dată de relația:

$$K_r = \frac{b_r h_r^3}{l_r} Gk + \frac{b_r^2}{12l_r} F_t \quad (3.43)$$

în care  $b_r$ ,  $h_r$ ,  $l_r$  au aceleași semnificații ca pentru (3.40),  $G$  este modulul de elasticitate transversal,  $k$  este un coeficient ce ia valori în funcție de ra-



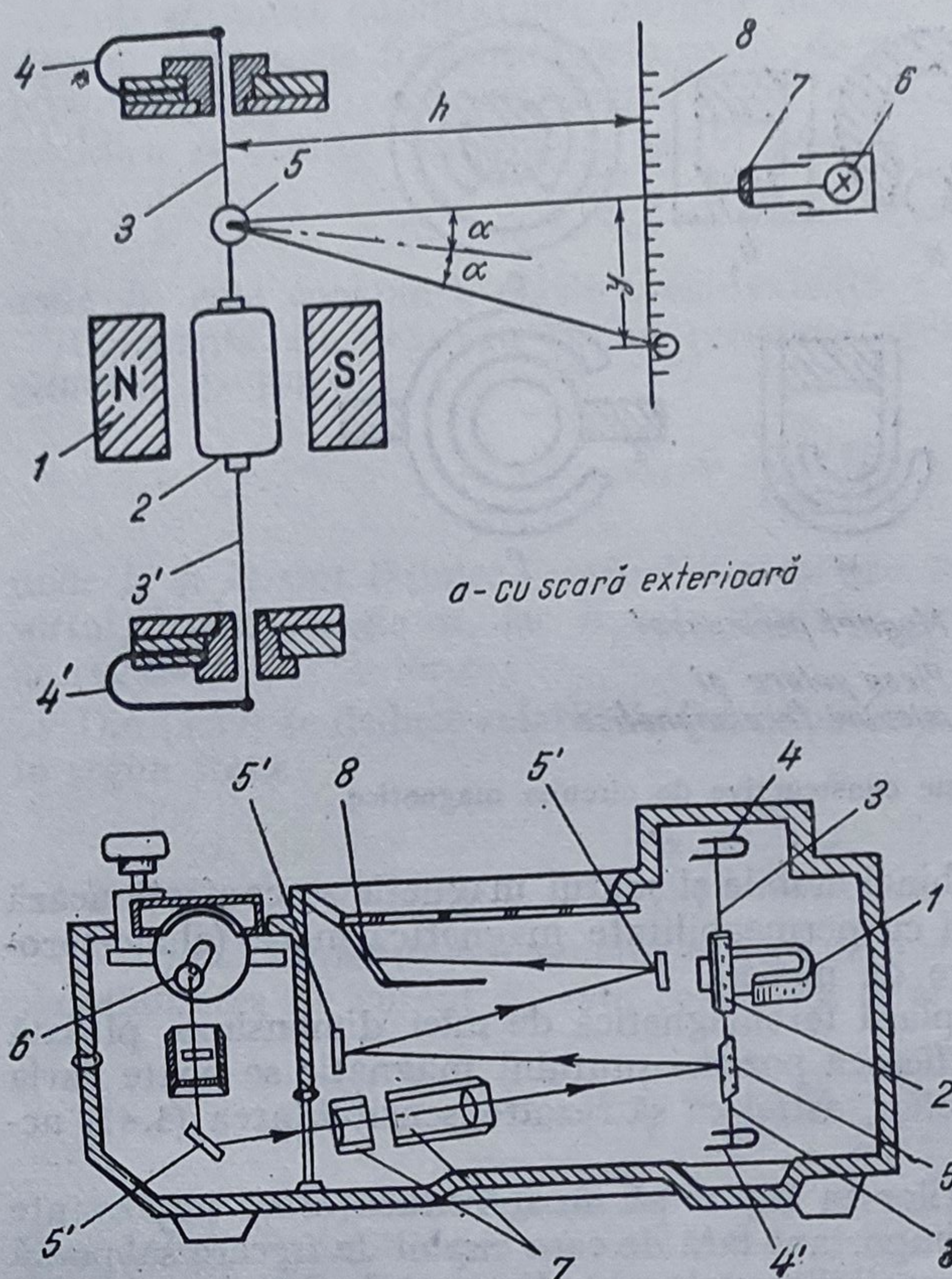


Fig. 3.4. Variante constructive de galvanometre:

a — cu scară exterioară; b — cu scară interioară;

1 — magnet permanent; 2 — bobina mobilă; 3, 3' — benzi de suspensie; 4, 4' — arcuri de tensionare a benzilor; 5 — oglindă mobilă; 5' — oglinzi fixe (la varianta b); 6 — sursa de lumină (bec); 7 — lentile; 8 — scară gradată.

a — cu scară exterioară

b — cu scară interioară

portul  $b_r/h_r$  ( $k = 0,32-0,33$  pentru  $b_r/h_r > 10$ ) și  $F_t$  este forța de tensionare.

Benzile de susținere îndeplinesc și funcția de fire de conexiune (elastice) pentru bobina mobilă.

Bobina mobilă, pentru a fi mai ușoară, nu are carcasă, spirele fiind consolidate în lac sau rășini. Amortizarea obținută prin frecarea cu aerul și prin curenții induși în bobină în timpul deplasării organului mobil este suficientă.

Dispozitivul de citire a deviațiilor poate fi cu spot luminos și scară exterioară, așa cum se arată în figura 3.4, a sau cu scară interioară ca în figura 3.4, b. Modul în care aceste dispozitive de citire contribuie la creșterea sensibilității rezultă din figură. Astfel, în cazul scării exterioare se observă că deviația spotului pe riglă  $y$  depinde atât de dublul unghiului  $\alpha$  cu care se rotește bobina, cât și de distanța  $h$  de la oglindă la riglă:

$$y = h \operatorname{tg} 2\alpha. \quad (3.44)$$

Sensibilitatea care rezultă va fi:

$$S'_I = \frac{y}{I} = \frac{h \operatorname{tg} 2\alpha}{I}. \quad (3.45)$$

Unghiul  $\alpha$  de rotire a echipajului mobil ia în general valori mici ( $\leq 20^\circ$ ) atât prin construcție cât și prin faptul că galvanometrele sînt folosite ca de-



tectoare de nul. Pentru unghiuri mici fiind valabilă aproximarea  $\operatorname{tg} 2\alpha \cong 2\alpha$ , înlocuind în (3.45) și comparînd cu (3.42), se obține

$$S'_I \cong \frac{h2\alpha}{I} = 2hS_I, \quad (3.46)$$

deci o sensibilitate de două ori mai mare datorită reflectării razei incidente pe oglindă și care poate fi mult crescută prin  $h$ . Sensibilitatea galvanometrelor cu scară exterioară este dată pentru  $h = 1 \text{ m}$  și se exprimă în mm/A la 1 m.

În cazul galvanometrelor cu scară interioară, creșterea sensibilității se obține prin reflectarea succesivă pe mai multe oglinzi, astfel că rezultă în final  $\alpha' = 2n\alpha$ , unde  $n$  este numărul de oglinzi.

La galvanometre lipsesc adesea piesele polare și miezul magnetic al bobinei, care în aceste condiții se rotește într-un câmp uniform (cu linii paralele) creat între cei doi poli ai magnetului permanent. Cuplul activ, pentru câmp uniform, are expresia:

$$M_a = \Phi_0 I \cos \alpha, \quad (3.47)$$

adică este de forma  $M_a = f(\alpha, X)$  și conduce la o caracteristică statică neliniară. Pentru valori mici ale lui  $\alpha$ ,  $\cos \alpha \cong 1$ , astfel încît se poate utiliza cu suficient de bună aproximare aceeași expresie (3.38) ca în cazul câmpului radial.

Datorită avantajelor menționate, suspensia pe benzi tensionate tinde să fie utilizată din ce în ce mai frecvent și în construcția aparatelor cu ac indicator (foarte ușor).

● **Logometre magnetoelectrice.** Pe aceleași principii constructive se realizează logometrele magnetoelectrice, aparate prevăzute cu două bobine dispuse în planuri care se intersectează (se mai numesc și *aparate cu bobine încrucișate*) și fără dispozitive mecanice pentru crearea cuplului rezistent [5].

● **Funcționarea aparatelor magnetoelectrice în regim tranzitoriu.** Pentru a studia regimul tranzitoriu se utilizează ecuația generală a mișcării organului mobil (3.33) adaptată pentru aparatele magnetoelectrice în funcție de particularitățile constructive și funcționale ale acestora.

În primul rînd, din (3.33) se elimină cuplul de frecare  $M_f$ , prin construcție valoarea acestuia fiind neglijabilă în raport cu celelalte cupluri.

Cuplul forțelor de inerție  $M_J = -J \frac{d^2\alpha}{dt^2}$  este determinat de masa și geometria pieselor fixate pe ax (sau pe firele de suspensie): bobina mobilă, carcasa ei, acul indicator cu contragreutățile de echilibrare, sau oglinda la cele cu indicator luminos.

Considerînd un triedru ortogonal  $Oxyz$ , astfel încît  $Oz$  să coincidă cu axa de rotație a organului mobil, momentul de inerție polar  $J$ , în raport cu  $Oz$  se poate calcula conform relației:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i d_i^2, \quad (3.48)$$

unde  $m_i$  sînt masele elementelor constructive, iar  $d_i$  sînt distanțele pînă la axa de rotație.



Cuplul de amortizare este produs pe cale pneumatică prin frecarea cu aerul a organului mobil și pe cale electromagnetică prin curenții induși în carcasa metalică a bobinei sau în înseși spirele bobinei.

Factorul de amortizare  $F$  are deci trei componente.

$$F = F_p + F_{ec} + F_{eb}, \quad (3.49)$$

unde  $F_p$  este componenta pneumatică,  $F_{ec}$  — componenta dată de curenții induși în carcasă și  $F_{eb}$  — componenta determinată de curenții induși în spirele bobinei.

La galvanometre, singura componentă care intervine practic este  $F_{eb}$  ( $F_{ec} = 0$  nefiind carcasă, iar  $F_p$  este foarte redusă).

Pentru evaluarea factorului  $F_{eb}$  se ține seama că tensiunea indusă în bobina mobilă la deplasarea sa în câmpul magnetic dat de magnetul permanent este:

$$u_F(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -NBhb \frac{d\alpha(t)}{dt} = -\Phi_0 \frac{d\alpha(t)}{dt}. \quad (3.50)$$

Curentul prin bobină, determinat de tensiunea indusă, va fi

$$i_F(t) = \frac{u_F(t)}{R_b + R_{ex}} = -\frac{\Phi_0}{R_t} \frac{d\alpha(t)}{dt}, \quad (3.51)$$

unde  $R_t$  este rezistența totală, constituită din rezistența bobinei  $R_b$  și rezistența circuitului exterior  $R_{ex}$ .

Din interacțiunea curentului  $i_F(t)$  cu câmpul magnetului permanent rezultă cuplul de amortizare:

$$M_{Feb} = \Phi_0 i_F(t) = -\frac{\Phi_0^2}{R_t} \frac{d\alpha(t)}{dt}. \quad (3.52)$$

Analizând relația precedentă rezultă că  $F_{eb} = \frac{\Phi_0^2}{R_t}$ , ceea ce arată că amortizarea respectivă depinde de rezistența totală a circuitului în care se află conectată bobina.

Pentru factorii  $F_p$  și  $F_{ec}$  este mai dificil să se stabilească expresii teoretice, de regulă se determină experimental.

Cuplul rezistent și cuplul activ au aceleași expresii care intervin la funcționarea în regim static.

Cu aceste precizări, ecuația care descrie mișcarea organului mobil pe durata regimului tranzitoriu va fi:

$$J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + F \frac{d\alpha(t)}{dt} + K_r \alpha(t) = \Phi_0 I, \quad (3.53)$$

în care factorul de amortizare  $F$  este de forma:

$$F = F_0 + \frac{\Phi_0^2}{R_t},$$

unde:

$$F_0 = F_p + F_{ec}$$



Ecuația (3.53) descrie regimul dinamic al unui element de întârziere de ordinul II, având ca intrare curentul  $I$  și ca ieșire deviația  $\alpha$ .

Acest regim a fost analizat în detaliu în paragraful 2.3.2.

Folosind aceleași notații:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_r}{J}}, \quad \xi = \frac{F}{2\sqrt{K_r J}}, \quad K = \frac{\Phi_0}{K_r}, \quad (3.54)$$

ecuația (3.53) se poate aduce la forma

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} \frac{d\alpha(t)}{dt} + \alpha(t) = KI, \quad (3.55)$$

în care  $\omega_n$  este pulsația proprie,  $\xi$  este coeficientul de amortizare, iar  $K$  este sensibilitatea statică (factorul de transfer static).

În condiții inițiale nule, la  $t = 0$ ,  $I(0) = 0$ ,  $\alpha(0) = 0$  și  $\frac{d\alpha(t)}{dt} = 0$ , adică inițial aparatul se află în repaus. Conectarea sa în circuit este echivalentă cu aplicarea la intrare a unei funcții treaptă.

$$u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } t \leq 0; \\ I & \text{pentru } t > 0. \end{cases} \quad (3.56)$$

Mărimea de ieșire  $\alpha(t)$  va fi astfel de forma funcțiilor indiciale reprezentate în tabelul 2.5, poziția 2 corespunzătoare regimului aperiodic supraamortizat  $\xi > 1$  și poziția 3 pentru regimul oscilatoriu amortizat (subamortizat)  $0 < \xi < 1$ . Regimul amortizat critic  $\xi = 1$  este aperiodic și  $\alpha(t)$  are o variație similară cu cea de la regimul supraamortizat.

Durata regimului tranzitoriu și ceilalți indicatori de performanță se determină conform celor arătate în paragraful 2.3.2.

Pentru a pune în evidență componenta tranzitorie și componenta stabilizată, ținând seama de relația (2.154) în care componenta tranzitorie liberă este nulă, dat fiind condițiile inițiale, se scrie:

$$\alpha(t) = \alpha_t(t) + \alpha_s(t), \quad (3.57)$$

unde  $\alpha_t(t)$  este componenta tranzitorie și  $\alpha_s(t)$  este componenta stabilizată dată de valoarea de regim staționar (3.41).

Componenta tranzitorie  $\alpha_t(t)$  reprezintă chiar eroarea dinamică și astfel, pe baza relației (2.194), regimul tranzitoriu încetează la momentul  $t_s$  la care  $|\alpha_t(t)| \leq B_s$ , pentru  $\forall t > t_s$ .

Pentru  $B_s$  în cazul aparatelor magnetoelectrice se admite adesea 1% sau 2% din  $\alpha_s$ . Uneori se specifică direct timpul de răspuns sub forma  $t_s \leq 4$  s și chiar  $t_s \leq 1$  s.

Determinant pentru timpul de răspuns este în primul rând coeficientul de amortizare  $\xi$ .

Pentru o analiză a regimului tranzitoriu, care să nu fie dependentă de valori convenționale pentru  $B_s$  sau  $t_s$ , apare convenabil să se exprime valorile

deviației  $\alpha(t)$  la momentul  $t = T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$ , pentru diverse valori ale coefi-

cientului  $\xi$ :

- pentru regimul subamortizat:  $\xi = 0,6$ ,  $\alpha_t(T_n) \cong 0,029\alpha_s$ ;
- pentru regimul amortizat critic:  $\xi = 1$ ,  $\alpha_t(T_n) \cong 0,014\alpha_s$ ;
- pentru regimul supraamortizat:  $\xi = 1,5$ ,  $\alpha_t(T_n) \cong 0,052\alpha_s$ .



Valorile precedente arată că regimul amortizat critic corespunde atenuării celei mai rapide a componentei tranzitorii și pentru  $B_s = 0,015 \alpha_s$  timpul de răspuns poate fi considerat  $t_s = T_n = 2\pi \sqrt{J/K_r}$ . Pentru celelalte regimuri rezultă timpi de răspuns mai lungi cu cât  $\xi = \left(F_0 + \frac{\Phi_0^2}{R_t}\right) \frac{1}{2\sqrt{K_r J}}$  se depărtează de valoarea 1 într-un sens sau în celălalt.

În regimul amortizat critic, la fel ca și în cel supraamortizat, organul mobil nu poate depăși deviația staționară, deoarece mișcarea este aperiodică. Spre deosebire de aceasta în regim oscilatoriu amortizat apar supracreșteri. Cu toate acestea, aparatele de măsurat sînt construite astfel ca să funcționeze în regim subamortizat  $\xi = 0,6 \dots 0,8$ . Motivul pentru care se preferă acest regim oscilatoriu amortizat este în principal faptul că se poate repera mai ușor stabilizarea la deviația finală  $\alpha_s$ , dacă acul indicator efectuează 1...2 oscilații de amplitudini rapid descrescătoare în jurul acesteia. Pe de altă parte realizarea unei amortizări critice ar necesita un cuplu de amortizare mai mare și implicit sporirea consumului propriu al aparatului.

Pentru  $\xi \geq 0,6$  supracreșterile calculate cu relația (2.174) au valori acceptabile atît pentru lectură, cît și din punctul de vedere al solicitării aparatului  $\sigma \leq 0,09 \alpha_s$ .

Performanțele tranzitorii menționate sînt valabile pentru aparatele magnetoelectrice prevăzute cu dispozitiv de amortizare electromagnetică (carcasa metalică a bobinei). Pentru galvanometre, amortizarea fiind produsă numai de curenții induși în spirele bobinei, regimul tranzitoriu este puternic dependent de circuitul de măsurat, așa cum rezultă din expresiile factorului de amortizare  $F \cong \Phi_0^2/R_t$  și respectiv coeficientului  $\xi \cong \frac{\Phi_0^2}{2R_t \sqrt{K_r J}}$ .

Se observă că  $\xi$  poate varia mult în funcție de  $R_t$  și întreruperea circuitului exterior ( $R_t = \infty$ ) înseamnă practic anularea amortizării. Pentru a preveni asemenea dificultăți se prevăd rezistențe de șuntare a bobinei, care asigură un circuit închis în care pot circula curenții induși  $i_F(t)$ . Aceasta însă atrage și o reducere a sensibilității, determinată de divizorul de curent care se formează.

Printre caracteristicile date pentru galvanometre, se precizează uneori atît rezistența proprie a bobinei cît și rezistența exterioară corespunzătoare amortizării critice  $(R_{ex})_{cr}$ . Știind aceste valori, se poate calcula  $\xi$  pentru orice altă rezistență exterioară  $R_{ex}$ :

$$\xi = \frac{R_b + (R_{ex})_{cr}}{R_b + R_{ex}}. \quad (3.58)$$

Perioada proprie de oscilație pentru aparatele magnetoelectrice uzuale are valori de ordinul  $T_n \geq 0,5 \dots 1$  s și deci frecvențe proprii  $f_n \leq 1 \dots 2$  Hz.

Banda de frecvență calculată conform relației (2.176) pentru viteza de răspuns maximă corespunzătoare la  $\xi = 1$  conduce la valori  $f_B \leq 0,64 \dots 1,28$  Hz.

Se deduce astfel că organele mobile ale aparatelor magnetoelectrice nu pot executa oscilații cu frecvențe mai mari de 1...2 Hz și deci nu pot fi utilizate pentru măsurarea curenților alternativi la frecvența de 50 Hz. Pentru curenți variabili în timp conținînd componente alternative cu  $f > f_B$  deviația



este dată de cuplul activ mediu. Dacă bobina va fi parcursă de un curent alternativ  $i(t) = I_{ef} \sqrt{2} \sin \omega t$  cu  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} > f_B$  rezultă:

$$(M_a)_{med} = \Phi_0 \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = 0 \quad (3.59)$$

și deci bobina mobilă nu se rotește.

În construcții speciale, utilizate în cadrul aparatelor înregistratoare, se realizează așa-numitele *galvanometre cu buclă*, care au banda de frecvență mult extinsă.

● **Erorile aparatelor magnetoelectrice.** Aparatele magnetoelectrice se înscriu printre cele mai precise aparate electrice de măsurat. Datorită simplității constructive, a relației de funcționare perfect determinată, erorile legate de construcție și de principiul de funcționare sînt reduse la valori neglijabile, permițînd realizarea relativ ușor de aparate de clase 0,1; 0,2 și în mod uzual 0,5; 1.

Aparatele magnetoelectrice au un consum propriu deosebit de mic, de ordinul mW sau chiar fracțiuni de mW la cele cu suspensie pe fire. În acest mod, erorile sistematice provocate de consumul propriu al aparatului devin neglijabile.

Principalele surse de erori sînt de natură externă. Ele sînt determinate de variațiile de temperatură ale mediului și de existența unor cîmpuri magnetice exterioare puternice.

Variația temperaturii mediului afectează relația de funcționare (3.41), prin influența pe care o exercită asupra fluxului magnetic în întrefier, asupra modului de elasticitate al resoartelor și mai ales asupra rezistenței electrice  $R_b$  a bobinei.

Primele două efecte sînt de proporții mai reduse și se compensează reciproc. Rămîne însă, cu o pondere însemnată, creșterea rezistenței bobinei cu temperatura care face ca valoarea curentului din circuit să scadă, ceea ce înseamnă introducerea unei erori negative.

Determinarea exactă a erorii produsă de variația rezistenței bobinei cu temperatura depinde de modul de utilizare a aparatelor magnetoelectrice (ca ampermetre sau ca voltmetre). Aceasta implică scheme electrice adiționale prin care se fixează raportul între rezistența bobinei și aceea a restului circuitului. În funcție de configurația schemei impusă de utilizare și de valorile calculate ale erorii se prevăd rezistențe de compensare al căror efect constă în a face ca variația relativă a rezistenței totale a aparatului să fie cît mai redusă.

Un procedeu de evaluare a erorii datorită temperaturii constă în a lua ca referință căderea de tensiune nominală pe rezistența aparatului exprimată prin:

$$U_n = R_{b0} I_n \quad (3.60)$$

unde  $R_{b0}$  este rezistența bobinei la temperatura de referință  $\theta_0$  (de obicei  $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ ), iar  $I_n$  este valoarea nominală a curentului prin bobină, de regulă valoarea maximă de utilizare.



Dacă  $\alpha_{cu}$  este coeficientul de variație cu temperatura a rezistenței firului de cupru din care este executată bobina, atunci eroarea pentru o creștere de temperatură  $\Delta\theta = \theta - \theta_0$  va fi:

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{U_\theta - U_n}{U_n} = \frac{R_{b0}\alpha_{cu}(\theta - \theta_0)}{R_{b0}} = \alpha_{cu}(\theta - \theta_0). \quad (3.61)$$

O modalitate de reducere a erorii  $\varepsilon_{r\theta}$  constă în a inseria cu bobina o rezistență de manganină  $R_{mn}$  care are o variație neglijabilă cu temperatura. Rezultă schema din figura 3.5, *a*, pentru care eroarea de temperatură devine:

$$\varepsilon'_{r\theta} = \frac{R_{b0}\alpha_{cu}(\theta - \theta_0)}{R_{b0} + R_{mn}} = \frac{1}{1 + \frac{R_{mn}}{R_{b0}}} \alpha_{cu}(\theta - \theta_0). \quad (3.62)$$

Se vede ușor că  $\varepsilon'_{r\theta} < \varepsilon_{r\theta}$  și aceasta cu atât mai mult cu cât raportul dintre rezistența constantă  $R_{mn}$  și cea variabilă  $R_b$  este mai mare. Prin creșterea acestui raport se poate reduce eroarea la valori admisibile, dar pot rezulta valori mari pentru  $R_{mn}$ , inadmisibile din punctul de vedere al circuitului de măsurare.

Dezavantajul menționat poate fi parțial înlăturat adoptînd schema de compensare din figura 3.5, *b*. În această schemă, în locul rezistenței de manganin se folosește un termistor avînd rezistența  $R_{T0}$  la temperatura  $\theta_0$  în paralel cu o rezistență  $R$  care nu variază cu temperatura.

Rezistența termistorului scade cu temperatura conform relației:

$$R_T = R_{T0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}. \quad (3.63)$$

Rezistența  $R$  are rolul de a liniariza ansamblul  $R_T || R$ , astfel ca:

$$\frac{R_{T0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} R}{R_{T0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} + R} \cong R_{e0} [1 - \alpha_e(\theta - \theta_0)], \quad (3.64)$$

unde  $R_{e0} = \frac{R_{T0}R}{R_{T0} + R}$ , iar  $-\alpha_e$  este coeficientul negativ de variație cu temperatura corespunzător aproximării considerate.

Calculînd eroarea de temperatură în condițiile compensării din figura 3.5, *b* se obține:

$$\varepsilon''_{r\theta} = \frac{R_{b0}\alpha_{cu} - R_{e0}\alpha_e}{R_{b0} + R_{e0}} (\theta - \theta_0). \quad (3.65)$$

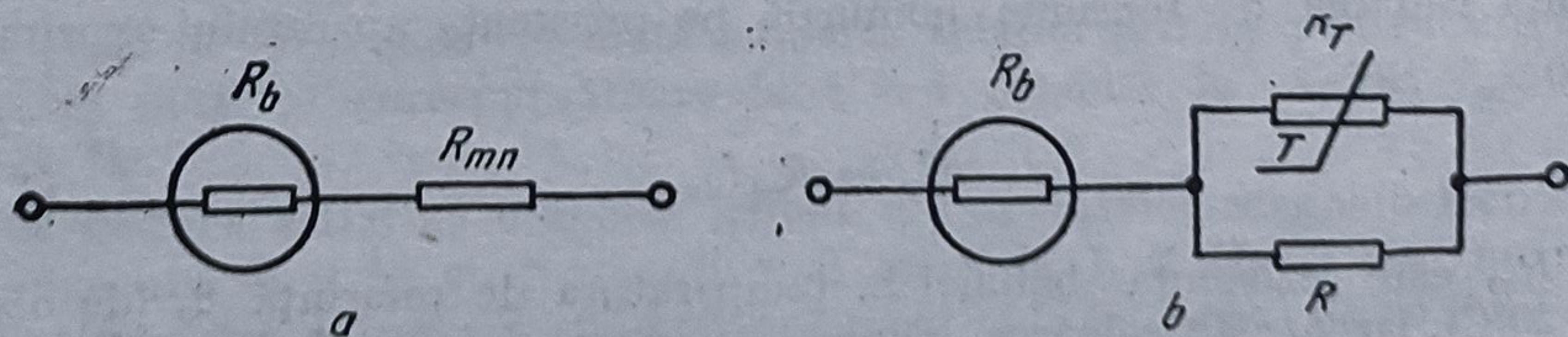


Fig. 3.5. Scheme de reducere a erorilor de temperatură la aparatele magnetoelectrice.



Relația (3.65) pune în evidență faptul că prin alegerea adecvată a termistorului și a rezistenței montată în paralel cu acesta, eroarea de temperatură poate fi aproape total compensată într-un domeniu previzibil de variație a temperaturii mediului. În plus, aceasta conduce la valori ale rezistenței echivalente cu mult mai reduse decât rezistența  $R_{mn}$  din cazul precedent.

Pentru aparatele de precizie ridicată se prevăd uneori și dispozitive de compensare a erorilor de temperatură datorită slăbirii câmpului magnetic în întrefier. Aceste dispozitive constau din șunturi magnetice din materiale speciale („thermoperm” sau „thermalloy”) a căror permeabilitate magnetică variază invers cu temperatura.

În ceea ce privește erorile determinate de câmpurile magnetice exterioare, ele se datorează influenței exercitate asupra câmpului în întrefier și respectiv asupra cuplului activ. Utilizarea unor circuite magnetice compacte (închise) ca cele din figura 3.2, *c*, *d* și a unor magneți permanenți puternici asigură o bună ecranare și aparatele respective nu sînt perturbate de existența unor câmpuri externe cu valori obișnuite de pînă la 400...500 A/m. Circuitele magnetice deschise și cu câmpuri magnetice proprii reduse sînt mult mai supuse acțiunii câmpurilor magnetice externe și aparatele de precizie de acest tip sînt prevăzute cu ecrane magnetice. O recomandare practică este aceea ca atunci cînd se folosesc mai multe aparate magnetoelectrice, ele să fie așezate la distanțe convenabile (0,2...0,3 m) pentru a evita eventualele influențări reciproce.

Ca dezavantaje ale aparatelor magnetoelectrice trebuie relevate costul relativ ridicat, mai ales pentru cele de precizie și sensibilitate mare, robustețea și capacitatea de supraîncărcare mai reduse.

### 3.1.3. Aparare feromagnetice

Aparatele feromagnetice (după o denumire mai veche *electromagnetice*) au dispozitivul motor constituit dintr-o bobină fixă și una sau mai multe piese feromagnetice dispuse astfel ca să se afle sub acțiunea câmpului magnetic produs de bobină, atunci cînd aceasta este parcursă de curent. Ca urmare a acțiunii exercitate asupra pieselor feromagnetice este generat cuplul activ care tinde să le deplaseze în sensul creșterii energiei magnetice.

După modul în care sînt dirijate forțele care acționează asupra pieselor feromagnetice, se disting două tipuri de aparate: *de atracție* și *de repulsie*.

● **Construcția aparatelor feromagnetice de atracție.** La aceste aparate bobina are o formă paralelipipedică plată, prevăzută cu o fereastră îngustă, așa cum se poate vedea în figura 3.6.

Organul mobil constă dintr-o singură piesă subțire 2 din material feromagnetic, fixată excentric pe axul aparatului, astfel că prin rotire poate pătrunde în interiorul bobinei 1. Pe ax se află de asemenea fixate acul indicator, dispozitivul de amortizare pneumatic și resortul spiral care creează cuplul rezistent. Pe figură se mai află reprezentate scara aparatului 6 și corectorul poziției de zero 7.

Se remarcă prevederea dispozitivului de amortizare pneumatică, întrucît amortizarea magnetică ar implica un magnet permanent al cărui cîmp ar putea influența pe cel dat de bobină.

La trecerea curentului prin bobină, cîmpul magnetic generat exercită o forță de atracție asupra piesei feromagnetice care determină un cuplu activ



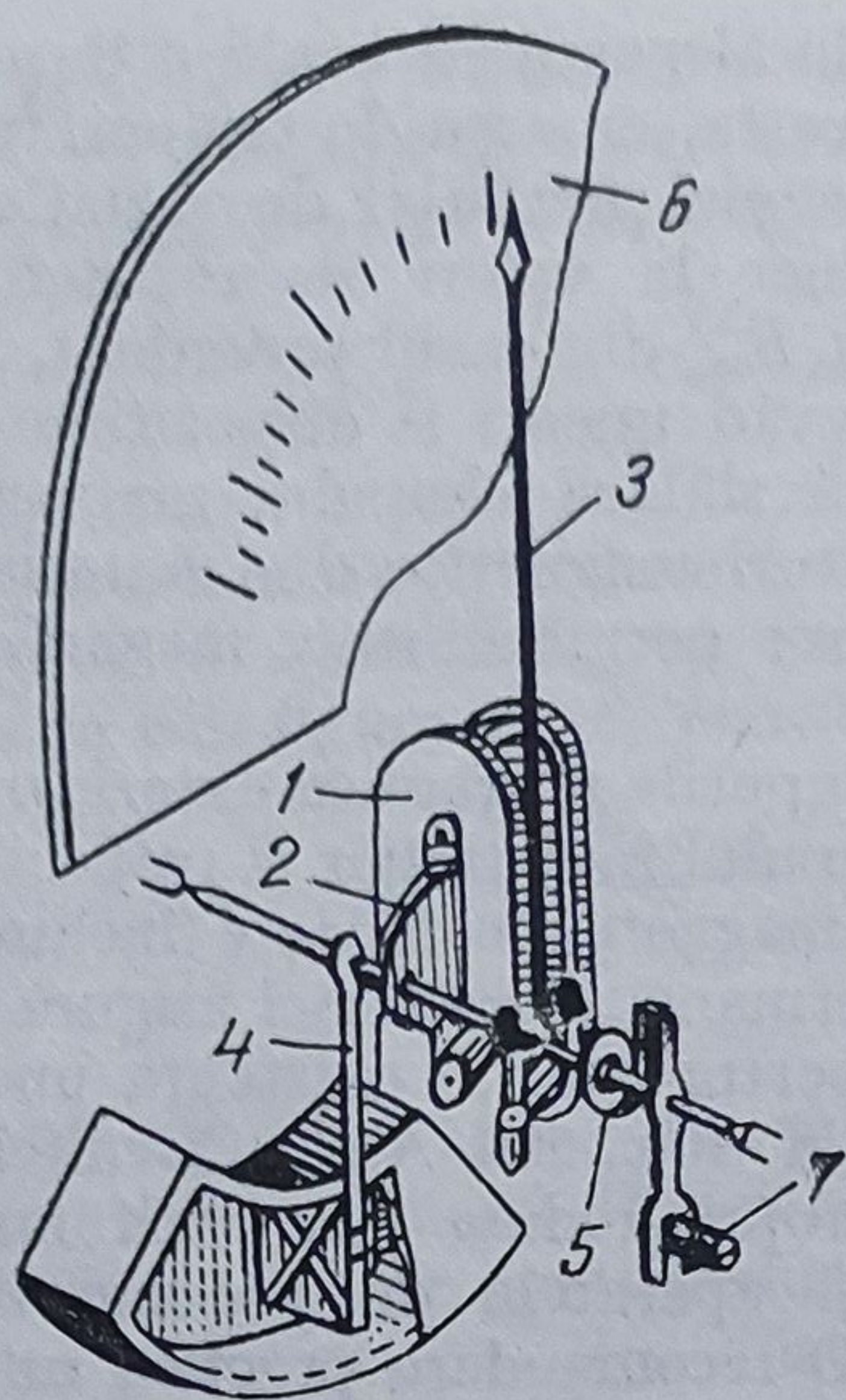


Fig. 3.6. Construcția aparatelor feromagnetice de atracție:

1 — bobină plată; 2 — piesă feromagnetică; 3 — ac indicator; 4 — dispozitiv de amortizare pneumatic; 5 — resort spiral; 6 — scară gradată; 7 — corector de zero.

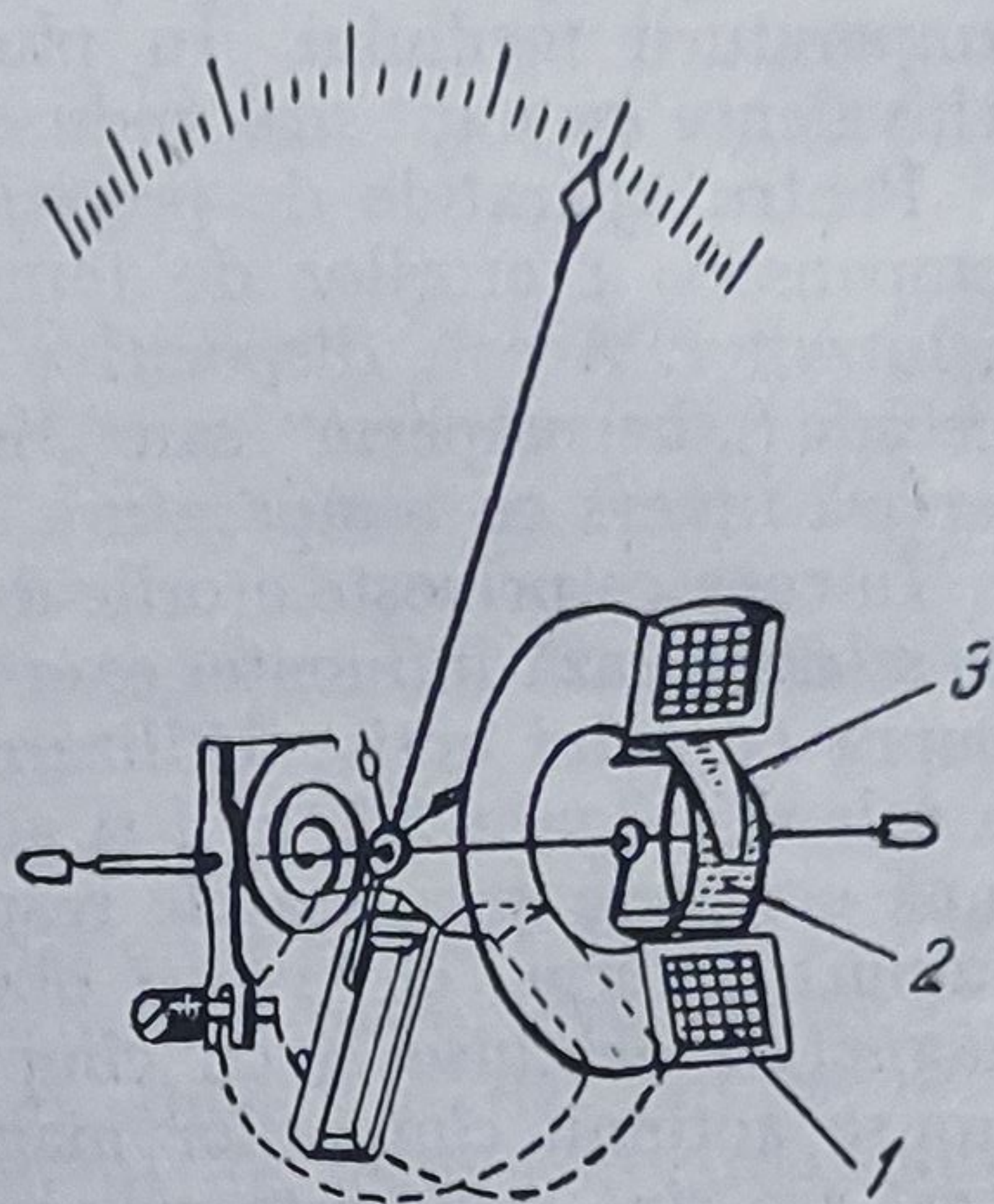


Fig. 3.7. Construcția aparatelor feromagnetice de repulsie:

1 — bobină cilindrică; 2 — piesă feromagnetică mobilă; 3 — piesă feromagnetică fixă.

ce o rotește împreună cu axul. Poziția de echilibru corespunde deviației unghiulare  $\alpha$  pentru care cuplul activ este egalat de cuplul rezistent dezvoltat de resortul spiral.

● **Construcția aparatelor feromagnetice de repulsie.** Spre deosebire de cele precedente, acestea posedă o bobină 1, de formă cilindrică, în interiorul căreia se află două piese feromagnetice 2 și 3, dintre care piesa 3 este fixată de carcasa bobinei, iar cealaltă 2 este mobilă, fiind susținută de axul aparatului. Pe ax se află aceleași componente descrise la tipul de atracție. În figura 3.7 este reprezentată schematic construcția acestor aparate. Se observă forma specială a pieselor feromagnetice pentru uniformizarea scării.

Sub acțiunea câmpului magnetic produs de curentul ce trece prin bobină, cele două piese feromagnetice se polarizează magnetic la fel și, ca urmare, între ele apar forțe de respingere.

Forțele magnetice de repulsie acționează într-un plan perpendicular și excentric față de ax, determinând cuplul activ de rotație al organului mobil.

Aparatele feromagnetice de repulsie pot realiza performanțe mai bune și sînt cele care se fabrică astăzi în mod curent.

În ultimul timp au apărut și aparate care folosesc concomitent atât efectul de atracție, cît și cel de repulsie. Avantajele acestor construcții constau în creșterea cuplului activ și condiții mai favorabile de uniformizare și extindere a scării pînă la  $240^\circ \dots 270^\circ$ .

Pentru mărirea sensibilității se construiesc și aparate de repulsie cu suspensie pe fire tensionate și dispozitiv optic de citire.

● **Relațiile de funcționare ale aparatelor feromagnetice.** Relațiile de funcționare sînt aceleași pentru ambele tipuri întrucît cuplul activ se bazează



pe forțe magnetice generate pe aceeași cale și care, fie că sînt de atracție, fie că sînt de repulsie, acționează în sensul creșterii energiei magnetice  $W_m$ .  
Ținînd seama de relația (3.12), energia magnetică  $W_m$  are expresia:

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2, \quad (3.66)$$

unde  $L$  este inductivitatea proprie a bobinei, iar  $I$  curentul care o parcurge.

În ipoteza menținerii constante a curentului  $I$ , cuplul activ se deduce din variația energiei magnetice în raport cu deviația  $\alpha$  a organului mobil. Conform cu (3.16) se deduce:

$$M_a = \left( \frac{dW_m}{d\alpha} \right)_{I=ct} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (3.67)$$

Scriînd ecuația de echilibru între cuplul activ și cel rezistent dezvoltat de resortul spiral, se obține:

$$M_a + M_r = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} - K_r \alpha = 0,$$

din care rezultă ecuația de funcționare:

$$\alpha = \frac{1}{2K_r} \frac{dL}{d\alpha} I^2. \quad (3.68)$$

Relația (3.68) indică faptul că deviația  $\alpha$  a organului mobil față de poziția de zero este dependentă atât de  $I^2$  cît și de variația inductivității  $L$ , care la rîndul său depinde de  $\alpha$ . Prin urmare, sensibilitatea acestor aparate nu este constantă pe întreg domeniul, astfel că nu se poate evalua decît sub forma diferențială:

$$S_I = \frac{d\alpha}{dI} = \frac{1}{K_r} I \frac{dL}{d\alpha} + \frac{1}{2K_r} I^2 \frac{d}{dI} \left( \frac{dL}{d\alpha} \right). \quad (3.69)$$

Ținînd cont că variația inductanței  $L$  în funcție de  $I$  se face prin intermediul lui  $\alpha$ , rezultă:

$$S_I = \frac{1}{K_r} I \frac{dL}{d\alpha} + \frac{1}{2K_r} I^2 \frac{d^2 L}{d\alpha^2} \frac{d\alpha}{dI},$$

din care se deduce

$$S_I = \frac{2I \frac{dL}{d\alpha}}{2K_r - I^2 \frac{d^2 L}{d\alpha^2}}. \quad (3.69')$$

Relațiile (3.68) și (3.69') arată că aparatele feromagnetice au în principiu o scară neuniformă. Dacă se admite că factorul  $\frac{dL}{d\alpha}$  poate fi făcut constant, scara va fi patratică.

Scara poate fi ameliorată intervenind asupra factorului  $\frac{dL}{d\alpha}$ , astfel încît să se modifice caracterul patratic și să se realizeze o uniformizare a



gradațiilor pe o mare parte din întinderea acesteia. Variația necesară a factorului  $\frac{dL}{d\alpha}$  se poate găsi din expresia sensibilității (3.69). Realizarea variației respective se obține prin adoptarea unor forme și poziții adecvate ale pieselor feromagnetice. Posibilitățile cele mai bune le oferă aparatele de repulsie, la care scările sînt aproape uniforme, în afara unei porțiuni inițiale de 15...20 % din deschidere.

Deoarece bobina aparatelor feromagnetice este fixă, ea nu impune restricțiile de la bobina mobilă a aparatelor magnetoelectrice, așa că se pot construi bobine din fire groase ce pot suporta curenți mari, pînă la  $10^2$  A.

Datorită dependenței cuplului activ de  $I^2$ , aparatele feromagnetice nu au polaritate fixată, sensul deviației  $\alpha$  este totdeauna același independent de sensul curentului prin bobină.

Aparatele feromagnetice, ca o consecință a aceleiași proprietăți, pot fi folosite și în curent alternativ. Într-adevăr, dacă prin bobină trece curentul alternativ sinusoidal:

$$i(t) = I_{ef} \sqrt{2} \sin \omega t,$$

atunci înlocuind în (3.67) rezultă un cuplu activ cu variație sinusoidală a cărei valoare instantanee va fi:

$$m_{ai} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} i^2 = \frac{dL}{d\alpha} I_{ef}^2 \sin^2 \omega t. \quad (3.70)$$

Deoarece frecvența proprie de oscilație a organului mobil este  $f_n \leq 1$  Hz, rezultă că pentru frecvențe  $f > 10...15$  Hz organul mobil se va deplasa numai în funcție de valoarea medie a cuplului activ:

$$M_{a\ med} = \frac{1}{T} \int_0^T m_{ai} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dL}{d\alpha} I_{ef}^2 \sin^2 \omega t dt \quad (3.71)$$

Efectuînd integrala se deduce:

$$M_{a\ med} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} I_{ef}^2. \quad (3.72)$$

Se obține deci un cuplu invariant în timp, care determină poziția de echilibru staționar:

$$\alpha = \frac{1}{2K_r} \frac{dL}{d\alpha} I_{ef}^2. \quad (3.73)$$

Relația (3.73) este similară cu aceea de funcționare în curent continuu (3.68) și arată că în curent alternativ se obține aceeași deviație  $\alpha$  ca pentru curentul continuu  $I$ , dacă  $I_{ef} = I$ . Aceasta denotă că același aparat poate fi utilizat atît în curent continuu cît și în curent alternativ, fără a implica scări sau etalonări diferite.

În ceea ce privește regimul tranzitoriu al aparatelor feromagnetice, el este analog cu cel descris la cele magnetoelectrice. Componenta tranzitorie este dată practic de aceeași ecuație, cu singura observație că amortizarea este produsă de dispozitivul pneumatic.

● **Erorile aparatelor feromagnetice.** Erorile aparatelor feromagnetice trebuie examinate în funcție de modul de utilizare a acestora, în curent continuu sau în curent alternativ.



În curent continuu, principala sursă de erori o constituie ciclul de histerezis care caracterizează piesele feromagnetice. În figura 3.8 este reprezentată forma unui ciclu de histerezis ridicat în curent continuu.

Trebuie precizat că mărimea ciclului depinde de valorile maxime  $H_{max}$ ,  $B_{max}$ , atât timp cât ele nu ajung la cele corespunzătoare saturației. În aceste condiții, se observă că pentru un curent  $I_1$  inducția poate lua orice valoare între  $B_1$  și  $B'_1$ , totul depinzând de starea anterioară de magnetizare, respectiv o valoare mai mică sau mai mare a curentului  $I$  față de  $I_1$ .

Valorile diferite ale inducției  $B$ , determinând permeabilități magnetice diferite, influențează  $\frac{dL}{d\alpha}$  din expresia cuplului activ care poate prezenta

variații sensibile pentru același curent  $I_1$ . Pentru piese din tablă de oțel electrotehnic obișnuită pot rezulta erori mergînd pînă la 3%. Pentru reducerea acestor erori, la aparatele de precizie se folosesc materiale feromagnetice moi cu ciclul de histerezis foarte îngust, cum sînt aliajele cu nichel de tip permalloy, mumetal etc., la care suprafața ciclului este de zeci de ori mai mică. Erorile din cauza histerezisului au putut fi astfel reduse pînă la 0,05%, ceea ce a creat posibilitatea realizării de aparate feromagnetice de clasă 0,2 în curent continuu.

La funcționarea în curent alternativ, ciclul de histerezis este parcurs într-o secundă de un număr de ori egal cu frecvența  $f$  a curentului alternativ. În consecință, după cîteva perioade se ajunge la un ciclu stabil, care nu depinde de starea de magnetizare anterioară. Ținînd seama că în curent alternativ datorită fluxului variabil în timp se induc curenți turbionari în piesele feromagnetice, aceștia conduc la o oarecare scădere a cîmpului magnetic produs de bobină și prin urmare a cuplului activ. Din acest motiv, indicațiile sînt ceva mai mici decît în curent continuu. Reducerea acestei diferențe, importantă pentru aparatele destinate a fi folosite atît în curent continuu cît și în curent alternativ, se obține prin micșorarea dimensiunilor pieselor feromagnetice în planurile transversale pe direcția fluxului și practicarea de tăieturi longitudinale paralele cu axa bobinei. Intensitatea curenților turbionari fiind dependentă de viteza de variație a fluxului, rezultă o dependență a indicațiilor de frecvență. În condițiile aplicării măsurilor constructive expuse mai sus, pentru un aparat etalonat la 50 Hz erorile nu depășesc 0,5% în banda 15–300 Hz.

Cauze comune de erori, indiferent de folosirea în curent continuu sau alternativ, sînt la fel ca la aparatele magnetoelectrice: variațiile de temperatură ale mediului și cîmpurile magnetice externe.

Influența temperaturii se manifestă asupra constantei elastice a resortului spiral, care scade odată cu creșterea temperaturii, micșorîndu-se cuplul

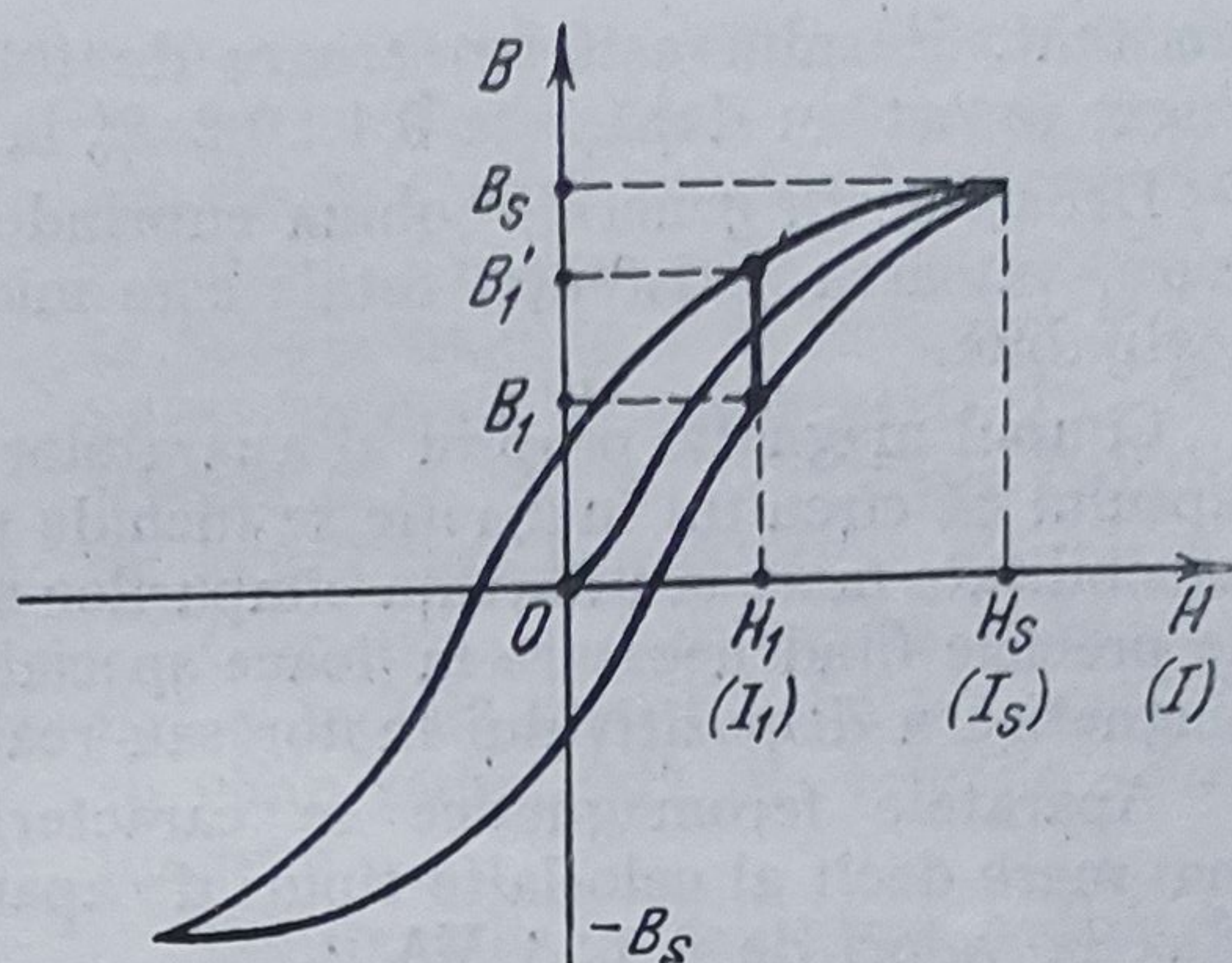


Fig. 3.8. Ciclu de histerezis al pieselor feromagnetice.



rezistent. Rezultă astfel o eroare de temperatură pozitivă care pentru un singur resort nu depășește 0,1...0,2 % la o variație de 10°C.

Deoarece, în general, bobina cuprinde spire de cupru de secțiune relativ mare, valoarea rezistenței totale este mică și variațiile cu temperatura sînt neglijabile.

Cîmpul magnetic propriu al aparatelor feromagnetice este redus, datorită faptului că circuitul magnetic se închide prin aer. Din acest motiv rezultă o sensibilitate mare la influența cîmpurilor magnetice externe, pentru aparatele de precizie fiind necesare mijloace speciale de protecție cum sînt: ecranarea magnetică a dispozitivului motor sau realizarea de construcții astatice [37].

Aparatele feromagnetice se caracterizează printr-un consum propriu mai mare decît al celorlalte tipuri de aparate electrice de măsurat, ajungînd pînă la valori de 0,5...5 VA.

Capacitatea de supraîncărcare a aparatelor feromagnetice este ridicată, dat fiind bobina fixă care poate fi dimensionată și rigidizată astfel ca să reziste la valori mari de curenți de șoc sau în regim prelungit.

Prin construcția rezistentă la șocuri și vibrații și prin capacitatea de supraîncărcare sporită, aparatele feromagnetice sînt printre cele mai robuste și sigure în funcționare.

Ținînd seama de calitățile menționate și de costul sensibil mai redus decît al celor magnetoelectrice, aparatele feromagnetice se utilizează în primul rînd ca aparate industriale de măsurat de clase 1; 1,5; 2,5. Ca aparate de laborator se întîlnesc uzual aparate feromagnetice de clasă 0,5 și prin soluții constructive speciale se realizează și de clase 0,2.

#### 3.1.4. Aparate electrodinamice

Aparatele electrodinamice sînt prevăzute cu un dispozitiv motor a cărui funcționare este asemănătoare cu cea a aparatelor magnetoelectrice, cu deosebirea că în locul magnetului permanent se folosește pentru producerea cîmpului magnetic o bobină fixă. Prin urmare în construcția aparatelor electrodinamice intră o bobină mobilă și o bobină fixă. Atunci cînd acestea sînt parcurse de curenți determină apariția unor forțe electrodinamice care creează cuplul activ.

La aparatele electrodinamice propriu-zise fluxurile magnetice ale bobinelor se închid prin aer. Într-o altă variantă atît bobina fixă cît și cea mobilă sînt prevăzute cu miezuri feromagnetice, aparatele respective fiind denumite *ferodinamice*.

După forma cîmpului produs de bobina fixă în spațiul în care se deplasează cea mobilă, se deosebesc *aparate electrodinamice cu cîmp radial și cu cîmp uniform*.

● **Construcția aparatelor electrodinamice.** În figura 3.9 este reprezentată schematic construcția unui aparat de acest tip.

Pe figură se pot distinge cele două secțiuni ale bobinei fixe 1a și 1b, dispuse coaxial la o anumită distanță care delimitează un spațiu în care se rotește bobina mobilă 2, susținută de axul 3 perpendicular pe direcția cîmpului



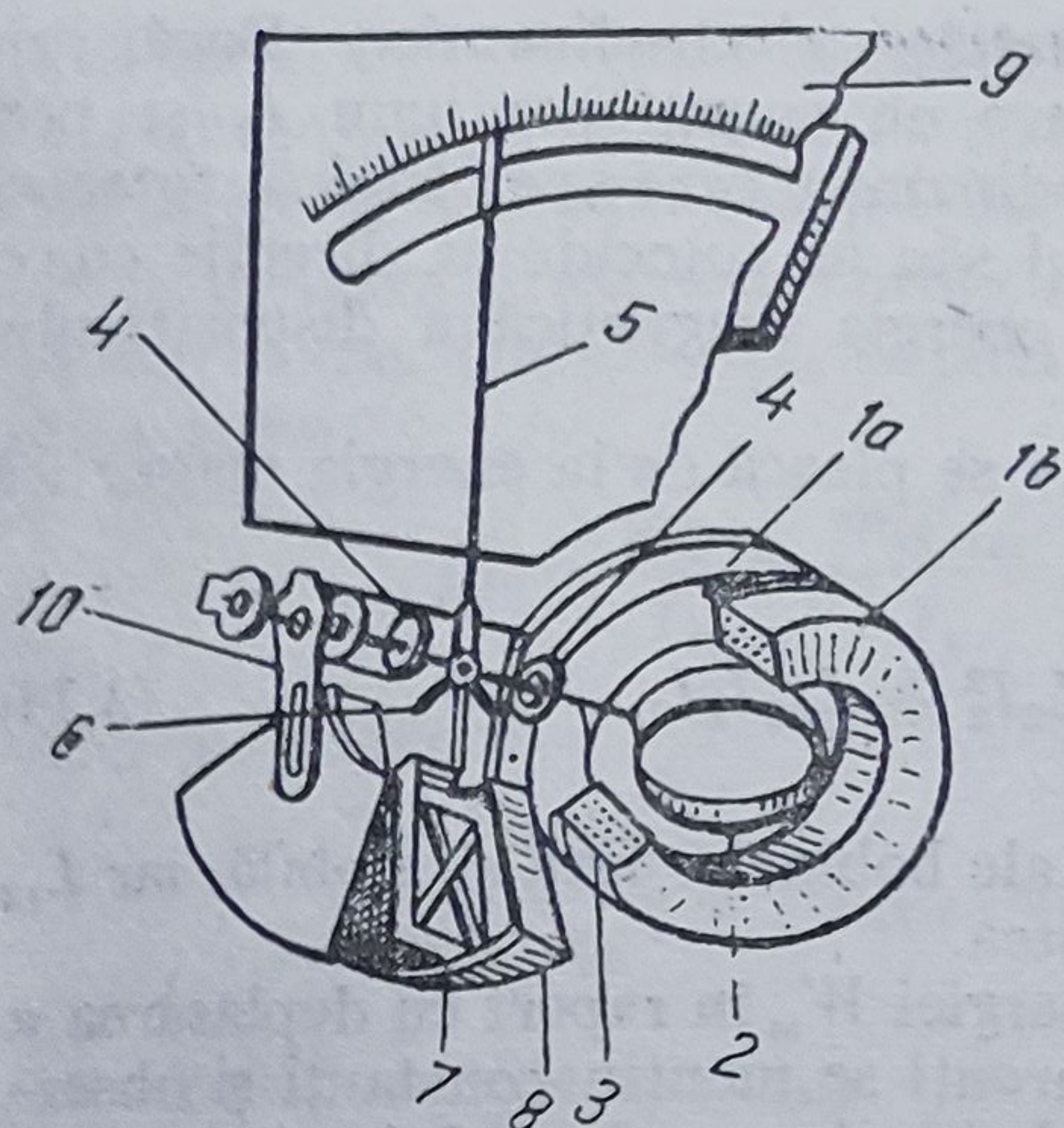


Fig. 3.9. Construcția aparatelor electrodinamice:

1a, 1b — cele două secțiuni ale bobinei fixe;  
2 — bobina mobilă; 3 — axul organului mobil;  
4 — resoarte spirale; 5 — ac indicator;  
6 — contragreutăți; 7 — paleta și 8 — carcasa  
amortizorului pneumatic; 9 — scara; 10 —  
corectorul de zero.

bile  $d$  și distanța între ele  $l$  au valori optime din punctul de vedere al obținerii câmpului radial, atunci când sînt satisfăcute rapoartele  $\frac{d}{D} = 0,62$  și  $\frac{l}{D} = 0,37$ .

La aparatele cu câmp uniform (fig. 3.10,b) cele două secțiuni ale bobinei fixe sînt de formă cilindrică alungită, astfel încît se poate considera că formează un solenoid. Bobina mobilă se rotește în câmpul magnetic uniform din interiorul solenoidului.

Aparatele electrodinamice de mare sensibilitate și precizie au bobina mobilă suspendată pe fire tensionate și sînt prevăzute cu dispozitiv optic de citire a deviațiilor.

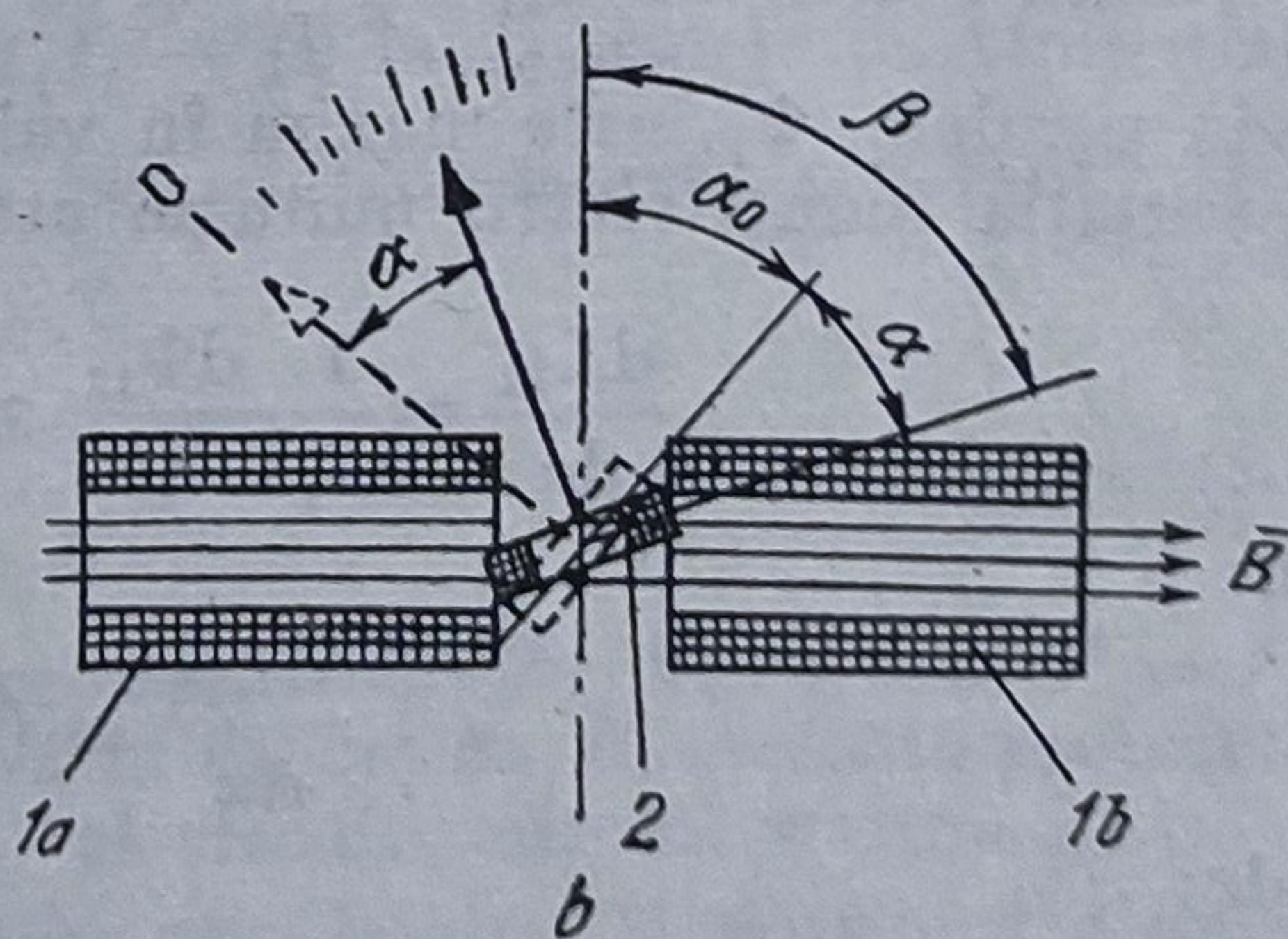
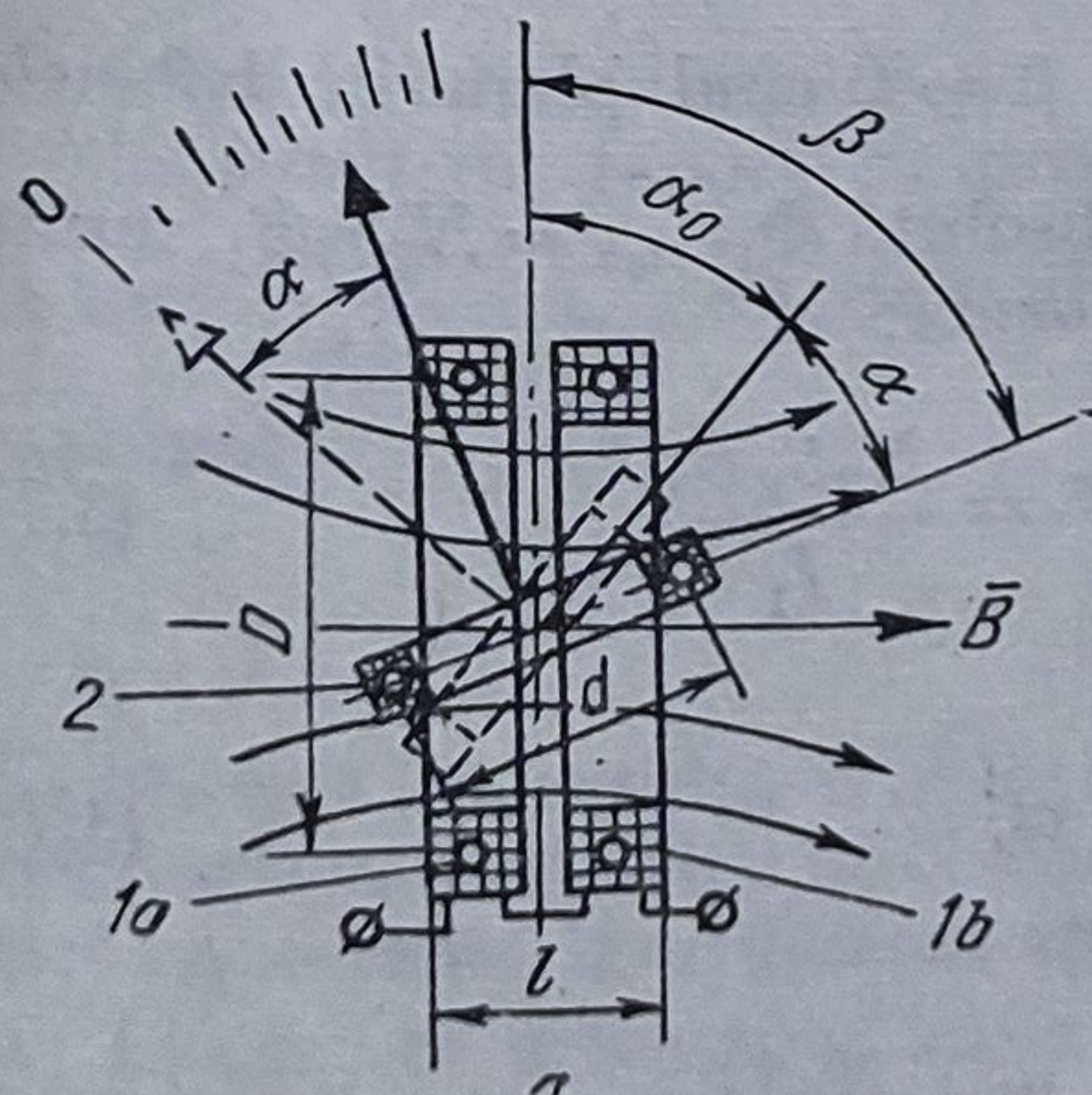


Fig. 3.10. Construcția și dispoziția bobinelor la aparatele electrodinamice:  
a — cu câmp radial; b — cu câmp uniform.



● **Relațiile de funcționare ale aparatelor electrodinamice.** Dacă prin secțiunile bobinei fixe legate în serie trece un curent continuu  $I_1$  și prin bobina mobilă un curent  $I_2$  forțele electrodinamice care apar tind să rotească bobina mobilă către poziția în care fluxul său ar coincide ca direcție cu cel produs de bobinele fixe, poziție în care energia magnetică a dispozitivului motor este maximă.

Pentru a obține expresia cuplului activ se pleacă de la energia magnetică  $W_m$ , care este dată de relația

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + L_{12} I_1 I_2, \quad (3.74)$$

în care  $L_1$  și  $L_2$  sînt inductivitățile proprii ale bobinelor fixă și mobilă, iar  $L_{12}$  este inductivitatea mutuală dintre acestea.

Cuplul activ se deduce din derivata energiei  $W_m$  în raport cu deplasarea  $\alpha$  a organului mobil. Admițînd că cei doi curenți se mențin constanți și observînd că inductivitățile proprii  $L_1$  și  $L_2$  ale bobinelor nu depind de  $\alpha$ , singurul factor care variază este inductivitatea mutuală  $L_{12}$ , dependentă de poziția relativă a bobinei mobile față de cea fixă.

Rezultă astfel:

$$M_a = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{dL_{12}}{d\alpha} I_1 I_2. \quad (3.75)$$

Din ecuația de echilibrare a cuplului activ cu cel rezistent dat de resoartele spirale se obține relația de funcționare a aparatelor electrodinamice:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} I_1 I_2. \quad (3.76)$$

Din (3.76) rezultă că deviația  $\alpha$  depinde de produsul curenților  $I_1$  și  $I_2$  printr-o relație implicită, întrucît factorul  $\frac{dL_{12}}{d\alpha}$  depinde el însuși de  $\alpha$ .

Inductivitatea mutuală  $L_{12}$  și variația ei cu  $\alpha$  sînt determinate de dimensiunile și forma bobinelor, precum și de poziția lor reciprocă.

În cazul bobinelor cu cîmp radial (fig. 3.10 a), pentru un interval de variație a unghiului  $\beta = 45^\circ \dots 135^\circ$  fluxul  $\Phi_{12}$  dat de bobina fixă prin bobina mobilă variază aproximativ liniar cu deplasarea unghiulară  $\alpha$ .

Ținînd seama că  $L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$  și că pentru  $\beta = 0$  cînd planurile bobinelor devin paralele,  $\Phi_{12}$  este maxim în valoare absolută  $\Phi_{12 \max} = N_2 S_2 B_1$ , rezultă că variația inductivității mutuale este de forma:

$$\frac{dL_{12}}{d\alpha} = \frac{1}{I_1} \frac{d\Phi_{12}}{d\alpha} \cong \frac{\Phi_{12 \max}}{I_1} = \frac{N_2 S_2 B_1}{I_1} \quad (3.77)$$

sau:

$$\frac{dL_{12}}{d\alpha} \cong (L_{12})_0 = ct, \quad (3.78)$$

unde:

$$(L_{12})_0 = C_{12} = \frac{N_2 S_2 B_1}{I_1} \cong \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_2}{l}.$$



Semnul inductivității mutuale fiind convențional, se alege sensul curenților prin bobine astfel ca să se poată considera  $(L_{12})_0 > 0$ . Întrucât  $\alpha_0 = 45^\circ$ , relația (3.78) este valabilă pentru  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$ .

În varianta cu câmp uniform (fig. 3.10, b), variația fluxului  $\Phi_{12}$  și respectiv inductivitatea mutuală  $L_{12}$  depind de poziția unghiulară  $\beta$  a bobinei mobile după legea:

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} \cong \frac{\Phi_{12 \max}}{I_1} \cos \beta = \frac{\Phi_{12 \max}}{I_1} \cos (\alpha_0 + \alpha).$$

Atunci se deduce:

$$\frac{dL_{12}}{d\alpha} \cong |(L_{12})_0| \sin (\alpha_0 + \alpha) = C_{12} \sin (\alpha_0 + \alpha), \quad (3.79)$$

în care s-a considerat  $(L_{12})_0 < 0$ .

Pentru același domeniu de deviație,  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$ , rezultă că:  $\frac{dL_{12}}{d\alpha} \in \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \dots \dots 1 \right) (C_{12})$ .

Înlocuind (3.78) și (3.79) în (3.76) se obțin relațiile de funcționare și scările pentru cele două variante de aparate electrodinamice.

Aparatele electrodinamice au o polaritate fixată, adică pentru ca deviația  $\alpha$  să se facă în sensul corect, trebuie să se respecte un anumit sens al curenților  $I_1$  și  $I_2$  prin cele două bobine. În acest scop, la aparatele electrodinamice se prevăd borne polarizate.

Sensibilitatea aparatelor electrodinamice depinde de modul de utilizare. Dacă cele două bobine se înseriază, ceea ce înseamnă  $I_1 = I_2 = I$ , rezultă o relație în care deviația  $\alpha$  depinde de  $I^2$  la fel ca la aparatele feromagnetice:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} I^2. \quad (3.80)$$

Sensibilitatea poate fi dedusă în acest caz printr-o relație de tipul (3.69).

Dacă  $I_1 \neq I_2$  se pot determina sensibilități separate  $\left. \frac{d\alpha}{dI_1} \right|_{I_2=ct}$  și  $\left. \frac{d\alpha}{dI_2} \right|_{I_1=ct}$  care se deduc imediat din (3.76).

În sfârșit, în raport cu produsul  $I_1 I_2 = P$ , la aparatele cu câmp radial la care  $\frac{dL_{12}}{d\alpha} = C_{12}$  nu depinde de  $\alpha$ , sensibilitatea este constantă și are expresia:

$$S_p = \frac{C_{12}}{K_r}. \quad (3.81)$$

Se observă că rezultă o relație de proporționalitate între  $\alpha$  și  $P = I_1 I_2$ , ceea ce poate conduce la o scară liniară în raport cu  $P$ . Această proprietate este importantă la utilizarea aparatelor electrodinamice ca wattmetre.

În ceea ce privește valorile curenților prin bobine, limitările sînt impuse de bobina mobilă din aceleași considerente ca la aparatele magnetoelectrice ( $10^{-3} \dots 10^{-2}$  A).



Aparatele electrodinamice pot fi utilizate și în curent alternativ. Considerând curenții sinusoidali,  $i_1 = I_{1ef} \sqrt{2} \sin \omega t$  prin bobina fixă și  $i_2 = I_{2ef} \sqrt{2} \sin (\omega t + \varphi)$  prin cea mobilă, cu frecvența  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$  mai mare decât frecvența proprie de oscilație a organului mobil  $f_n = 1 \dots 2$  Hz, deviația va rezulta din acțiunea cuplului activ mediu:

$$M_{a \text{ med}} = \frac{1}{T} \int_0^T m_{at} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dL_{12}}{d\alpha} i_1 i_2 dt = \frac{dL_{12}}{d\alpha} I_{1ef} I_{2ef} \cos \varphi. \quad (3.82)$$

Din valoarea dedusă pentru cuplul mediu se găsește deviația în curent sinusoidal:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} I_{1ef} I_{2ef} \cos \varphi, \quad (3.83)$$

sau, mai general:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} I_{1ef} I_{2ef} \cos \widehat{(I_1 I_2)}. \quad (3.83')$$

Dacă cele două bobine sînt parcurse de curenți nesinusoidali care prin dezvoltare în serie Fourier au expresiile:

$$i_1(t) = I_{10} + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{1k} \sin (k\omega t + \varphi_{1k}), \quad (3.84)$$

$$i_2(t) = I_{20} + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{2k} \sin (k\omega t + \varphi_{2k}).$$

Calculînd cuplul mediu cu relația (3.82) în care  $i_1$  și  $i_2$  se înlocuiesc cu (3.84) și ținînd seama de proprietatea de ortogonalitate a funcțiilor trigonometrice, se obține

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} \left( I_{10} I_{20} + \sum_{k=1}^{\infty} I_{1k} I_{2k} \cos \varphi_k \right), \quad (3.85)$$

unde:

$$\varphi_k = \varphi_{1k} - \varphi_{2k}.$$

Relația (3.83) arată că deviația în curent alternativ sinusoidal este similară cu cea în curent continuu (3.76), dacă valorile eficace sînt egale cu cele ale curenților continui și defazajul  $\varphi = 0$ .

Aparatele electrodinamice au și în curent alternativ o polaritate fixată datorită factorului  $\cos \varphi$ .

Referitor la regimul tranzitoriu al aparatelor electrodinamice, relațiile și observațiile menționate la aparatele magnetoelectrice sînt valabile și în acest caz. Elementul particular îl constituie dispozitivul de amortizare pneumatic, necesar întrucît amortizarea pe cale electromagnetică este insuficientă.

● **Erorile aparatelor electrodinamice.** Prin construcție, aparatele electrodinamice nu cuprind piese feromagnetice și ca urmare nu sînt afectate de erorile proprii acestora, provocate de histerezis în c.c. sau de curenți turbionari în c.a.



În consecință principalele surse de erori sînt determinate de influența factorilor externi: cîmpurile magnetice, temperatura mediului și la utilizarea în c.a. frecvența.

Aparatele electrodinamice sînt sensibile la perturbații date de cîmpurile magnetice externe prin faptul că neavînd circuit magnetic, cîmpul generat de cele două secțiuni ale bobinei fixe este slab. Reducerea acestor influențe se face prin prevederea de ecrane magnetice din materiale de mare permeabilitate (permalloy).

Un alt procedeu îl constituie *astatizarea*, care constă în cuplarea pe același ax a două dispozitive motoare identice, cu bobinele fixe și mobile înseriate de așa manieră încît cuplurile active utile determinate de curenții prin bobine să fie de același sens, iar cuplurile parazite determinate de cîmpul extern și curenții prin bobinele mobile să fie opuse și să se anuleze [37].

Temperatura mediului influențează asupra rezistenței bobinelor și asupra resoartelor spirale în modul arătat la aparatele magnetoelectrice. În cazul unor erori rezultante importante se prevăd schemele de corecție analizate în paragraful 3.1.2.

În curent alternativ domeniul de frecvență al aparatelor electronice este limitat de modificarea impedanței bobinelor cu frecvența, de creșterea și modificarea repartiției curenților induși în diversele părți metalice și de creșterea tensiunii induse în bobina mobilă. Limita superioară a frecvenței pentru care erorile respective sînt neglijabile este de 500...1 000 Hz.

Trebuie observat că erorile datorate frecvenței depind în mare măsură de modul de utilizare a aparatelor electrodinamice (ampermetre, voltmetre, wattmetre, varmetre).

Din necesitatea de a produce un cîmp magnetic cît mai puternic, care să asigure cuplul activ, aparatele electrodinamice au un consum de putere relativ ridicat (2...6 W).

Relațiile de funcționare similare în c.c. și în c.a. ale aparatelor electrodinamice dau posibilitatea etalonării lor în c.c. prin metode de compensare foarte precise, etalonarea fiind valabilă și în c.a.

Dat fiind erorile constructive reduse, și posibilitățile de atenuare a erorilor de influență, aparatele electrodinamice sînt de precizie ridicată, obținîndu-se clase 0,2 și chiar 0,1.

Performanțele înalte pe care le asigură aparatele electrodinamice implică și un cost relativ ridicat. Aceasta face ca ele să fie utilizate mai ales ca aparate de laborator, în special pentru măsurări de precizie în curent alternativ.

● **Aparatele ferodinamice.** Sînt aparate similare cu cele electrodinamice, atît ca structură cît și ca relații de funcționare. Deosebirea este de natură constructivă și constă în aceea că bobina fixă și cea mobilă sînt prevăzute cu miezuri feromagnetice. Circuitul magnetic are forme asemănătoare celor prezentate la aparatele magnetoelectrice, așa cum se poate vedea în figura 3.11.

Relațiile de funcționare sînt aceleași ca la aparatele electrodinamice cu cîmp radial. Prezența miezului feromagnetic face ca inducția  $B_1$  să fie mult mai mare decît la aparatele electrodinamice avînd bobina fixă cu același număr de spire. Ca urmare, constanta  $C_{12}$  și deci cuplul activ sînt considerabil mai mari (de 10...25 de ori). Astfel, ele pot funcționa cu un consum de putere mai redus și în același timp sînt mai robuste.



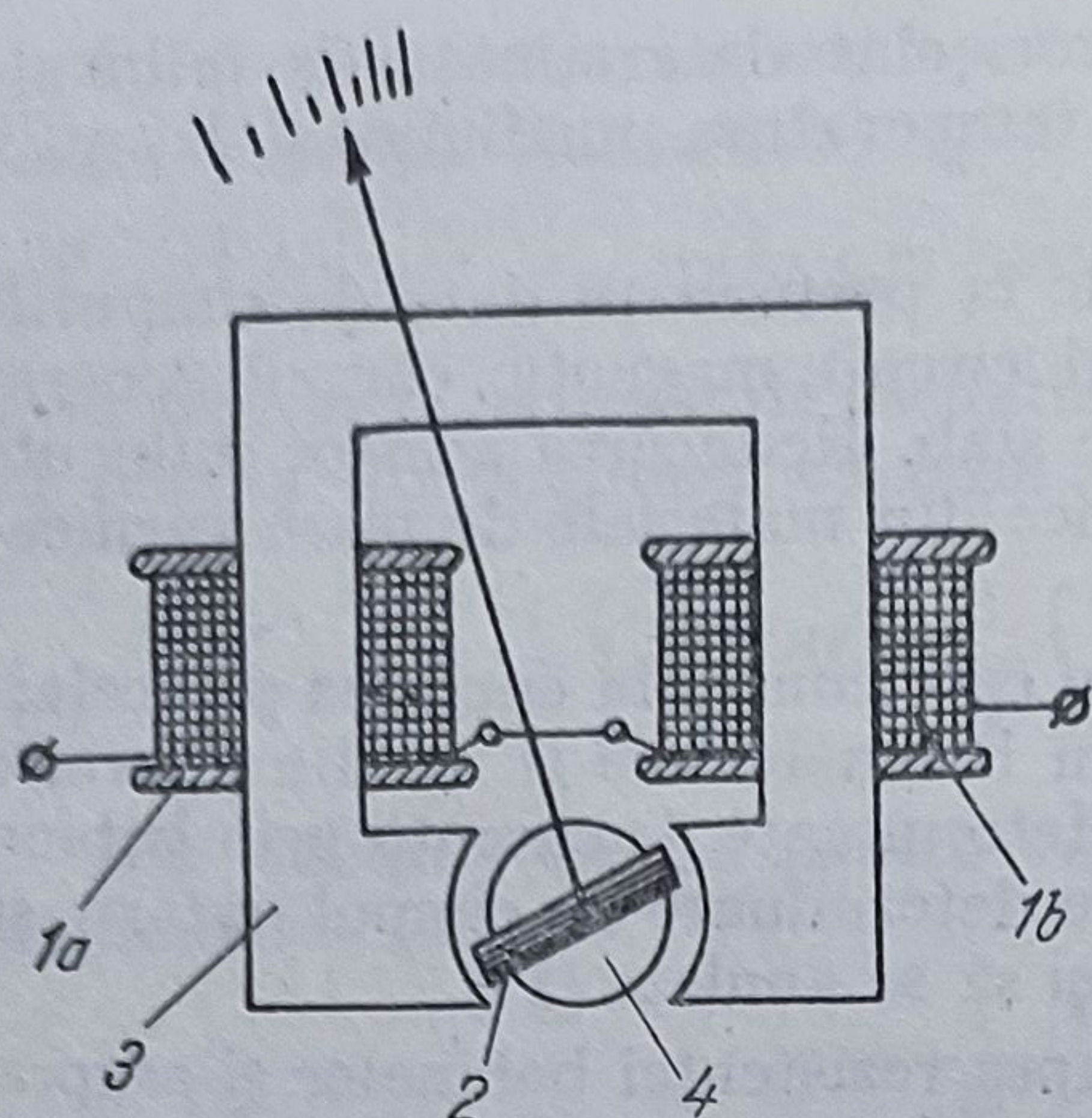


Fig. 3.11. Construcția aparatelor ferodinamice:

1a, 1b — cele două secțiuni ale bobinei fixe;  
2 — bobina mobilă; 3 — miezul feromagnetic al bobinei fixe; 4 — miezul feromagnetic al bobinei mobile.

precizie inferioară celor electrodinamice. Ele sînt utilizate mai ales în aplicații industriale ca aparate de panou de clasă 1; 1,5 sau 2,5. Aceste precizii în curent alternativ sînt asigurate pentru frecvența industrială de 50Hz. În construcții speciale ale miezului feromagnetic se realizează și aparate de laborator de clasă 0,5 sau 0,2.

### 3.2. MĂSURAREA CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR CONTINUE

Măsurările cele mai frecvente ale curenților și tensiunilor continue se bazează pe utilizarea aparatelor electrice indicatoare, denumite generic *ampermetre* și *voltmetre*. În raport de domeniile de utilizare se adaugă prefixele corespunzătoare submultiplilor sau multiplilor unităților respective (micro-, mili-, kilo-ampermetre sau voltmetre).

În principiu, toate cele trei tipuri de aparate prezentate anterior, prevăzute la intrare cu circuite electrice sau electronice adecvate, pot fi folosite ca ampermetre sau ca voltmetre de curent continuu, valoarea mărimii măsurate fiind redată direct prin citirea deviației acului indicator pe scara gradată.

Aceste măsurări, care conform cu 1.9.1 aparțin metodelor prin comparație succesivă, sînt denumite uzual *metode directe* sau *metode de deviație*. Ele se aplică atît în măsurările industriale cît și în cele de laborator, în domeniul „curenților tari” (curenți și tensiuni de valori ridicate întîlnite în instalațiile cu caracter energetic), precum și în domeniul „curenților slabi” (curenți și tensiuni de valori reduse proprii aparaturii electronice, instalațiilor de automatizare, de transmisie a informației, de măsurări centralizate).

Dacă în cazul curenților tari măsurările de curenți și tensiuni apar cu ponderi egale, în cel al curenților slabi predomină de regulă măsurarea tensiunilor datorită avantajelor practice pe care le prezintă voltmetrul de a se conecta în paralel între diverse puncte ale unui circuit electric, pe cînd măsu-

Circuitul magnetic asigură totodată o ecranare a bobinei mobile și prin aceasta o protejare împotriva influenței cîmpurilor magnetice externe.

Pe lîngă aceste avantaje, miezul feromagnetic atrage și dezavantaje importante privind precizia. Erorile determinate de pierderile prin histerezis și datorate neliniarității curbei de magnetizare sînt specifice funcționării în curent continuu. Pentru a le reduce se utilizează materiale de mare permeabilitate și cu ciclu de histerezis îngust.

În curent alternativ intervin erorile provocate de inducerea de curenți turbionari, pentru reducerea cărora miezurile feromagnetice sînt confecționate din tole sau din pulberi presate.

Din cauza acestor erori suplimentare, aparatele ferodinamice sînt de

precizie inferioară celor electrodinamice.



rarea curentului implică întreruperea circuitului și montarea în serie a ampermetrului.

În privința măsurării tensiunilor continue, îndeosebi în aplicații de laborator de precizie ridicată, se utilizează și *metoda comparației simultane*, folosind aparatele denumite *compensatoare de curent continuu*.

### 3.2.1. Ampermetre de curent continuu

● **Ampermetre magnetoelectrice de curent continuu.** Datorită calităților expuse în paragraful 3.1.2 (sensibilitate și precizie ridicată, scară liniară, consum de putere redus), aparatele magnetoelectrice sînt cele mai întrebuintate în măsurarea curentului continuu atît în aplicații de laborator cît și industriale.

Prin construcție aparatele magnetoelectrice au un interval restrîns de măsurare, limitat de valorile reduse ale curenților admisibili prin bobina mobilă și prin resoartele spirale.

Valoarea maximă a curentului care poate fi măsurată direct cu aparate magnetoelectrice este cel mult de ordinul  $10^{-1}\text{A}$  la cele cu susținere pe lagăre și de ordinul  $10^{-4}\text{A}$  la cele cu suspensie pe bandă.

Există și o limită inferioară impusă de sensibilitatea maximă  $S_I = \frac{NSB}{K_r}$  care poate fi obținută. Astfel, limita inferioară la aparatele cu susținere pe lagăre este de ordinul  $50\mu\text{A}$ . În cazul suspensiei pe bandă limita inferioară este mult mai scăzută (pînă la  $10^{-6}\dots 10^{-11}\text{A}$ ), ele fiind utilizate îndeosebi ca detectoare de nul.

Rezultă din cele arătate că *aparatele magnetoelectrice cu suspensie pe bandă* pot fi utilizate ca *microampermetre*, iar cele *cu suspensie pe lagăre* ca *miliampermetre*. Pentru extinderea intervalului de măsurări la valori superioare se utilizează dispozitive auxiliare, care au drept scop realizarea unor sensibilități pe ansamblu mai reduse.

Cel mai simplu dispozitiv pentru extinderea domeniului aparatelor magnetoelectrice la măsurarea curentului continuu este *șuntul*. Șuntul este o rezistență care se conectează în paralel cu bobina mobilă a aparatului, alcătuiind un divizor de curent, așa cum se arată în figura 3.12.

Rezistența  $R_s$  se determină în funcție de rezistența  $R_i$  a bobinei. Considerînd circuitul din figura 3.12 se deduce:

$$I = I_s + I_a = I_a \left( \frac{R_i}{R_s} + 1 \right). \quad (3.86)$$

Notînd cu  $n$  raportul între  $I$  maxim și  $I_a$  admisibil, rezultă:

$$n = \frac{I}{I_a} = \frac{R_i}{R_s} + 1, \quad (3.87)$$

din care se obține relația de dimensionare a șuntului:

$$R_s = \frac{R_i}{n - 1}. \quad (3.88)$$



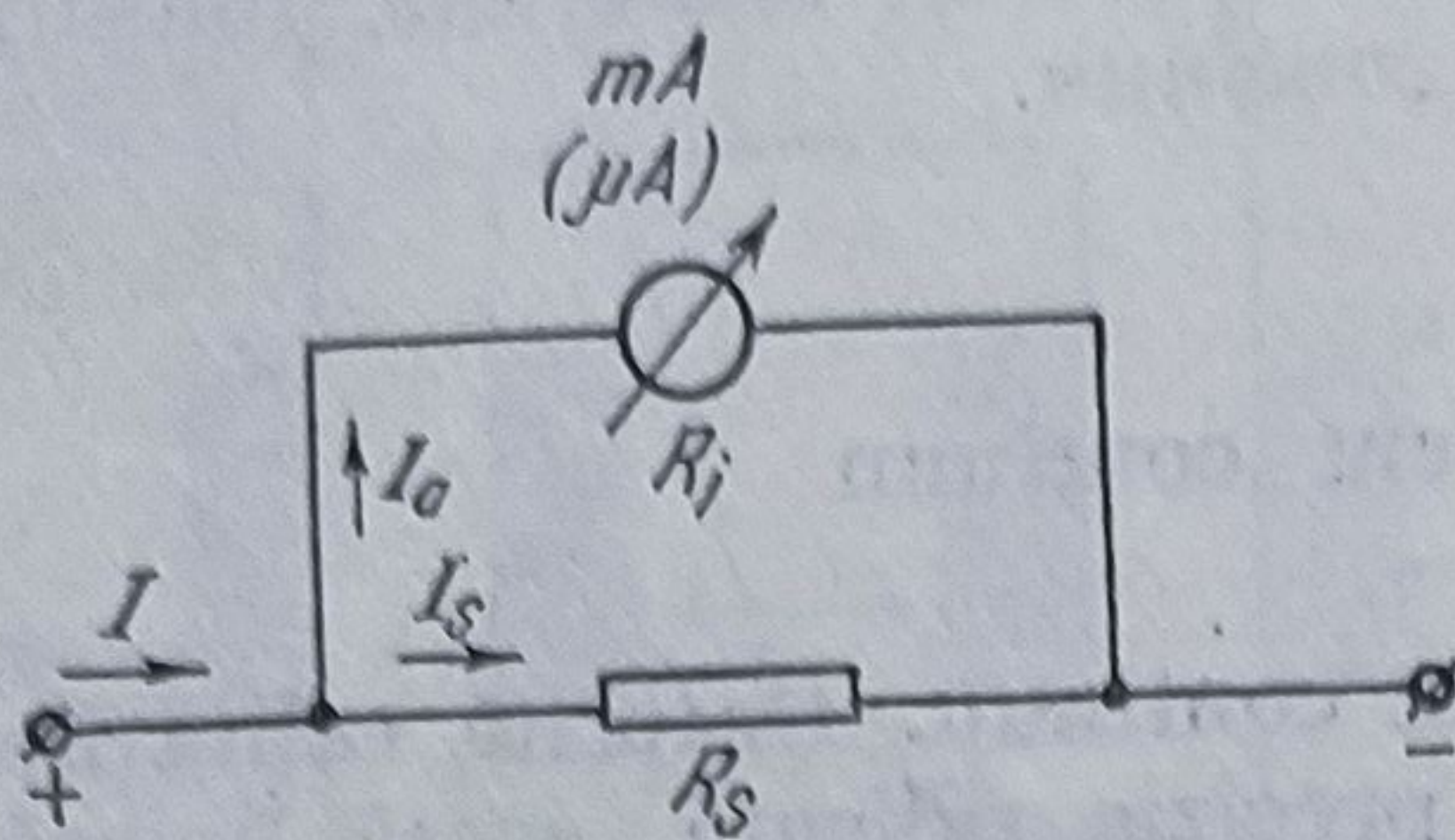


Fig. 3.12. Schema unui ampermetru cu șunt simplu.

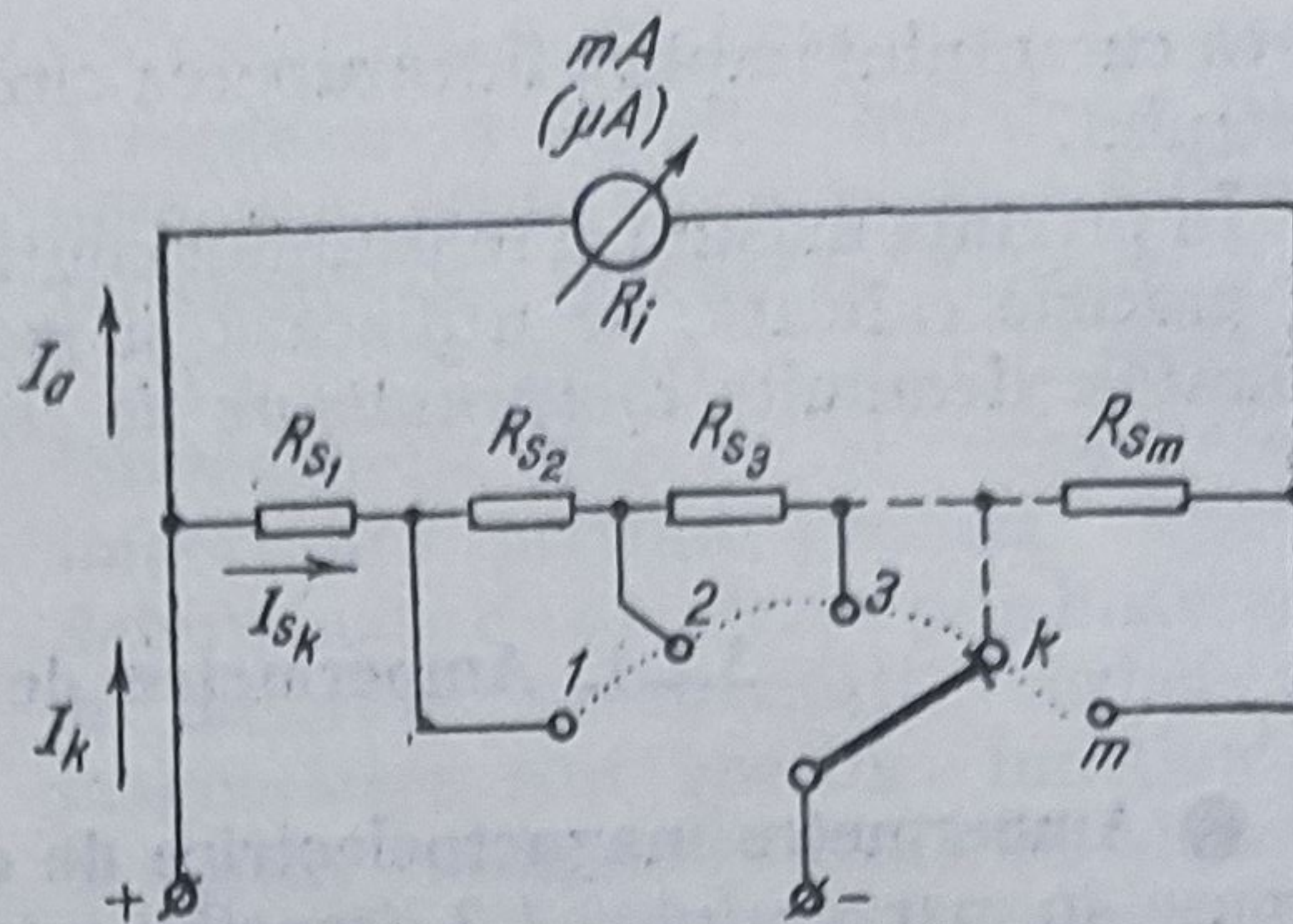


Fig. 3.13. Schema unui ampermetru cu șunturi multiple.

Se vede că șuntul are o rezistență cu atât mai mică decât a bobinei mobile cu cât  $n$  este mai mare.

Indicația aparatului magnetoelectric cu șunt va fi:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{I}{n}. \quad (3.89)$$

Din relația precedentă rezultă că sensibilitatea în raport cu  $I$  este  $\frac{\Phi_0}{K_r n}$  de  $n$  ori mai redusă decât a aparatului fără șunt. Se pot măsura astfel curenți  $I \gg I_a$ , aparatele respective cu scara gradată direct în valori ale curentului  $I$ , devenind ampermetre sau chiar kiloampermetre.

Ampermetrele magnetoelectrice pentru măsurări de laborator se realizează, de obicei, cu mai multe domenii de măsurare prin prevederea de șunturi multiple comutabile, ca în figura 3.13.

După cum rezultă din figură se pot obține atâtea domenii de măsurare câte secțiuni are șuntul multiplu. Pentru poziția  $k$  a comutatorului, domeniul este dat de relația:

$$n_k = \frac{I_k}{I_a} = \frac{\sum_{j=1}^m R_{sj} + R_j}{\sum_{j=1}^k R_{sj}}. \quad (3.89')$$

Pentru un aparat dat, cu valori cunoscute  $I_a$  și  $R_j$ , fixînd valorile  $I_k$  pentru cele  $m$  domenii se calculează factorii  $n_k$  și cu relația (3.89) se formează un sistem de  $m$  ecuații cu necunoscute  $R_{s1}, R_{s2}, \dots, R_{sm}$ , prin rezolvarea căruia se deduc rezistențele diferitelor secțiuni ale șuntului multiplu.

Materialele uzuale din care se confecționează șunturile sînt manganina și constantanul, caracterizate prin rezistivități ridicate și coeficienți de variație cu temperatura reduși. Pentru domenii la care limita superioară nu depășește ordinul zecilor de amperi, șunturile sînt realizate sub forma de rezistențe bobinate, montate în interiorul carcasei aparatului (șunturi interioare). La valori ale curentului  $I \geq 10^2 A$  șunturile se confecționează sub forma de benzi sau de bare și, din cauza dimensiunilor, sînt exterioare aparatelor.



În figura 3.14 este prezentat un șunt exterior la care se pot observa patru borne de conexiune.

Bornele  $A, B$  sînt cele prin care șuntul se conectează în circuitul curențului de măsurat  $I$  de valori ridicate și au suprafețe de contact adecvate. Bornele  $a, b$  sînt cele de măsură, la care prin cabluri de conexiune calibrate se conectează aparatul, astfel că ele sînt parcurse numai de curențul redus  $I_a$ . Prin această construcție sub formă de rezistor cuadripolar se elimină influența perturbatoare a căderilor de tensiune pe bornele de conexiune.

Pentru curenți  $I > 10^3 \text{ A}$  puterea disipată de șunt  $R_s I_s^2 \cong R_s I^2$  crește apreciabil, fiind necesare uneori dispozitive auxiliare de răcire.

Aparatele magnetoelectrice pentru aplicații industriale, avînd în general valori standardizate  $R_s, I_a$ , respectiv căderea de tensiune  $U_a = R_s I_a$ , șunturile au de asemenea caracteristici normate, specificate prin rezistența  $R_s$  și curențul  $I_s$  sau prin căderea de tensiune  $U_s$  cuprinsă de regulă între 60... 100 mV.

Precizia realizării caracteristicilor șunturilor trebuie să fie compatibilă cu aceea a aparatelor cu care sînt asociate. Clasele de precizie ale ampermetrelor cu șunturi sînt date ținînd seama de erorile pe ansamblu (inclusiv șuntul). O problemă importantă din acest punct de vedere o prezintă erorile de temperatură. Dacă la utilizarea directă ca mili (micro)-ampermetru a unui aparat magnetoelectric fără șunt eroarea datorată variației cu temperatura a rezistenței bobinei mobile poate fi neglijată, atunci cînd este prevăzut cu șunt eroarea poate deveni apreciabilă din cauza modificării factorului de divizare a curențului.

Dacă se ține seama că pentru bobina mobilă realizată din conductor de cupru coeficientul de variație cu temperatura este  $\alpha_{Cu} \cong 0,004 \left[ \frac{1}{^\circ\text{C}} \right]$  iar pentru un șunt din manganină este de peste 100 de ori mai redus  $\alpha_{Mn} \cong 0,00003 \left[ \frac{1}{^\circ\text{C}} \right]$ , se deduce ușor că la variații de numai  $10^\circ\text{C}$  față de temperatura de etalonare pot să apară erori importante. Pentru a preveni aceste erori se prevăd scheme de compensare de tipul celor prezentate în paragraful 3.1.2, figura 3.5,  $a, b$ , care se calculează în raport de variația șuntului cu temperatura, astfel ca să se asigure constanța sau modificarea în limite acceptabile a factorului de divizare [37].

● **Ampermetre feromagnetice de curenț continuu.** Potrivit relației (3.68) aparatele feromagnetice pot fi utilizate ca ampermetre de curenț continuu. Datorită dependenței deviației  $\alpha$  de  $I^2$  scara este neliniară în porțiunea ini-

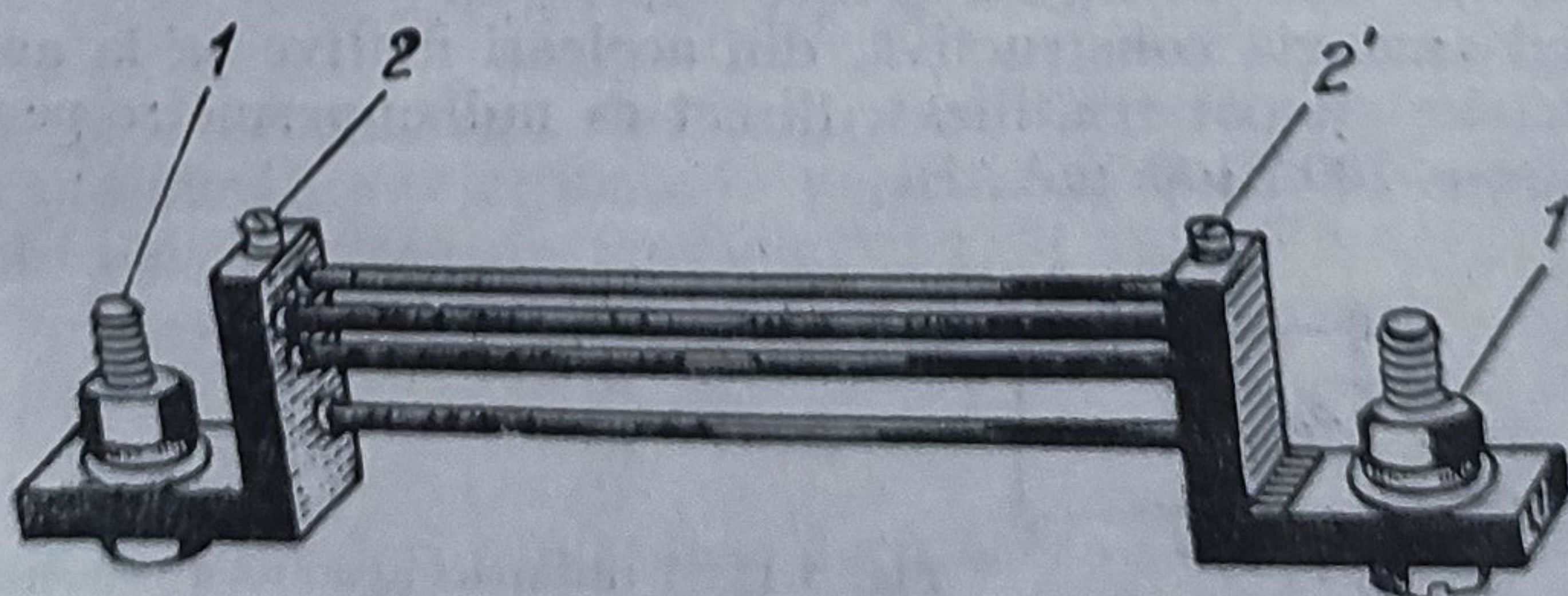


Fig. 3.14. Șunt exterior pentru curenți mari:  
1, 1' — borne de curenț; 2, 2' — borne de tensiune.



țială (pînă la 15...20 %) și uniformizată în rest prin construcția adecvată a pieselor feromagnetice.

În stabilirea limitelor de curent se are în vedere numărul de amperspire  $NI$  necesar pentru obținerea cuplului activ (200...400 la suspensia pe lagăre și 50...60 la suspensia pe bandă).

Ca urmare, reducînd numărul de spire la  $N = 1...2$  și folosind bară de cupru de secțiune corespunzătoare, limita superioară ajunge în mod curent la 100 A și mai rar la 200...300 A.

Limita inferioară este de 100...200 mA la cele cu suspensie pe lagăre și de ordinul zecilor de miliamperi la cele cu suspensie pe bandă, în acest caz bobina avînd un număr mare de spire de secțiune redusă.

Realizarea de ampermetre cu domenii multiple nu se face cu ajutorul șunturilor ca la cele magnetoelectrice, întrucît ar necesita compensări de temperatură, ci se preferă confecționarea bobinei din mai multe secțiuni care pot fi conectate în serie, în paralel sau în conexiuni serie-paralel, obținîndu-se valori diferite pentru numărul de spire  $N$ .

Această particularitate derivă din faptul că exprimînd inductivitatea  $L$  sub forma:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}(\alpha)} \quad \text{și} \quad \frac{dL}{d\alpha} = - \frac{\mathcal{R}'(\alpha)}{\mathcal{R}^2(\alpha)} N^2,$$

rezultă:

$$\alpha = - \frac{\mathcal{R}'(\alpha)}{K, \mathcal{R}^2(\alpha)} (NI)^2, \quad (3.90)$$

unde  $\mathcal{R}(\alpha)$  este reluctanța circuitului magnetic.

Din relația precedentă se deduce că variînd numărul de spire se modifică și valorile curentului necesare pentru obținerea aceleiași solenații  $NI$ .

Aparatele feromagnetice se utilizează în curent continuu numai ca miliampermetre sau ampermetre de laborator, cu domenii multiple realizate prin procedeul descris și cu clase de precizie 0,5 și chiar 0,2.

În aplicațiile industriale sînt preferate ampermetrele magnetoelectrice, datorită scării liniare și posibilității de extindere ușoară la valori ridicate cu șunturi.

● **Ampermetre electrodinamice de curent continuu.** După cum s-a menționat, prin înserierea bobinei fixe cu cea mobilă la un aparat electrodinamic se obține  $I_1 = I_2 = I$  și deviația depinde de  $I^2$  conform relației (3.80). Rezultă astfel posibilitatea utilizării acestor aparate ca ampermetre avînd schema reprezentată simbolic în figura 3.15.

Dat fiind analogia constructivă, din aceleași motive ca la ampermetrele magnetoelectrice ele pot fi utilizate direct ca miliampermetre pentru curenți ce nu depășesc 200...300 mA.

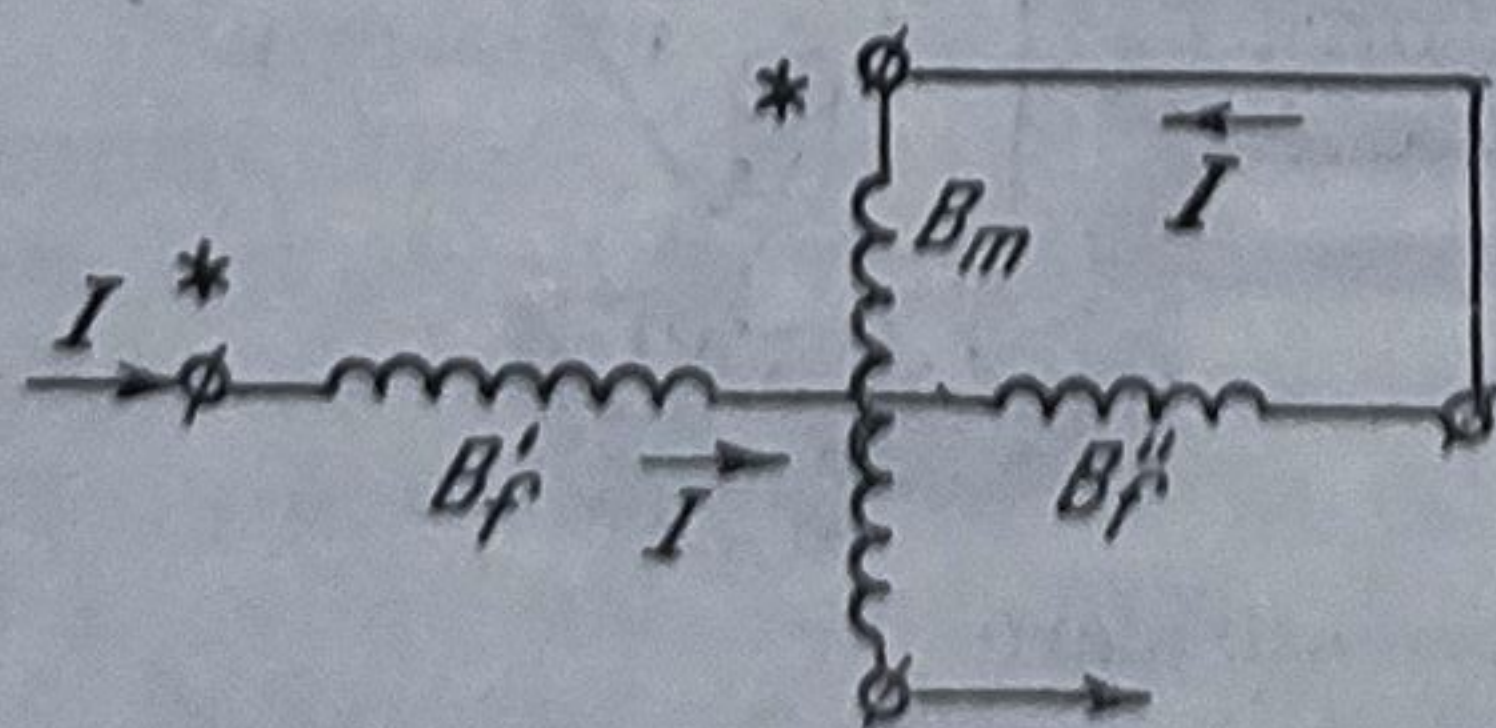


Fig. 3.15. Utilizarea aparatelor electrodinamice ca ampermetre:

$B'_f, B''_f$  — secțiunile bobinei fixe;  $B_m$  — bobina mobilă.



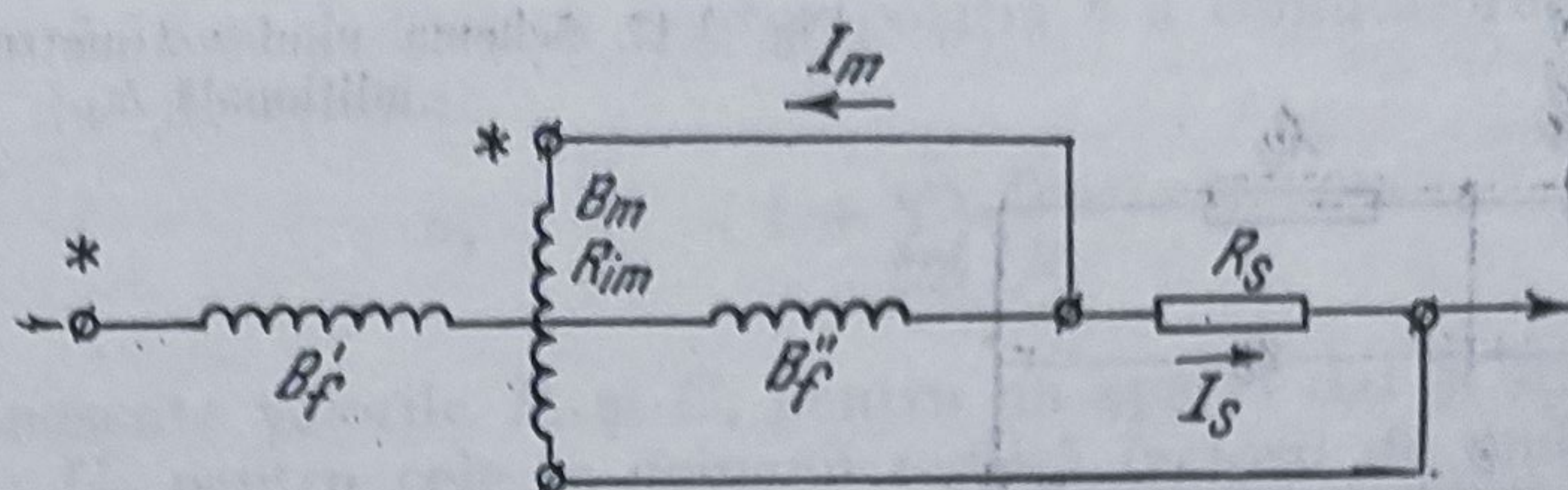


Fig. 3.16. Extinderea domeniului ampermetrelor electrodinamice în curent continuu utilizând șunturi:

$R_s$  — rezistența șuntului în paralel cu bobina mobilă.

Pentru extinderea domeniului de măsurare se utilizează șunturi conectate în paralel cu bobina mobilă, așa cum se arată în figura 3.16.

Se procedează numai la șuntarea bobinei mobile întrucât aceasta, prin necesitatea unei greutate reduse (spire subțiri) și prin conectarea în circuit cu ajutorul resoartelor elastice, este cea care limitează curentul. Bobina fixă, la fel ca la ampermetrele feromagnetice, poate fi confecționată din conductor cu secțiune mai mare. Deviația  $\alpha$ , în cazul șuntării bobinei mobile de rezistență  $R_{im}$  cu un șunt  $R_s$ , are expresia

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} \frac{R_s}{R_s + R_{im}} I^2. \quad (3.91)$$

Se poate obține pe această cale o extindere pînă la 10–20 A.

Pentru extinderea domeniului se pot practica și conectări în paralel ale celor două secțiuni ale bobinei fixe.

Aparatele electrodinamice se pot realiza de precizii înalte (clase 0,5; 0,2; 0,1), dar sînt aparate scumpe. Din acest motiv sînt rar utilizate ca ampermetre de curent continuu și numai ca aparate de laborator cu domenii multiple.

### 3.2.2. Voltmetre de curent continuu

● **Voltmetre magnetoelectrice de curent continuu.** Dacă la bornele unui aparat magnetoelectric a cărui bobină mobilă are rezistența  $R_i$  se aplică o tensiune  $U$ , relația de funcționare devine

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{U}{R_i}, \quad (3.92)$$

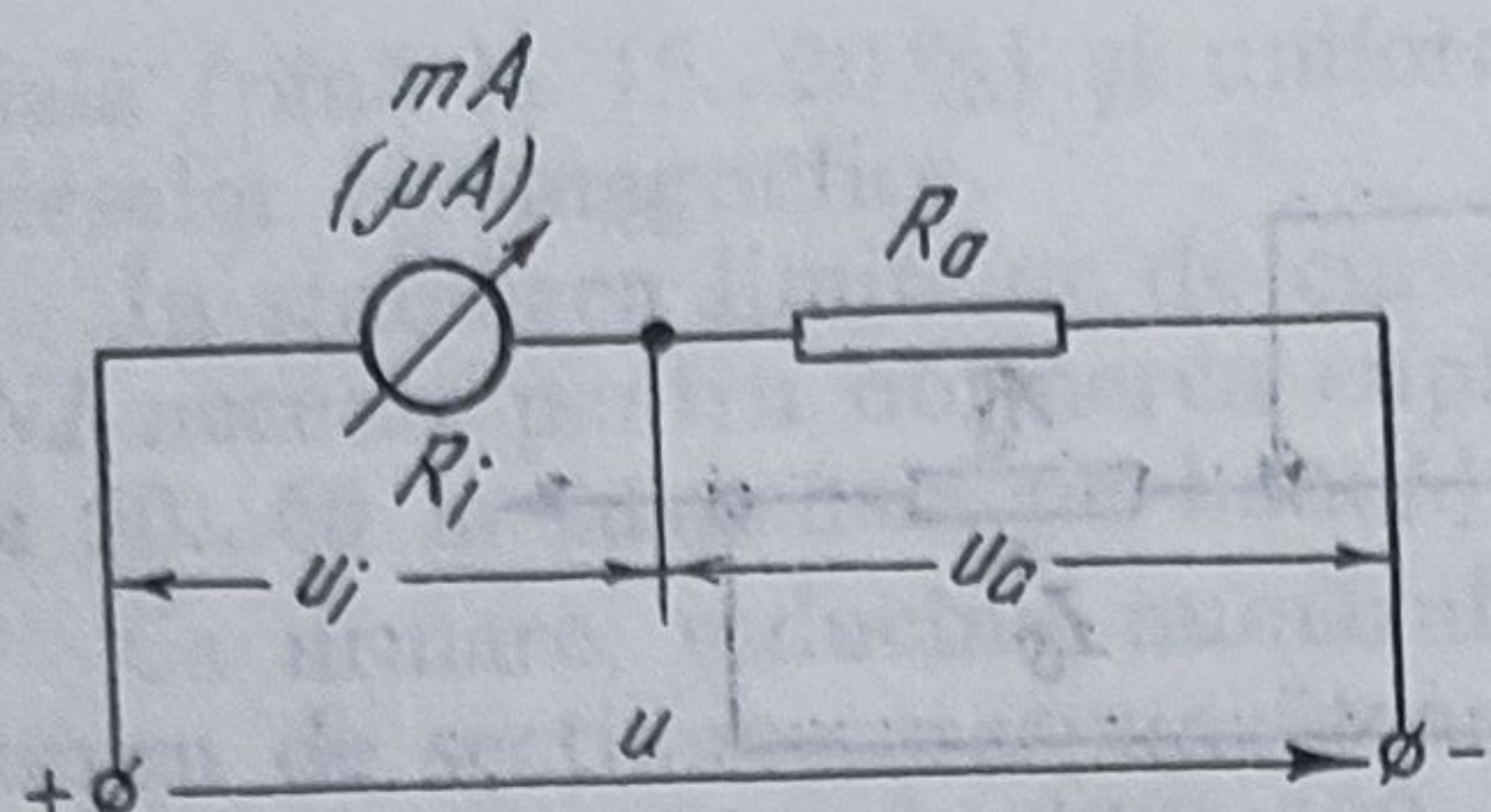
de unde se vede posibilitatea de folosire ca voltmetru de curent continuu. Se mențin proprietățile referitoare la polaritatea fixată și liniaritatea scării. Se definește sensibilitatea de tensiune:

$$S_u = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{1}{R_i}, \quad (3.93)$$

care se vede că are valori mai reduse decît aceea de curent ( $R_i = 10...10^4 \Omega$ ), de obicei  $10^2...10^3$  div/V la aparatele cu suspensie pe lagăre și de  $10^4$  div/V sau mai mari la cele cu suspensie pe benzi tensionate.



Fig. 3.17. Schema unui voltmetru cu rezistență adițională  $R_a$ .



Ținînd seama de sensibilitățile menționate, rezultă că aparatele magneto-electrice pot fi folosite direct numai ca milivoltmetre. Pentru extinderea domeniului se înseriază cu bobina o rezistență adițională (fig. 3.17).

Rezistența  $R_a$  se dimensionează în funcție de domeniul maxim al tensiunii de măsurat  $U$ , de rezistența bobinei  $R_i$  și de tensiunea la bornele acestuia  $U_i$ , astfel încît să se limiteze valoarea curentului  $I$  la aceea corespunzătoare capătului de scară.

Cu referire la figura 3.17 rezultă:

$$U = (R_a + R_i) I = \left( \frac{R_a}{R_i} + 1 \right) R_i I = \left( \frac{R_a}{R_i} + 1 \right) U_i.$$

Notînd cu  $n = \frac{U}{U_i}$  raportul de multiplicare obținut prin prevederea rezistenței adiționale, se deduce:

$$R_a = (n - 1) R_i, \quad (3.94)$$

relație care exprimă valoarea rezistenței adiționale în funcție de  $R_i$  pentru  $n$  dat. Se observă că rezistențele adiționale sînt de valori cu atît mai mari cu cît domeniul de măsurare este mai extins.

Indicația voltmetrului va fi:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{U}{(R_i + R_a)}, \quad (3.95)$$

de unde se vede că scara poate fi gradată direct pentru domeniul corespunzător tensiunii  $U$ . Introducerea rezistenței  $R_a$  are efectul de reducere a sensibilității de tensiune.

Voltmetrele magneto-electrice de laborator se construiesc cu domenii multiple prin înserierea mai multor rezistențe adiționale, alegerea domeniului necesar făcîndu-se cu un comutator conform schemei din figura 3.18.

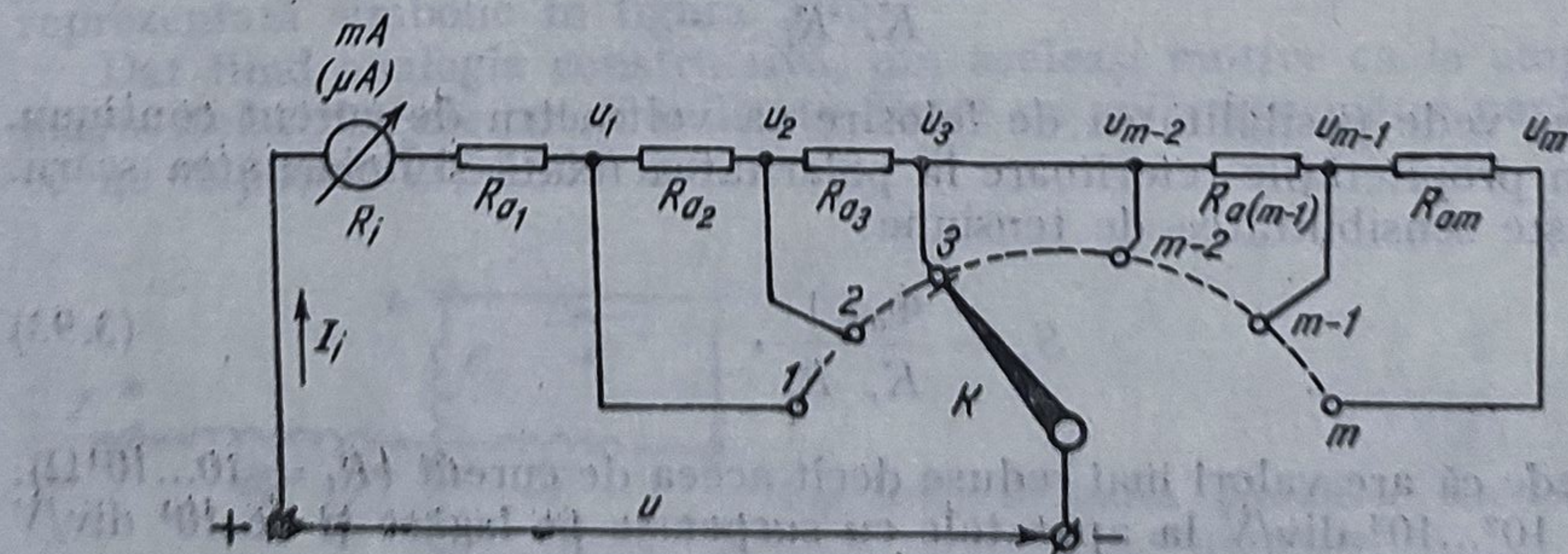


Fig. 3.18. Schema unui voltmetru cu rezistențe adiționale multiple  $R_{a1}, R_{a2}, \dots, R_{am}$ .



Din figura 3.18 se deduce că pentru poziția  $k$  a comutatorului domeniul obținut este dat de relația:

$$n_k = \frac{U_k}{U_i} = 1 + \sum_{j=1}^k \frac{R_{aj}}{R_i}. \quad (3.96)$$

Fiind cunoscute valorile  $R_i$  și  $U_i$  pentru un aparat dat și stabilind limitele maxime  $U_k$  pentru cele  $m$  domenii rezultă, factorii de multiplicare  $n_k$ . Se formează un sistem de  $m$  ecuații cu  $m$  necunoscute  $R_{aj}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , prin rezolvarea căruia se dimensionează rezistențele adiționale.

Rezistențele adiționale se confecționează din manganină, sub formă de rezistențe bobinate montate în interiorul carcasei aparatului.

Deoarece  $R_a \gg R_i$ , rezistențele adiționale din manganină realizează și compensarea variațiilor cu temperatura ale rezistenței  $R_i$  din cupru, astfel că la voltmetrele magnetoelectrice erorile de temperatură devin neglijabile.

Prin intermediul rezistențelor adiționale domeniul de măsurare al voltmetrelor magnetoelectrice poate fi extins pînă la 1 000 V c.c. Această limită este impusă în principal din considerente de izolație și de pericolul pe care îl prezintă tensiuni mai ridicate pentru operator.

Rezistențele adiționale determină și un alt parametru de calitate și anume consumul de putere  $\frac{U^2}{R_i + R_a} \cong \frac{U^2}{R_a}$ . Exprimarea sa se face prin va-

loarea rezistenței raportată la un volt, rezultînd valori de ordinul 200...300  $\Omega/V$  în cazul voltmetrelor industriale de panou pînă la 10 000...50 000  $\Omega/V$  pentru cele de laborator (consumuri la 100 V de la 50 mW la 0,2 mW).

Consumul de putere redus, exprimat prin rezistența de valoare ridicată, este important pentru reducerea erorii sistematice de metodă.

În ceea ce privește precizia, voltmetrele magnetoelectrice sînt caracterizate de aceleași clase menționate la ampermetre.

Datorită multiplelor calități, voltmetrele magnetoelectrice sînt cele mai utilizate aparate pentru măsurarea directă a tensiunilor continue atît în industrie cît și în laborator.

● **Voltmetre feromagnetice de curenți continuu.** Aplicînd la bornele unui aparat feromagnetic o tensiune continuă  $U$  rezultă deviația:

$$\alpha = \frac{1}{2K_r} \frac{dL}{d\alpha} \frac{U^2}{R_i^2}, \quad (3.97)$$

din care se deduce utilizarea ca voltmetru de curenți continuu. Scara neliniară în porțiunea inițială (pînă la 20 %) este aproximativ uniformizată în rest prin procedeele arătate în paragraful 3.1.3.

Tensiunile care pot fi măsurate la utilizarea directă a aparatelor feromagnetice ca voltmetre de c.c. sînt de ordinul volților (valori mai reduse nu permit obținerea solenației necesare cuplului activ).

Domeniul de măsurare al voltmetrelor feromagnetice poate fi extins similar ca la cele magnetoelectrice cu ajutorul rezistențelor adiționale. De asemenea, prin secționarea bobinei și conectarea în paralel, serie-paralel sau în serie a diverselor secțiuni se obțin modificări de domeniu bazate pe aceleași considerente ca la ampermetrele feromagnetice.

În mod uzual se construiesc voltmetre feromagnetice utilizabile în curenți continuu ca aparate de laborator cu domenii multiple, cuprinse între 10...1 000 V.



Consumul de putere al voltmetrelor feromagnetice în c.c. este destul de ridicat, putînd ajunge la tensiuni mari pînă la 5...8 W. Rezistențele raportate la tensiune sînt diferite în funcție de scară, variînd de la  $10^3 \Omega/V$  la domenii peste 100 V pînă la  $10 \Omega/V$  la domenii de ordinul zecilor de volți.

Ca și ampermetrele, voltmetrele feromagnetice în curent continuu se utilizează numai ca aparate de laborator de clasă 0,5 sau 0,2.

● **Voltmetrele electrodinamice de curent continuu.** Înseriînd bobina fixă cu cea mobilă și aplicînd la borne o tensiune continuă, rezultă o relație de funcționare similară cu aceea de la voltmetrele feromagnetice (3.97). Într-o astfel de conexiune rezultă posibilitatea utilizării ca milivoltmetre de c.c.

Dacă se prevăd rezistențe adiționale, se pot obține extinderi ale domeniului pînă la valori de 600...750 V, expresia deviației fiind:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} \frac{U^2}{(R_{if} + R_{im} + R_a)^2}, \quad (3.98)$$

unde  $R_{if}$  și  $R_{im}$  sînt rezistențele bobinei fixe și celei mobile.

Consumul de putere al voltmetrelor electrodinamice este ridicat, putînd ajunge la 10...15 W. Rezistențele proprii sînt de ordinul  $10...20 \Omega/V$  sau chiar mai reduse pentru tensiuni mici.

Din motivele arătate, cît și prin faptul că sînt aparate scumpe, voltmetrele electrodinamice sînt utilizate în curent continuu numai ca aparate de laborator de clase 0,5 și 0,2 (mai rar 0,1), cu domenii multiple 75...750 V c.c.

### 3.2.3. Compensatoare de curent continuu

Compensatoarele de curent continuu sînt aparate utilizate pentru măsurarea tensiunilor continue cu precizie ridicată, prin metoda comparației simultane.

Metodele de compensare constau în principiu în compararea tensiunii de măsurat cu o tensiune continuă cunoscută cu mare precizie. Aplicarea metodelor de compensare pentru măsurarea tensiunilor continue decurge din posibilitatea realizării în condiții tehnico-economice avantajoase a etaloanelor de tensiune continuă.

Metodele de compensare se pot clasifica în două categorii: *prin opoziție simplă* și *prin substituție*.

● **Compensare prin opoziție simplă.** Măsurarea tensiunilor continue prin această metodă se efectuează cu ajutorul a două montaje: *montajul Poggendorf*, la care pentru comparație se utilizează căderea de tensiune rezultată prin trecerea unui curent constant printr-o rezistență variabilă și *montajul Lindeck-Rothe*, în cadrul căruia se menține constantă rezistența și variază curentul.

Schema montajului Poggendorf este reprezentată în figura 3.19.

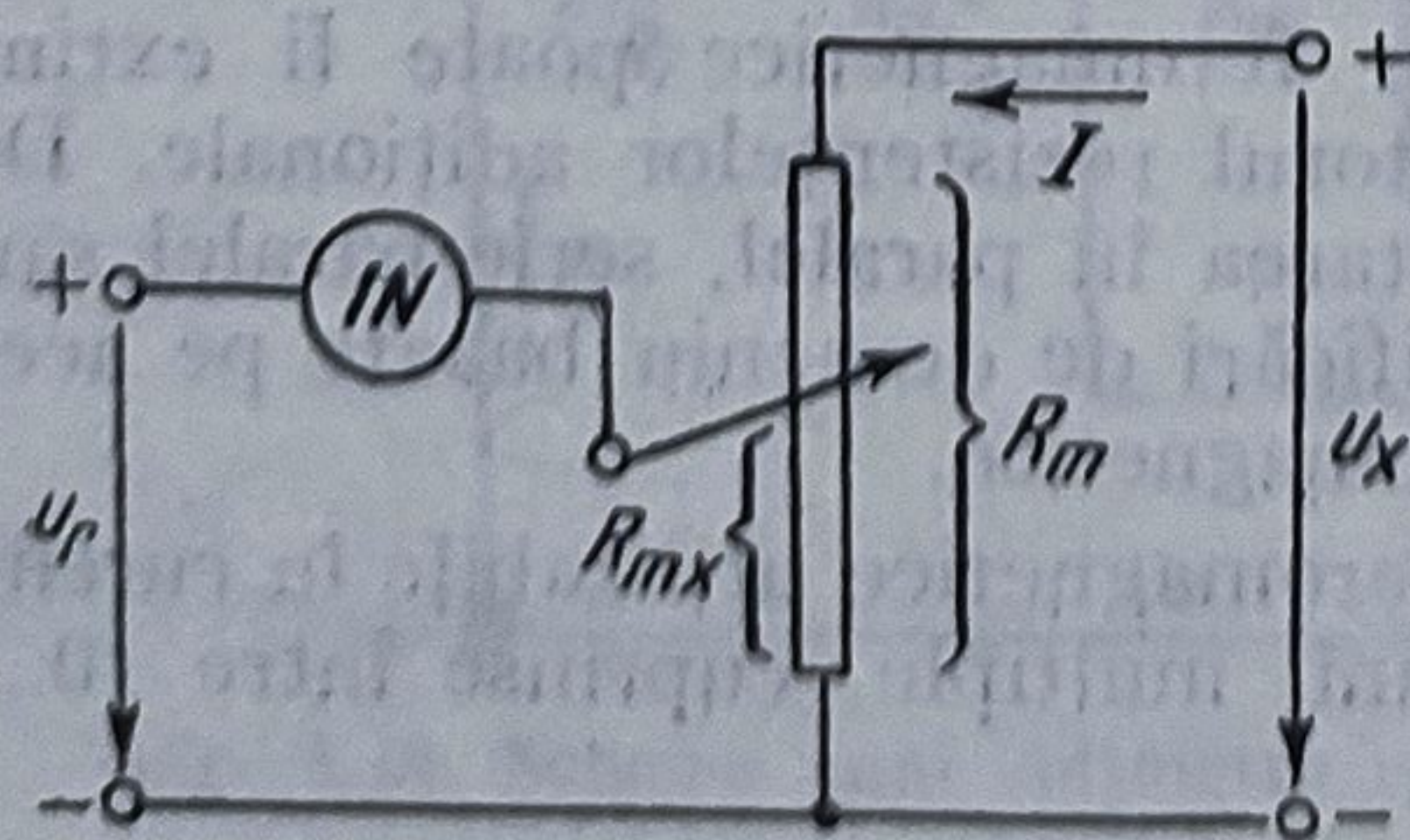


Fig. 3.19. Montajul Poggendorf pentru compensare cu curent constant și rezistență variabilă.



După cum rezultă din figură, tensiunea de măsurat  $U_x$  debitează un curent  $I$  prin potențiometrul de precizie  $R_m$ . Tensiunea de referință (etalon)  $U_r$  este conectată în opoziție cu căderea de tensiune culeasă pe cursorul potențiometrului.

Compensarea (echilibrarea) constă în deplasarea cursorului pînă în poziția în care curentul prin indicatorul de nul  $IN$  devine zero, evidențiind egalitatea tensiunii  $U_r$  cu căderea de tensiune  $R_{mx}I$ . În această situație, ținînd seama că  $I = \frac{U_x}{R_m}$ , rezultă:

$$U_x = \frac{R_m}{R_{mx}} U_r. \quad (3.99)$$

Măsurarea prin acest montaj prezintă două inconveniente:

— sursa de tensiune necunoscută  $U_x$  debitează în cursul măsurării curentului  $I$ , ceea ce are ca efect producerea unei erori determinată de căderea de tensiune pe rezistența internă; pentru limitarea la valori acceptabile a acestei erori, rezistența  $R_m$  trebuie să fie de valoare ridicată;

— valorile tensiunii  $U_x$  trebuie să fie mai mari sau cel mult egale cu  $U_r$ , deoarece  $R_m \geq R_{mx}$ .

**Montajul Lindeck-Rothe**, reprezentat în figura 3.20, folosește în locul lui  $R_m$  o rezistență fixă de mare precizie (etalon)  $R_N$ , la bornele căreia se poate obține o cădere de tensiune variabilă  $U_N$  în opoziție cu  $U_x$ .

Curentul  $I$  prin rezistența  $R_N$  se modifică cu reostatul  $R_h$  pînă cînd detectorul de nul indică zero, ceea ce înseamnă că  $U_N$  echilibrează pe  $U_x$ , adică:

$$U_x = R_N I. \quad (3.100)$$

Valoarea curentului în momentul echilibrării se citește pe miliampermetrul  $A$ , care trebuie să fie un aparat de clasă de precizie ridicată, aceeași sau apropiată de a rezistenței  $R_N$ .

Calitatea măsurării tensiunii  $U_x$  fără consum de curent este evidentă și la utilizarea acestui montaj. Precizia măsurării este condiționată de miliampermetrul prin care se măsoară curentul  $I$  și din această cauză poate fi mai redusă decît la montajul Poggendorf.

● **Compensarea prin substituție.** Această metodă permite înlăturarea dezavantajelor menționate, anterior în schimb este mai laborioasă întrucît necesită două operații de echilibrare.

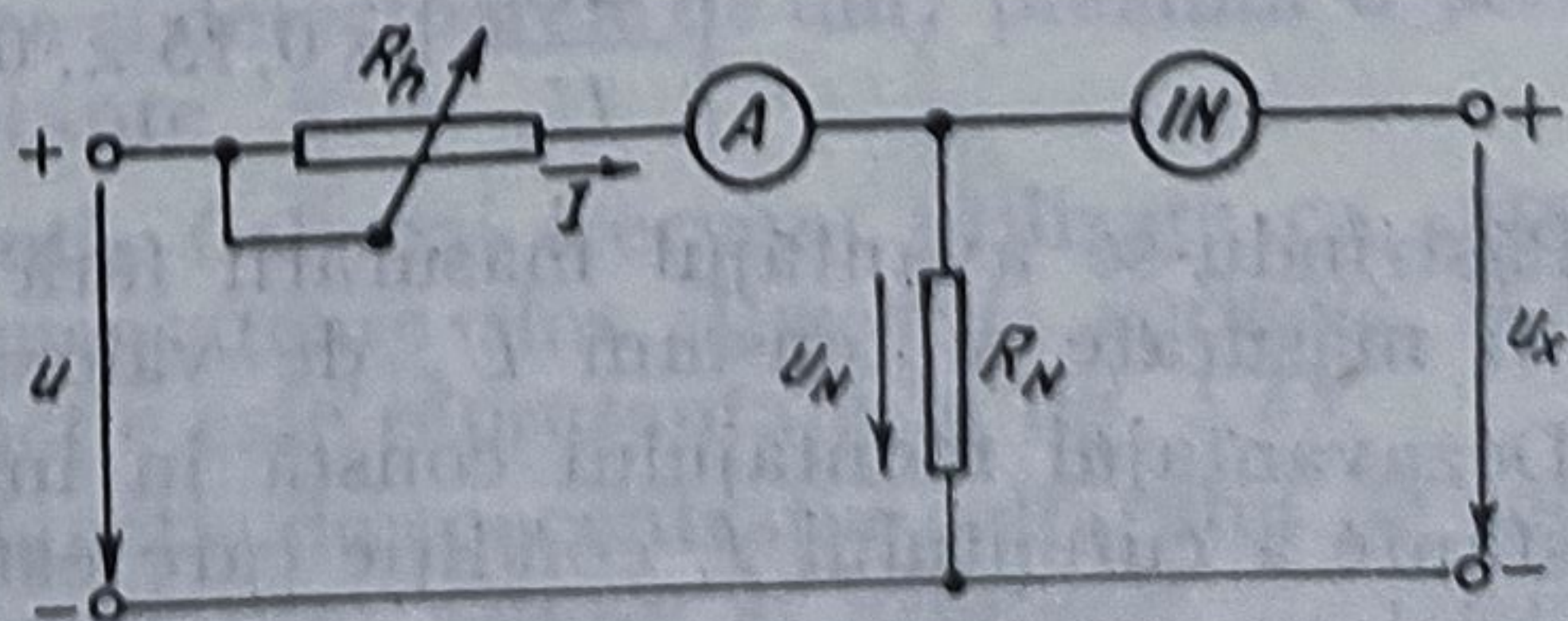


Fig. 3.20. Montajul Lindeck-Rothe pentru compensare cu rezistență fixă și curent variabil.



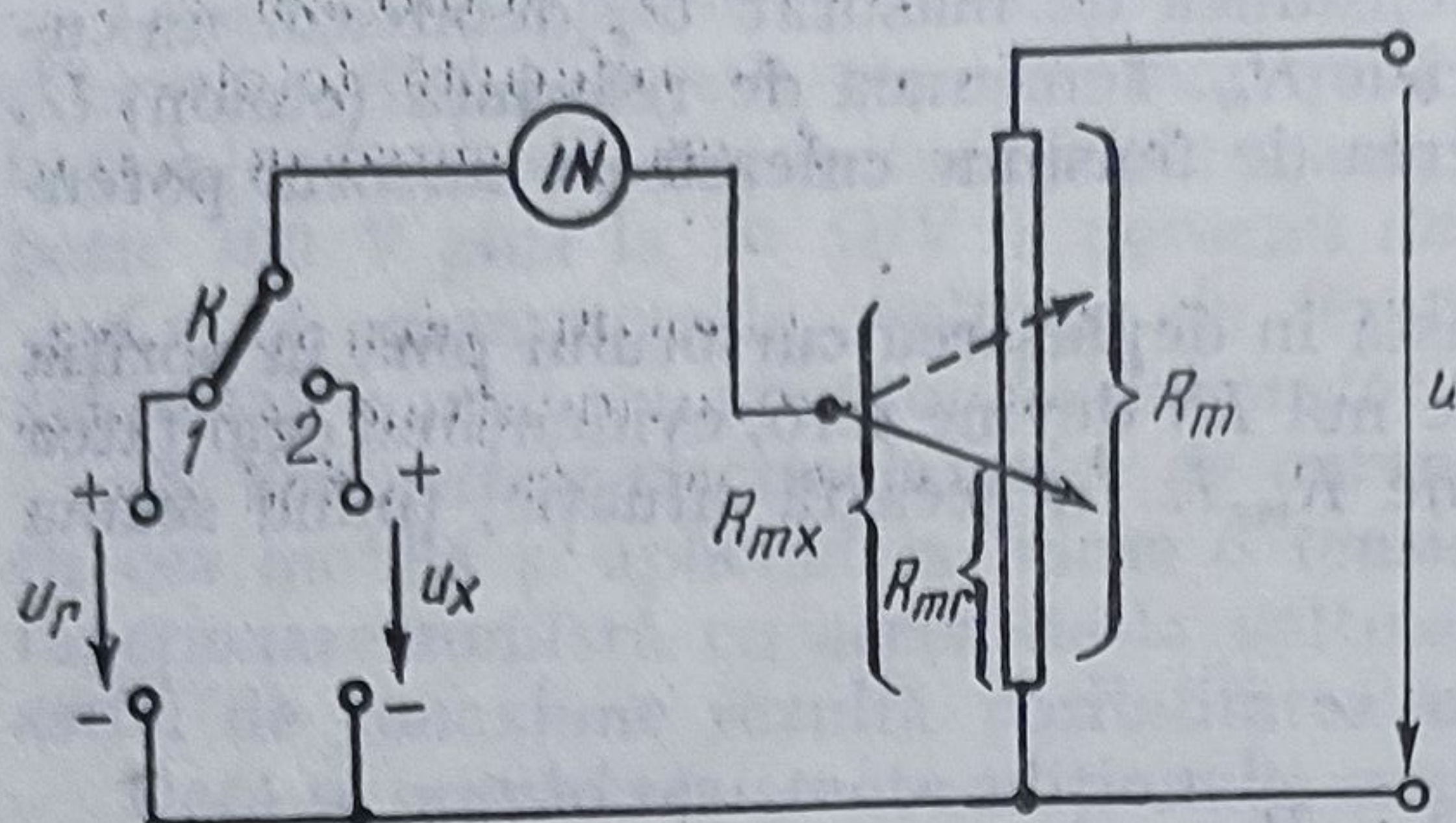


Fig. 3.21. Schema de principiu pentru compensare prin substituție.

Schema de principiu pentru compensarea prin substituție după montajul Poggendorf este reprezentată în figura 3.21.

Montajul este similar cu cel din figura 3.19, la care s-a adăugat o sursă de tensiune auxiliară  $U$ , care debitează în opoziție cu  $U_x$  și  $U_N$ . Măsurarea se efectuează în două etape:

— Cu comutatorul  $K$  pe poziția 1 se conectează  $U_r$  și se deplasează cursorul rezistenței  $R_m$  pînă cînd:

$$U_r = R_{mr} I. \quad (3.101)$$

Prin această operație se efectuează de fapt o măsurare indirectă a curentului  $I$  cu precizia corespunzătoare lui  $U_r$ .

— Se trece comutatorul  $K$  pe poziția 2, prin aceasta substituindu-se tensiunea de măsurat  $U_x$  celei de referință și se reface echilibrarea. Curentul  $I$  menținîndu-se același, rezultă:

$$U_x = R_{mx} I. \quad (3.102)$$

Făcînd raportul relațiilor precedente se obține:

$$U_x = \frac{R_{mx}}{R_{mr}} U_r. \quad (3.103)$$

Admițînd că echilibrarea în ambele cazuri a fost perfectă și aplicînd calculul erorilor expus la măsurările indirecte, eroarea relativă de determinare a tensiunii  $U_x$  va fi:

$$\left| \frac{\Delta U_x}{U_x} \right| \leq \left| \frac{\Delta R_{mx}}{R_{mx}} \right| + \left| \frac{\Delta R_{mr}}{R_{mr}} \right| + \left| \frac{\Delta U_r}{U_r} \right|. \quad (3.104)$$

Erorile relative corespunzătoare valorilor  $R_{mx}$  și  $R_{mr}$  sînt cele specificate prin clasa de precizie a potențiometrului  $R_m$  și care în mod uzual pot fi 0,05% sau 0,02%. Eroarea relativă pentru tensiunea  $U_r$  fiind de regulă de valori ce merg pînă la 0,01%, se poate obține:

$$\left| \frac{\Delta U_x}{U_x} \right| \leq 0,15 \dots 0,05 \quad [\%]. \quad (3.105)$$

Păstrîndu-se avantajul măsurării fără consum de curent se observă că pot fi măsurate și tensiuni  $U_x$  de valori mai reduse decît  $U_r$ .

Dezavantajul montajului constă în imposibilitatea verificării menținerii constante a curentului  $I$ , condiție care este indispensabilă pentru asigurarea preciziei.



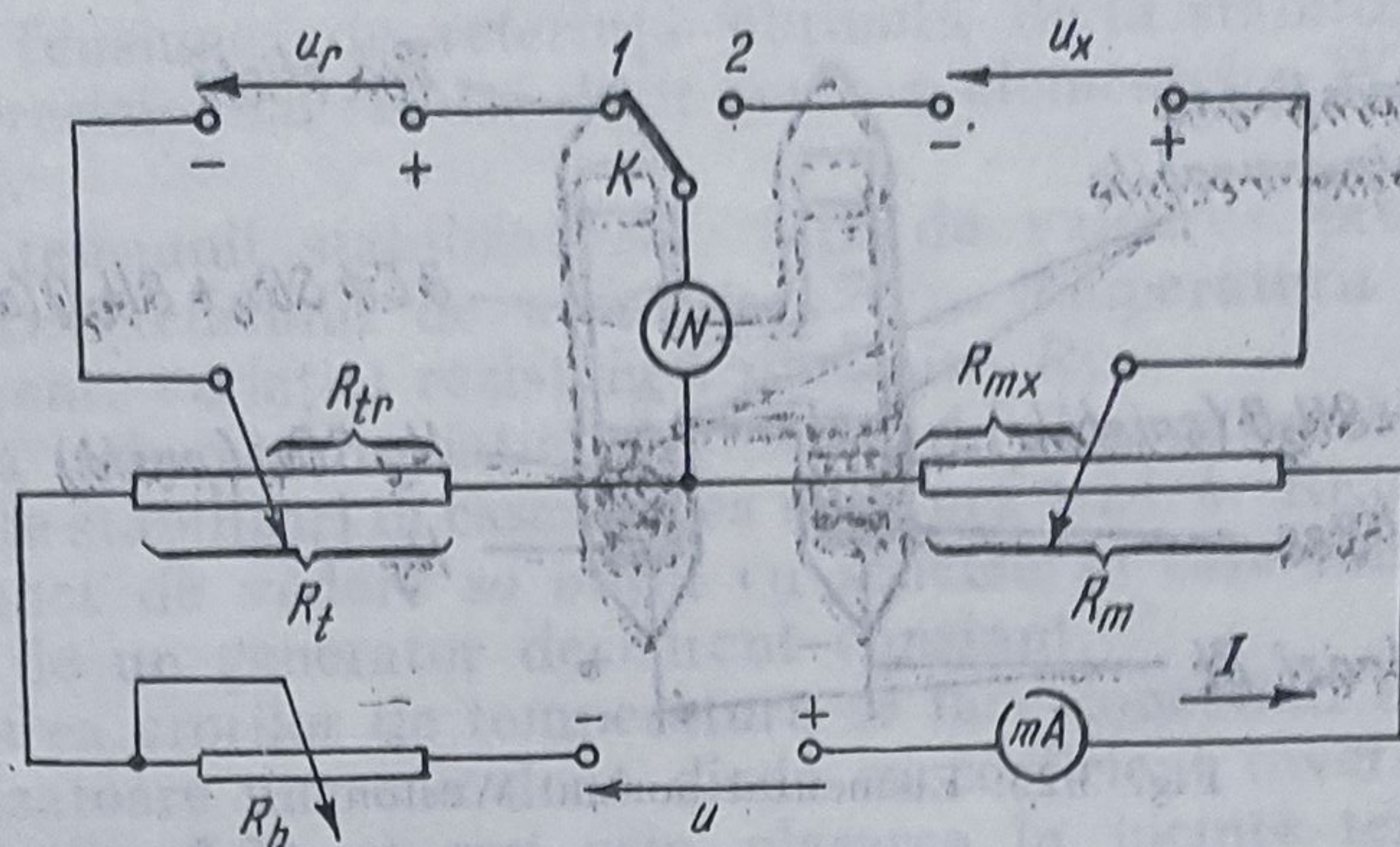


Fig. 3.22. Schema de compensare prin substituție cu tarare.

**Compensarea prin substituție cu tarare.** Eliminarea înconvenientului semnalat mai sus, precum și posibilitatea citirii directe a tensiunii  $U_x$  pe baza relației (3.102) se pot realiza folosind montajul din figura 3.22.

Măsurarea comportă și în acest caz două etape:

— Cu comutatorul  $K$  pe poziția 1 se efectuează operația de *tarare* prin care curentul se stabilește la o valoare  $I$  determinată cu mare precizie în raport de  $U_r$  (de regulă 1 mA sau 0,1 mA). În acest scop se fixează potențiometrul de tarare  $R_t$  la o valoare  $R_{tr} = 10^n U_r$ , cu  $n = 3$  sau 4 și apoi se variază  $R_h$  pînă se obține echilibrarea, situație în care:

$$R_{tr} I = U_r, \text{ astfel că } I = 10^{-n} \text{ [A]}. \quad (3.106)$$

— Trecînd comutatorul  $K$  pe poziția 2 se procedează la compensarea tensiunii  $U_x$  prin deplasarea cursorului rezistenței  $R_m$ .

La echilibru rezultă:

$$U_x = R_{mx} I = R_{mx} 10^{-n} \text{ [V]} \quad (3.107)$$

de unde se vede că valoarea rezistenței  $R_{mx}$ , la care se deplasează virgula spre stînga cu  $n$  cifre, reprezintă pe  $U_x$  (de exemplu pentru  $n = 3$  se obține  $U_x$  direct în mV).

Miliampermetrul din circuitul curentului  $I$  servește pentru supravegherea menținerii constante a acestuia la valoarea de tarare.

Indicațiile sale nu intervin în expresia valorii măsurate, rolul său fiind numai acela de a semnala necesitatea refacerii tarării. Ca urmare, nu se impune utilizarea unui aparat deosebit de precis.

Datorită avantajelor arătate, schema din figura 3.21 stă la baza construcției compensatoarelor tehnice de curent continuu, aparate utilizate în măsurări de laborator de înaltă precizie. În vederea asigurării acestei precizii, elementele constitutive ale compensatoarelor (sursele de tensiune de referință, rezistențele de echilibrare și detectoarele de nul) prezintă o serie de particularități constructive importante.

● **Surse de tensiune de referință.** Cel mai frecvent utilizate ca surse de tensiune de referință pentru compensatoare sînt *elementele normale Weston*, pile electrochimice a căror construcție este reprezentată în fig. 3.23.

Elementul normal Weston, în funcție de concentrația sulfatului de cadmiu în soluție, se realizează în două variante: *saturat* și *nesaturat*.



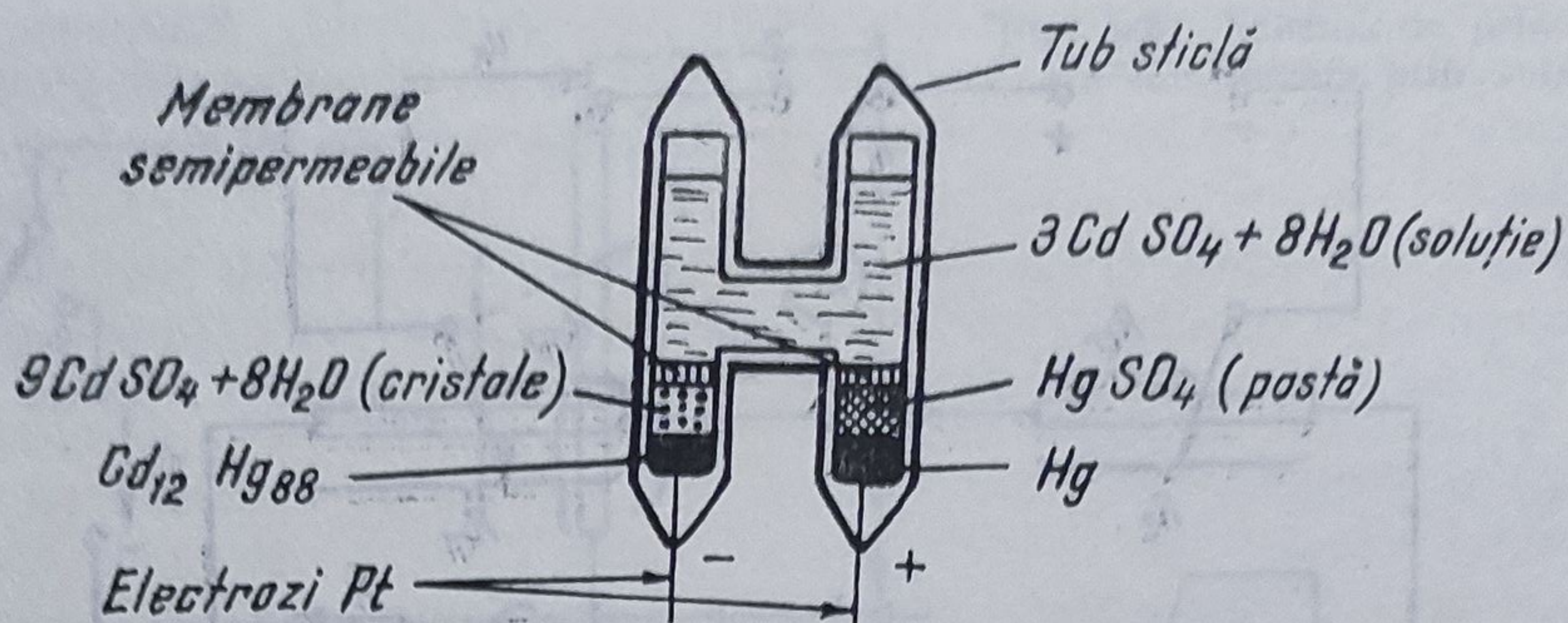


Fig. 3.23. Elementul normal Weston.

Elementele saturate constituie etaloane primare de tensiune caracterizate prin aceea că la temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$  au o t.e.m.  $E_N = 1,018646\text{ V}$ , valoare care prezintă o mare stabilitate în timp, variațiile fiind mai mici de  $50\text{ }\mu\text{V}$  pe an. Rezistența internă este de  $500 \dots 1\,000\text{ }\Omega$ , iar curentul maxim admis de  $1\text{ }\mu\text{A}$ . Variația cu temperatura a t.e.m.  $E_N$  este dată de relația:

$$E_{\theta} = E_{20} - 40,6 \cdot 10^{-6}(\theta - 20^{\circ}) - 95 \cdot 10^{-8}(\theta - 20^{\circ})^2 + 1 \cdot 10^{-8}(\theta - 20^{\circ})^3 \quad (3.108)$$

Elementele nesaturate constituie etaloane secundare și de lucru. Soluția de sulfat de cadmiu la acestea este saturată la  $4^{\circ}\text{C}$ , devenind nesaturată la temperaturi mai ridicate. Tensiunea elementelor nesaturate la  $20^{\circ}\text{C}$  ia valorile  $E_N = 1,0185 \dots 1,0195\text{ V}$ , cu variații sub  $0,01\%$  la temperaturi de  $10^{\circ} \dots 40^{\circ}\text{C}$ . Rezistența internă este de același ordin de mărime ca la cele saturate, însă admit curenți pînă la  $10\text{ }\mu\text{A}$ .

O altă categorie de surse de tensiune de referință, utilizate ca etaloane de lucru în laborator, sînt cele realizate cu diode Zener ca element stabilizator. Cîteva scheme de stabilizatoare cu diodă Zener sînt reprezentate în figura 3.24, a, b, c.

Diodele Zener se construiesc de la valori de  $1\text{ V}$  pînă la sute de volți, cele mai frecvent folosite pentru obținerea de tensiuni de referință limitîndu-se

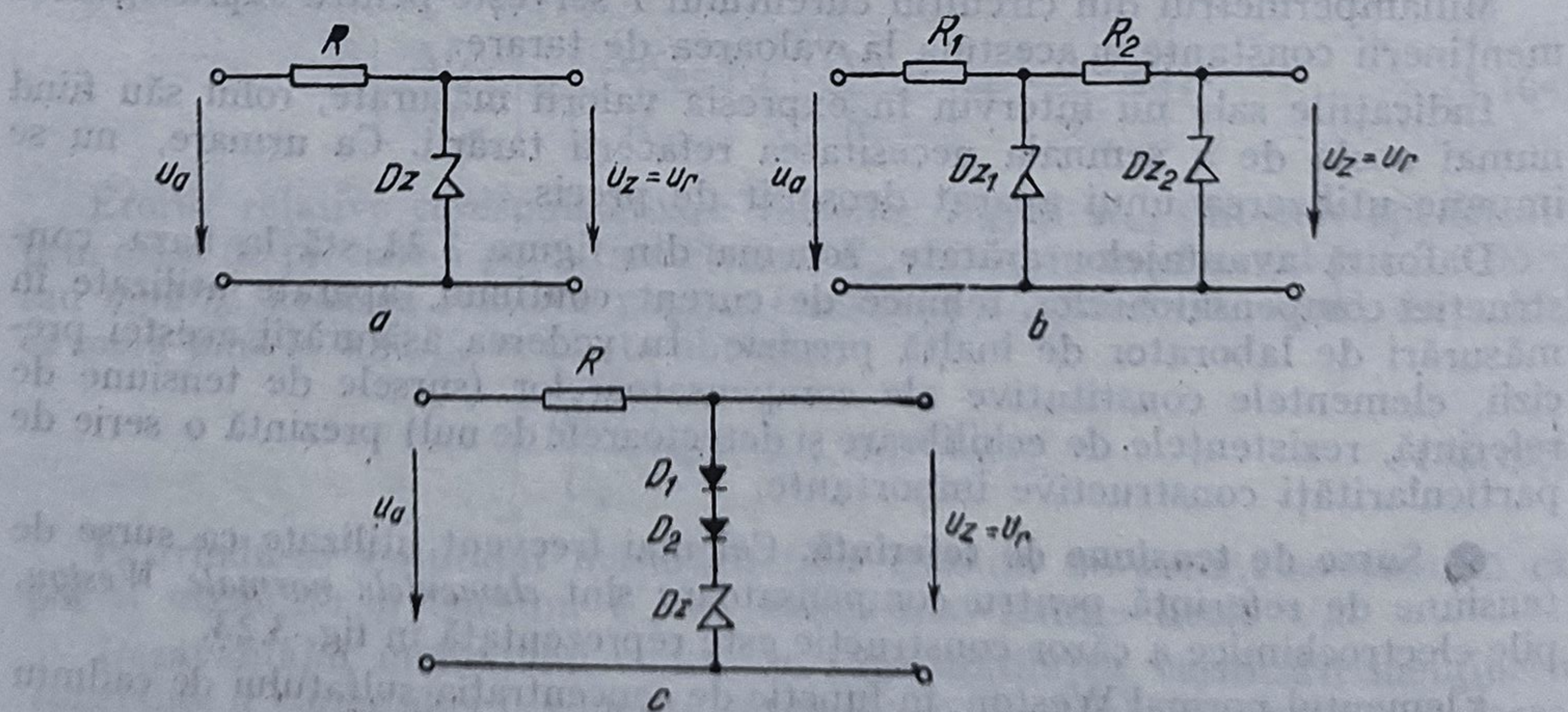


Fig. 3.24. Scheme de surse de tensiune de referință cu diode Zener.



la 10—12 V. Tensiunea de referință obținută de la stabilizatoare cu diode Zener are o precizie mai redusă decât aceea a elementelor Weston, de regulă 0,1‰...0,02‰.

Abaterea tensiunii stabilizate  $U_z$  față de valoarea prescrisă se poate datora variației tensiunii de alimentare  $U_a$ , temperaturii și, atunci când debitează curent, variației rezistenței dinamice  $R_d$ .

Reducerea influenței variațiilor tensiunii de alimentare  $U_a$  se face prevăzând mai multe stabilizări în cascadă, ca în figura 3.24, b. Rezultate superioare din acest punct de vedere se obțin cu scheme în care rolul rezistenței  $R_2$  este preluat de un generator de curent constant.

Compensarea erorilor de temperatură se face conectând în serie cu dioda Zener stabilizatoare una sau două diode cu coeficient invers de variație cu temperatura, (fig. 3.24, c), sau prin plasarea în incinte termostatate.

Întrucât aceste surse pot debita curenți de valori sensibil mai mari (zeci de mA) decât elementele normale, reducerea influenței curentului de sarcină se face printr-o amplificare în putere (repetor pe emitor sau amplificator operațional în ieșire). Prin prevederea de elemente de reglaj se pot obține tensiuni de referință variabile. Schema de principiu a unei astfel de surse este redată în figura 3.25.

Amplificatorul de eroare  $A$  împreună cu regulatorul serie  $RS$  (reprezentat simplificat ca un tranzistor) constituie un amplificator operațional. Din egalitatea curenților prin  $R_1$  și  $R_2$  rezultă:

$$U_r = \frac{R_2}{R_1} U_z. \quad (3.109)$$

Tensiunea  $U_z$  se obține de la un stabilizator cu diode Zener,  $R_1$  și  $R_2$  sînt rezistențe variabile de precizie, prima putînd lua valori în raporturile 1 : 10 : 100..., iar a doua fiind constituită din mai multe decade. Prin varierea raportului  $\frac{R_2}{R_1}$  se pot obține pentru  $U_r$  valori cu atîtea cifre semnificative cîte decade are  $R_2$ .

Tensiunea  $U_a$  este la rîndul său prestabilizată.

Există astfel de generatoare de tensiune de referință, care permit obținerea de tensiuni de ieșire variabile de 0...1 000 V (în 3...5 game) cu o rezoluție de 10 μV, precum și unele valori fixe: 1,018 V; 1,000 V și 0,019 V. Ele au termostatare internă de  $\pm 0,03^\circ\text{C}$  pe intervalul  $0^\circ\text{...}50^\circ\text{C}$ , pot debita curenți de 10...50 mA și ajung la precizia 0,02‰.

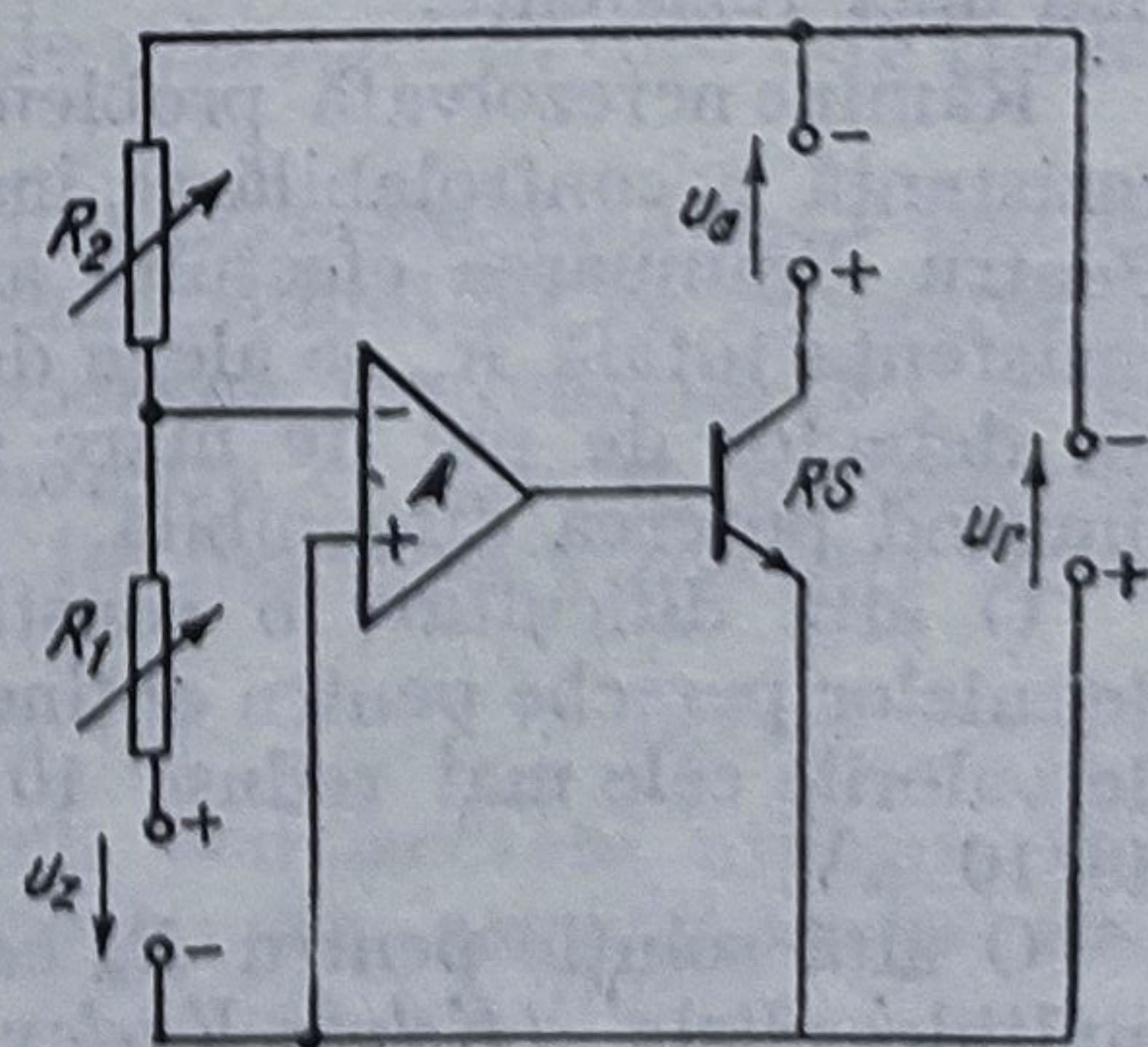


Fig. 3.25. Schema unei surse de tensiune de referință variabilă.



● **Rezistențele de echilibrare.** Utilizarea pentru  $R_m$  de potențiometre cu variație continuă comportă dificultatea indicării cu precizie a valorilor rezistenței corespunzătoare poziției cursorului pentru o gamă largă de valori. Ca urmare, se preferă folosirea de rezistențe cu prize și în locul unui cursor cu deplasare continuă o manetă care se poziționează pe aceste prize și este prevăzută cu afișarea valorilor respective. Numărul de valori discrete care se obține este destul de redus, ceea ce micșorează rezoluția. Înserierea mai multor asemenea rezistențe, cum sînt de exemplu cutiile decadice, nu asigură menținerea constantă a rezistenței totale în circuitul curentului  $I$ . Un alt inconvenient îl constituie numărul mare de contacte înseriate [care pot da naștere la tensiuni parazite inacceptabile, îndeosebi la măsurarea tensiunilor mici].

O soluție aplicată în vederea eliminării dezavantajelor de mai sus este aceea a realizării rezistențelor  $R_m$  din decade duble (Feussner), conectate așa cum se arată în figura 3.26.

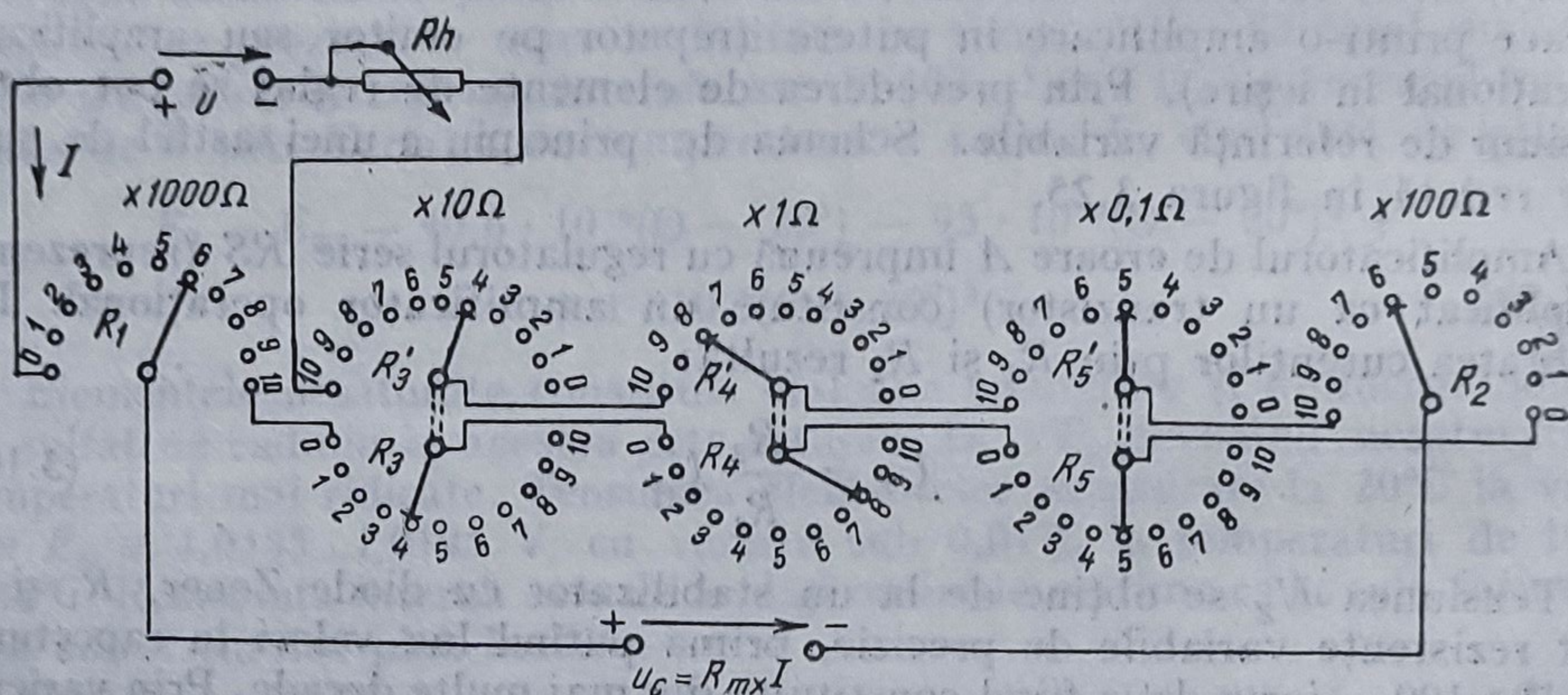


Fig. 3.26. Rezistențe de echilibrare alcătuite din decade duble (Feussner).

După cum se observă din figură se asociază două rezistențe cu prize  $R_1$ ,  $R_2$  cu șase rezistențe variabile în decade  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  — respectiv  $R_3'$ ,  $R_4'$ ,  $R_5'$ . Rezistențele decadice sînt duble (jumelate), adică acționate de aceeași manetă și înseriate astfel încît, pe oricare poziție, rezistența totală a unei perechi să rămîină constantă.

În condițiile menținerii aceleiași valori a rezistenței totale, introducînd un număr suficient de decade duble se obține o variație în limite largi și totodată o rezoluție ridicată prin alegerea convenabilă a decadei cu cele mai mici rezistențe.

Rămîne nerezolvată problema contactelor mai multor comutatoare a căror rezistență necontrolabilă se înseriază în circuitul curentului de compensare. Pentru diminuarea efectului acestor rezistențe de contact (de valori mici), rezistența totală  $R_m$  se alege de valori ridicate (zeci de  $k\Omega$ ). Aceasta implică un detector de nul de mare sensibilitate, valoarea mare a rezistenței  $R_m$  limitînd puterea disponibilă.

O altă dificultate o constituie necesitatea ajustării foarte riguroase a decadelor pereche pentru obținerea clasei de precizie de 0,02...0,01. Cu decada de valorile cele mai reduse  $10 \times 0,1\Omega$  și  $I = 0,1\text{ mA}$  se ajunge la o rezoluție de  $10\text{ }\mu\text{V}$ .

O altă soluție pentru  $R_m$  este aceea a utilizării de divizoare de tensiune multidecadiale (Kelvin-Varley), care constau din mai multe rezistențe



decadice cu prize conectate astfel încât două din secțiuni sînt șuntate de decada următoare, ca în figura 3.27.

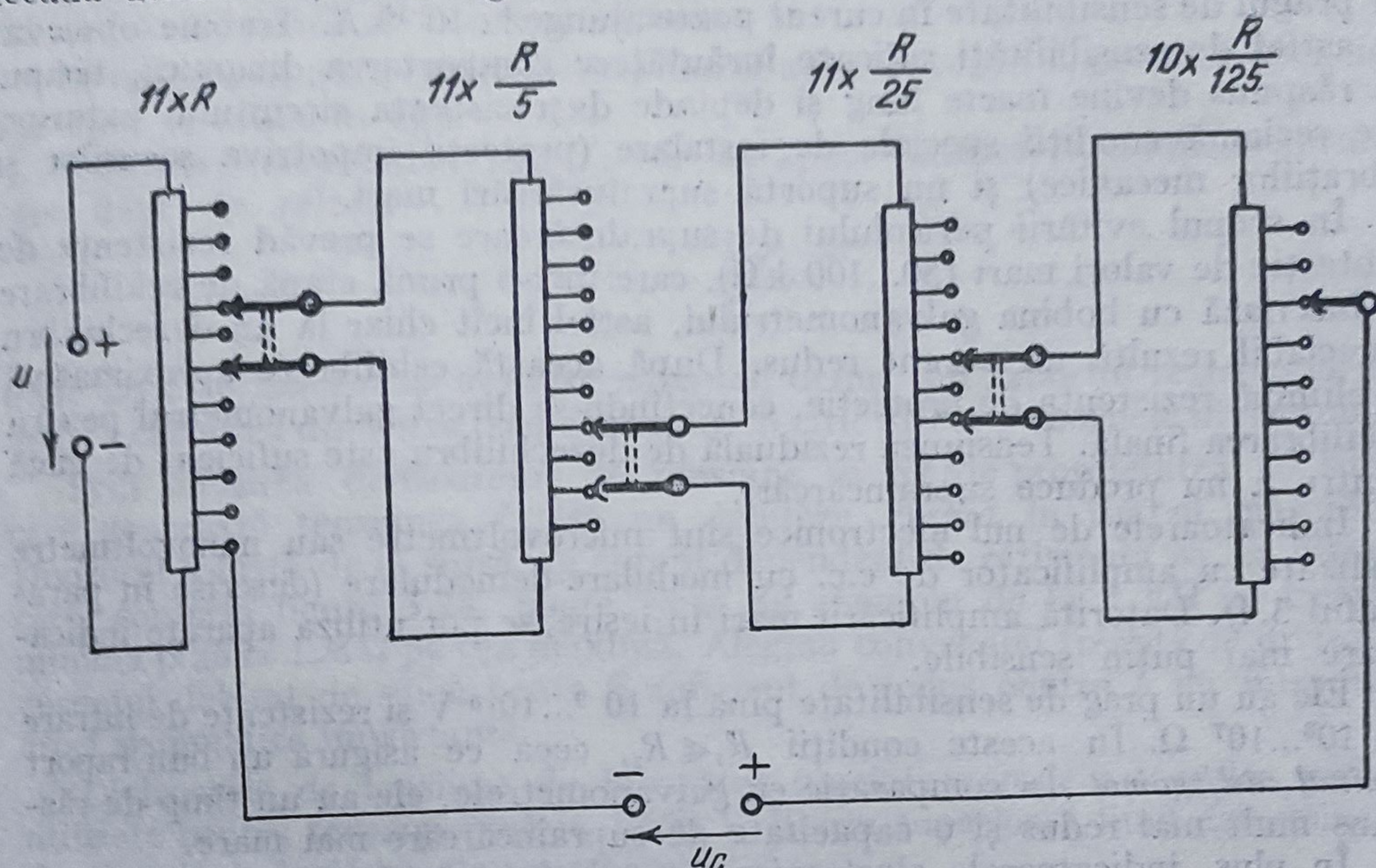


Fig. 3.27. Rezistențe de echilibrare formate din decade șuntate (Kelvin-Varley).

Rezistența unei decade este astfel aleasă încât să fie egală cu dublul unei secțiuni din decada precedentă; în acest mod, rezistența celor două secțiuni șuntate capătă valoarea corespunzătoare unei singure secțiuni.

Prin acest montaj se obține reducerea efectului rezistențelor de contact prin parcurgerea lor de curenți cu valori din ce în ce mai mici, datorită divizării pe diversele decade șuntate. De asemenea, rezultă o rezistență totală mai scăzută (sub 1 kΩ), ceea ce permite o rezoluție de pînă la 1 μV.

● **Detectoare de nul.** În scopul sesizării compensării, se utilizează aparate indicatoare pentru tensiuni și curenți foarte mici.

Detectarea corectă a echilibrării impune un prag de sensibilitate cît mai redus.

În cazul unei rezoluții limitate este indicat să se obțină un curent sau o tensiune cît mai mare aplicată detectorului pentru un același dezechilibru în circuitul de compensare. Aceasta înseamnă că trebuie să se asigure un transfer maxim de putere prin adaptarea rezistenței  $R_i$  a detectorului de nul cu rezistența echivalentă  $R_s$  a circuitului de măsurare în care este conectat ( $R_i = R_s$ ).

Dacă limitarea este condiționată de prezența zgomotului, atunci trebuie să se obțină un raport maxim *semnal util/zgomot*. Admițînd că zgomotul la intrarea oricărui aparat provine de la un generator de tensiune  $E_{zg}$  și de la un generator de curent  $I_{zg}$ , se poate demonstra că pentru optimizarea raportului *semnal util/zgomot* este necesar să fie îndeplinită condiția  $R_s =$

$$= \frac{E_{zg}}{I_{zg}} \quad [8].$$

Tipurile de aparate indicatoare de nul cele mai frecvent utilizate sînt galvanometrele magnetoelectrice și microvoltmetrele sau nanovoltmetrele electronice.



Galvanometrele magnetoelectrice de fabricație curentă (descrise în paragraful 3.1.2) permit obținerea unui prag de sensibilitate în tensiune de  $10^{-8}$  V, iar pragul de sensibilitate în curent poate ajunge la  $10^{-11}$  A. Trebuie observat că astfel de sensibilități ridicate înrăutățesc comportarea dinamică, timpul de răspuns devine foarte lung și depinde de rezistența circuitului exterior. Ele reclamă condiții speciale de instalare (protecții împotriva șocurilor și vibrațiilor mecanice) și nu suportă supraîncărcări mari.

În scopul evitării pericolului de supraîncărcare se prevăd rezistențe de protecție de valori mari (50...100 k $\Omega$ ), care într-o primă etapă de echilibrare se înseriază cu bobina galvanometrului, astfel încât chiar la un dezechilibru apreciabil rezultă un curent redus. După această echilibrare aproximativă se elimină rezistența de protecție, conectându-se direct galvanometrul pentru echilibrarea finală. Tensiunea reziduală de dezechilibru este suficient de mică pentru a nu produce supraîncărcări.

Indicatoarele de nul electronice sînt microvoltmetre sau nanovoltmetre realizate cu amplificator de c.c. cu modulare-demodulare (descrise în paragraful 3.4). Datorită amplificării mari în ieșire, se pot utiliza aparate indicatoare mai puțin sensibile.

Ele au un prag de sensibilitate pînă la  $10^{-9}$ ... $10^{-6}$  V și rezistențe de intrare de  $10^3$ ... $10^7$   $\Omega$ . În aceste condiții  $R_s \ll R_i$ , ceea ce asigură un bun raport *semnal util/zgomot*. În comparație cu galvanometrele, ele au un timp de răspuns mult mai redus și o capacitate de supraîncărcare mai mare.

În plus, indicatoarele electronice de nul sînt prevăzute cu mai multe sensibilități, ceea ce permite efectuarea de echilibrări prealabile pe scări cu sensibilitate mai scăzută.

● **Caracteristicile metrologice ale compensatoarelor de tensiune continuă.** Compensatoarele se fabrică în mod curent ca aparate de laborator și sînt caracterizate printr-o serie de indicatori ai performanțelor metrologice:

— *clasa de precizie c*, care poate lua valori între 0,0005 și 0,1 în trepte standardizate;

— *intervalul maxim de măsurare* determinat de  $R_m I$ . Compensatoarele *Feussner* uzuale, utilizînd ca sursă de referință element Weston și avînd  $R_m = 20.111$   $\Omega$ , sînt prevăzute două domenii: unul de 2 V pentru  $I = 100$   $\mu$ A și altul de 0,2 V pentru  $I = 10$   $\mu$ A;

— *rezoluția corespunzătoare intervalului de măsurare*, exprimată în  $\mu$ V. Pentru compensatoarele menționate mai sus rezoluția este de 10  $\mu$ V și respectiv 1  $\mu$ V;

— *eroarea tolerată intrinsecă (de bază)*, exprimată prin relația:

$$\Delta U_b = \pm \frac{c}{100} \left( \frac{U_c}{10} + U_x \right), \quad (3.110)$$

în care  $c$  este clasa de precizie,  $U_c$  este o valoare convențională exprimată prin partea întreagă a intervalului de măsurare (2 V, respectiv 0,2 V),  $U_x$  este tensiunea măsurată. Primul termen are semnificația unei erori de zero, iar cel de-al doilea reprezintă o eroare de proporționalitate;

— *valorile de referință ale mărimilor de influență* (temperatura și umiditatea relativă a mediului), limitele lor de variație și erorile tolerate suplimentare  $\Delta U_{sr}$ , corespunzătoare acestor limite, exprimate în procente din eroarea intrinsecă. Astfel eroarea tolerată totală este

$$\Delta U_x = \Delta U_b + \Delta U_{sr} = \pm \frac{c}{100} \left( \frac{U_c}{10} + U_x \right) \pm \frac{\Delta U_{sr}}{100}. \quad (3.111)$$



● **Extinderea intervalului de măsurare.** Pentru măsurarea unor tensiuni  $U_x$  mai mari decât limita superioară a intervalului compensatorului se utilizează *divizoare de tensiune rezistive*.

În vederea ușurării citirii rezultatului se adoptă trepte de divizare decadice, așa cum se arată în figura 3.28.

Valoarea tensiunii de ieșire  $U_e$ , care se aplică la intrarea compensatorului, este dată de relația:

$$U_e = \frac{U_x}{D_n}, \quad (3.112)$$

unde  $D_n$  este *factorul de divizare nominal*, dedus din raportul rezistenței din intrare către cea din ieșire (sau care poate fi citit direct pe bornele divizorului).

Prin folosirea divizoarelor de tensiune se pierde proprietatea ca sursa care generează tensiunea  $U_x$  să nu debiteze curent în timpul măsurării. Divizorul solicită de la sursă un curent dependent de rezistența sa în intrare care, conform figurii 3.28, poate varia de exemplu de la 1 k $\Omega$  pe treapta minimă pînă la 1 M $\Omega$  pe cea maximă. Alegînd convenabil treapta de divizare, curentul debitat de sursă poate fi suficient de redus pentru a nu introduce erori sistematice importante.

Divizoarele de tensiune de laborator asociate compensatoarelor pot fi utilizate pentru tensiuni pînă la 1 500 V, limita superioară fiind determinată de efectele de încălzire ale rezistențelor.

Prin folosirea divizoarelor rezistive se introduc erori suplimentare la măsurarea prin compensare. Aceste erori derivă din abaterile factorului de divizare real  $D_r$  în raport cu cel nominal și ele pot fi calculate din clasa de precizie  $c_D$  a divizorului care, de regulă, este foarte bună (cuprinsă între 0,0001 și 0,1).

Măsurarea tensiunii de ieșire  $U_e$  făcîndu-se la echilibrare nu există efect de șuntare, astfel că precizia factorului de divizare nu este afectată.

Eroarea tolerată totală a ansamblului divizor de tensiune-compensator se deduce din (3.111), adăugînd eroarea dată de divizor

$$\Delta U_x = \pm \frac{c}{100} \left( \frac{U_e}{10} + \frac{U_x}{D} \right) \pm \frac{\Delta U_{sr}}{100} \pm \frac{c_D}{100} U_x. \quad (3.113)$$

● **Utilizarea compensatoarelor pentru măsurarea curentului continuu.** Pentru măsurarea cu precizie a unui curent continuu  $I_x$  cu ajutorul compen-

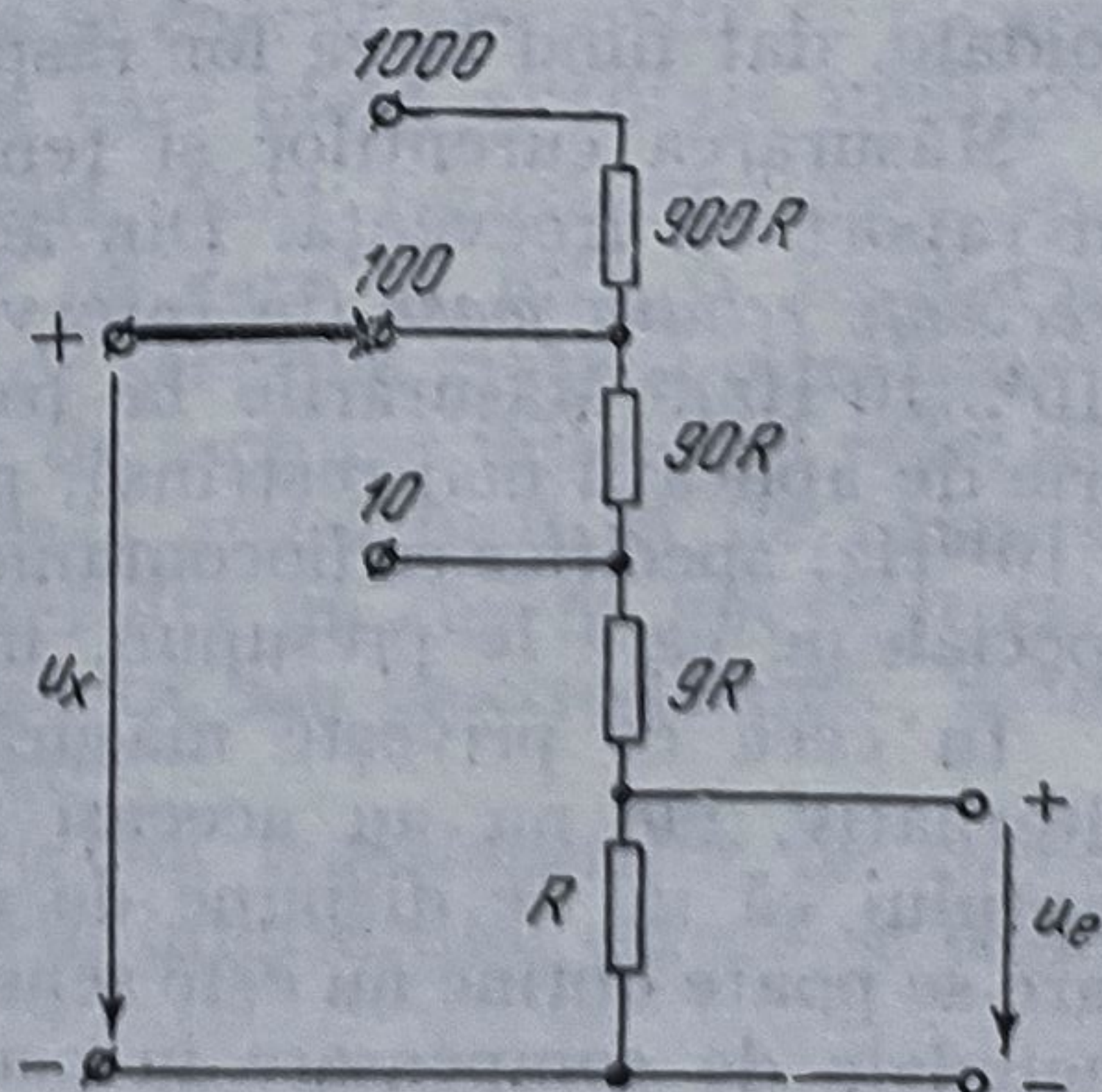


Fig. 3.28. Schema unui divizor de tensiune rezistiv;  
 $U_e$  — tensiunea de ieșire către compensator.



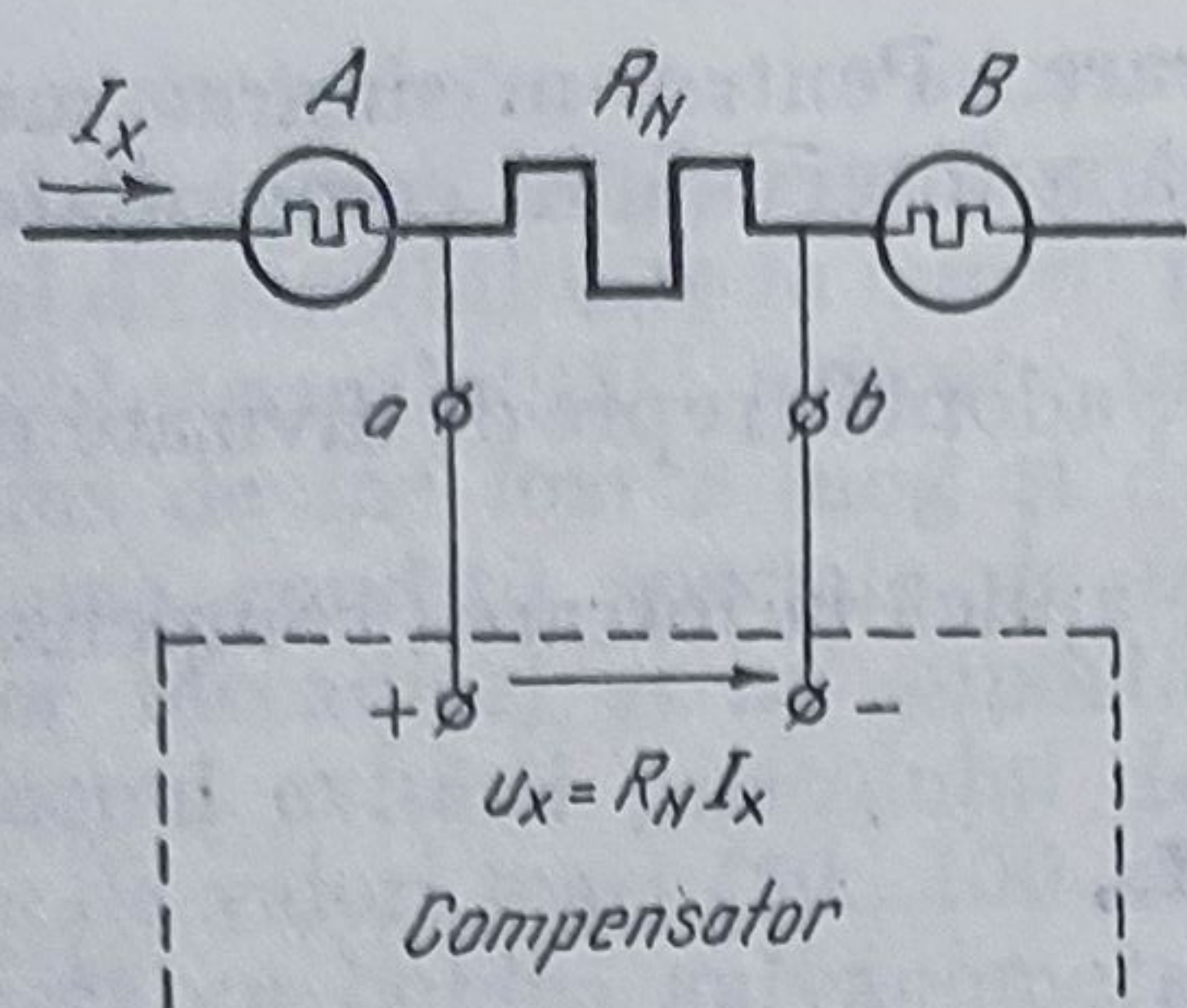


Fig. 3.29. Montajul cu rezistență etalon pentru măsurarea curentului continuu cu compensatorul.

satorului, acesta se convertește prin intermediul unei rezistențe etalon  $R_N$  într-o tensiune continuă  $U_x = R_N I_x$ , care se conectează la bornele compensatorului ca în figura 3.29.

Rezistențele etalon sînt prevăzute cu patru borne pentru utilizarea în montaj *Kelvin*: două borne ( $A$  și  $B$ ) servesc la conducția curentului principal, iar celelalte două ( $a$  și  $b$ ), la preluarea căderii de tensiune de către aparate de măsurat cu consum neglijabil, cum este compensatorul. Prin acest mod de conectare se elimină influența căderilor de tensiune pe rezistențele de contact ale legăturilor la borne.

Rezistența  $R_N$  se alege astfel ca  $U_x$  să intre în intervalul compensatorului și curentul  $I_x$  să nu producă efecte de încălzire ( $I_x \leq I_{ad}$ ). Măsurînd cu compensatorul  $U_x$  și cunoscînd pe  $R_N$  se deduce  $I_x$ . În evaluarea erorii trebuie ținut seama și de precizia rezistenței etalon  $R_N$ . Clasele de precizie ale rezistențelor etalon  $c_R$  sînt foarte bune (cuprinse între 0,1 și 10 ppm). Eroarea suplimentară  $\Delta I_x = \frac{c_R}{100} I_x$  se reduce la același ordin de mărime cu  $\frac{\Delta U_x}{R_N}$ .

### 3.3. MĂSURAREA CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR ALTERNATIVE

Considerînd curenții și tensiunile alternative ca mărimi periodice staționare, așa cum s-a arătat în paragraful 1.10.2, anumiți parametri caracteristici pot fi determinați prin măsurări statice. În acest sens, în prezentul paragraf se va trata măsurarea valorilor efective, a valorilor medii și a valorilor de vîrf.

Se va insista în principal asupra măsurării curenților și tensiunilor sinusoidale, dat fiind larga lor răspîndire în aplicații industriale și de laborator.

Măsurarea curenților și tensiunilor alternative implică rezolvări diferite în raport cu frecvența. Din acest punct de vedere se disting *măsurări la frecvențe relativ joase* (în intervalul  $10 \dots 10^4 \text{ Hz}$ ) și *măsurări la frecvențe înalte* ( $10^4 \dots 10^7 \text{ Hz}$ ). Măsurările la frecvențe foarte joase ( $10^{-3} \dots 10 \text{ Hz}$ ) avînd o arie de aplicații mai restrînsă, precum și cele la frecvențe foarte înalte ( $10^8 \dots 10^{10} \text{ Hz}$ ) specifice radiocomunicațiilor, datorită particularităților și tehnicilor speciale pe care le presupun, nu sînt abordate în acest paragraf [23], [27].

În ceea ce privește măsurările prin metode de compensare în curent alternativ, ele nu au aceeași importanță ca în curent continuu, datorită faptului că nu se dispune de un etalon de tensiune alternativă și precizia care se poate obține nu este sensibil superioară măsurărilor directe. Ca urmare, metodele de compensare în c.a. au aplicații relativ limitate (de exemplu,



la determinarea erorilor transformatoarelor de tensiune și curent pentru măsurări) și nu sînt cuprinse în acest subcapitol; pentru detalii în această privință se recomandă [8].

### 3.3.1. Ampermetre feromagnetice și electrodinamice de curent alternativ

După cum s-a arătat în paragrafele 3.1.3 și 3.1.4, aparatele feromagnetice și electrodinamice pot fi utilizate în curent alternativ, de frecvență superioară celei proprii  $f_n = 1 \dots 2$  Hz. Pentru funcționarea ca ampermetru de curent alternativ, bobinele fixă și mobilă ale aparatelor electrodinamice se înseriază la fel ca în c.c. (fig. 3.15).

În curent alternativ sinusoidal indicațiile sînt dependente de  $I_{ef}^2$ , conform relației (3.73) pentru ampermetrele feromagnetice, respectiv (3.83) pentru cele electrodinamice, ținînd seama că  $I_{1ef} = I_{2ef} = I_{ef}$ .

Această proprietate se păstrează și în cazul curenților nesinusoidali, etalonarea corespunzătoare regimului sinusoidal rămînd valabilă.

Utilizarea lor curentă se face la frecvența industrială de 50 Hz, dar domeniul de frecvență în care își mențin performanțele de la etalonare are ca limită superioară 300 Hz pentru cele feromagnetice și 1 000 Hz pentru cele electrodinamice.

Sensibilitatea și clasele de precizie sînt similare celor menționate la funcționarea ca ampermetre de curent continuu.

Ca domenii de aplicație se menționează că ampermetrele feromagnetice sînt destinate măsurărilor industriale (aparate de panou), pe cînd cele electrodinamice se folosesc numai în măsurări de laborator.

În ceea ce privește extinderea intervalului de măsurare, procedeele descrise pentru curentul continuu pot fi parțial aplicate și în curent alternativ cu unele precauții suplimentare. Astfel, la folosirea unui șunt în paralel cu bobina mobilă a aparatelor electrodinamice (fig. 3.16), acesta trebuie să posede și o inductivitate dimensionată ca să nu introducă defazarea curentului prin bobina mobilă în raport cu cel prin bobina fixă. Relația pentru îndeplinirea acestei condiții este:

$$\frac{L_s}{R_s} = \frac{L_{mi}}{R_{mi}},$$

unde  $L_s$  și  $R_s$  sînt inductivitatea și rezistența șuntului, iar  $L_{mi}$  și  $R_{mi}$  cele ale bobinei mobile.

Pentru extinderea intervalului de măsurare în curent alternativ se recurge la utilizarea transformatoarelor de intensitate care oferă avantaje multiple.

**Transformatoare de curent pentru măsurări.** Sînt transformatoare speciale constituite dintr-un miez feromagnetic pe care se află o înfășurare primară, cuprinzînd un număr redus de spire de secțiune mare și o înfășurare secundară, avînd un număr mai mare de spire de secțiune inferioară celei din primar. Dacă înfășurarea primară se conectează astfel încît să fie parcursă de curentul intens de măsurat, în secundar rezultă un curent micșorat care poate fi măsurat cu un ampermetru feromagnetic sau electrodinamic, avînd domenii ușor de realizat sub aspect constructiv.

În figura 3.30 este reprezentat schematic un transformator de curent pentru măsurare, evidențiindu-se mărimile prin intermediul cărora se deduc relațiile sale de funcționare.



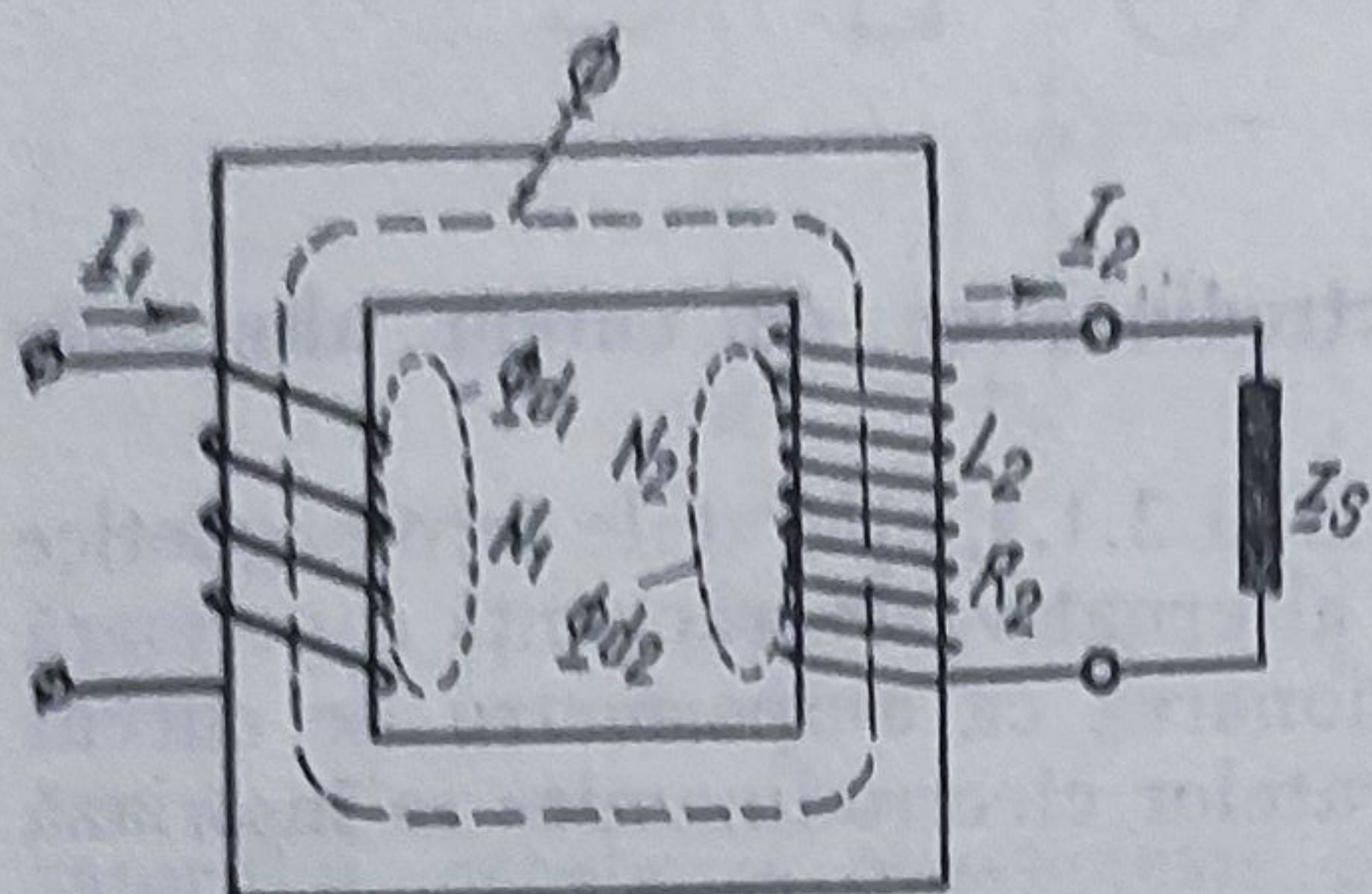


Fig. 3.30. Transformatorul de curent pentru măsurare.

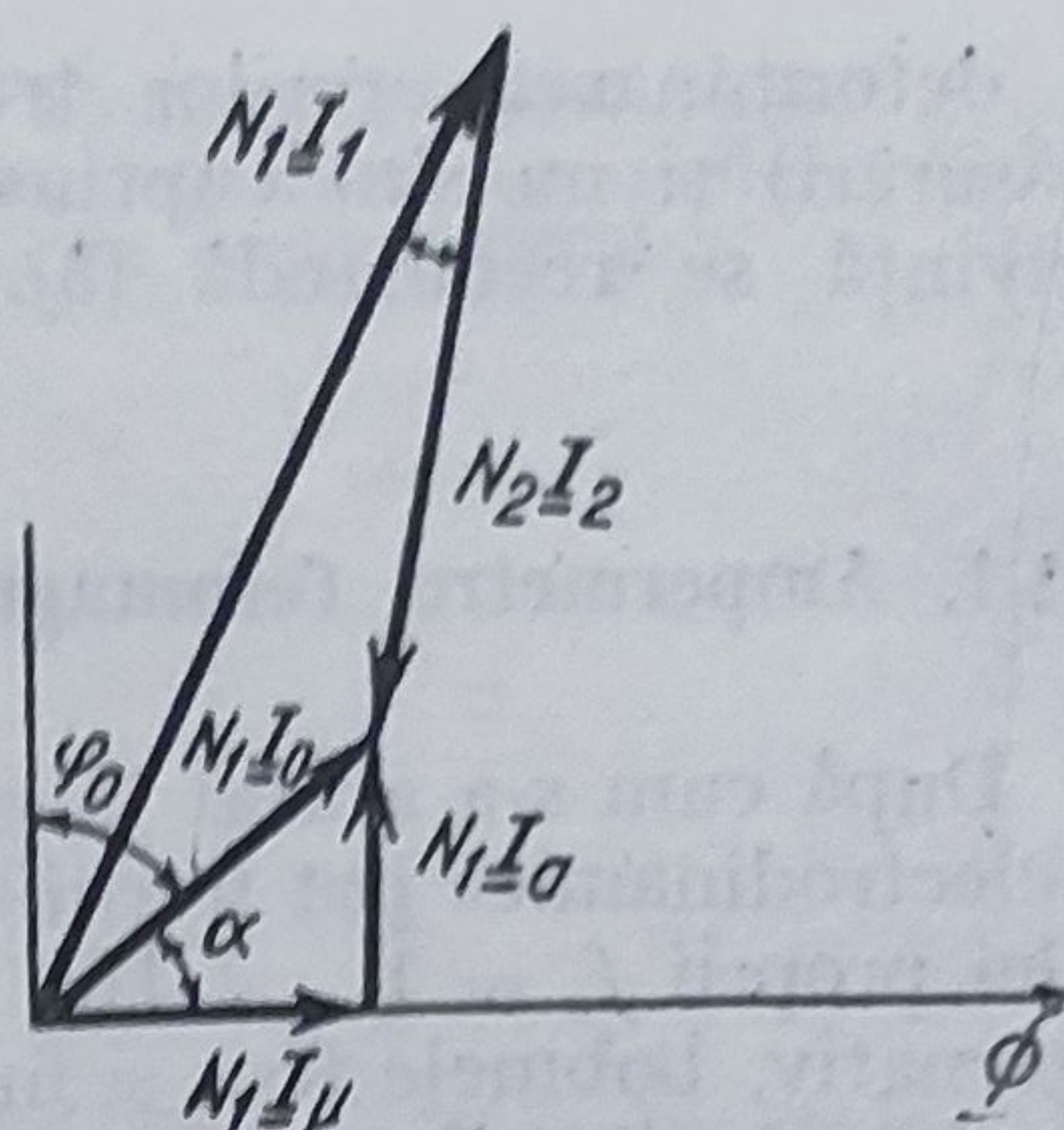


Fig. 3.31. Diagrama fazorială a transformatorului de curent.

Magnetizarea miezului este produsă de suma solenațiilor celor două bobine:

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \underline{I}_0 N_1, \quad (3.114)$$

unde  $\underline{I}_0$  are semnificația unui curent echivalent care străbătând înfășurarea primară ar determina aceeași magnetizare a miezului cu cea rezultantă din parcurgerea bobinelor de către curenții  $\underline{I}_1$  și  $\underline{I}_2$ .

Diagrama fazorială a curenților și fluxului  $\underline{\Phi}$  este trasată în figura 3.31.

Curentul  $\underline{I}_0$ , care din cauza pierderilor în fier nu este în fază cu fluxul  $\underline{\Phi}$ , se poate descompune într-o componentă  $\underline{I}_\mu = \underline{I}_0 \cos \alpha e^{-j\alpha}$  numită *componentă de magnetizare*, și o componentă perpendiculară pe flux  $\underline{I}_a = \underline{I}_0 \sin \alpha e^{j\varphi_0}$ . Unghiul  $\alpha$  se numește *unghi de pierderi*, iar  $\varphi_0$  este complementul său.

Componenta  $\underline{I}_\mu$  determină fluxul magnetic  $\underline{\Phi}$  din miez, astfel că se poate scrie:

$$\underline{I}_\mu N_1 = \underline{\Phi} \mathfrak{R}_m, \quad (3.115)$$

în care  $\mathfrak{R}_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r S_{Fe}}$  este reluctanța circuitului magnetic.

Exprimînd curentul secundar în funcție de tensiunea indusă,  $\underline{U}_2 = -jN_2\omega\underline{\Phi}$  și de impedanța totală din secundar  $\underline{Z} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_s$ , se obține:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}} = -\frac{jN_2\omega\underline{\Phi}}{\underline{Z}}. \quad (3.116)$$

Ținînd seama de relațiile (3.114), (3.115), (3.116) rezultă

$$\underline{\Phi} \mathfrak{R}_m = (\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2) \cos \alpha e^{-j\alpha} = j \frac{\mathfrak{R}_m \underline{Z}}{\omega N_2} \underline{I}_2, \quad (3.117)$$

de unde se deduce:

$$\underline{I}_1 N_1 = -\underline{I}_2 N_2 \left[ 1 + \frac{\mathfrak{R}_m \underline{Z}}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \cos (\varphi_0 - \varphi) - j \frac{\mathfrak{R}_m \underline{Z}}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \sin (\varphi_0 - \varphi) \right], \quad (3.118)$$

unde  $\varphi$  este unghiul de fază al impedanței  $\underline{Z}$ .



Ultima relație permite exprimarea raportului de transformare în curent (valori efective):

$$K_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \left| 1 + \frac{\mathfrak{R}_m Z}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \cos (\varphi_0 - \varphi) - j \frac{\mathfrak{R}_m Z}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \sin (\varphi_0 - \varphi) \right|. \quad (3.119)$$

Întrucît contribuția adusă la valoarea modulului de către termenul imaginar este neglijabilă, se poate aproxima:

$$K_I \cong \frac{N_2}{N_1} \left[ 1 + \frac{\mathfrak{R}_m Z}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \cos (\varphi_0 - \varphi) \right]. \quad (3.120)$$

Din această expresie se observă că raportul de transformare depinde de parametrii constructivi, în principal de raportul invers al numărului de spire. De asemenea el este condiționat de frecvență și de impedanța din secundar.

Relația (3.117) evidențiază faptul că transformatorul de curent funcționează cu flux variabil, ceea ce face ca permeabilitatea magnetică și deci reluctanța  $\mathfrak{R}_m$  să se modifice în funcție de valorile curenților  $I_1$  și  $I_2$ . În consecință  $K_I$ , denumit *raport de transformare real*, nu este constant în intervalul de măsurare.

În utilizarea practică a transformatoarelor de intensitate se specifică un factor de transformare nominal  $K_{In}$  reprezentat prin raportul curenților nominali ale căror valori sînt, de regulă, limitele superioare ale intervalului de măsurare  $K_{In} = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}$ .

Pentru funcționare la alți curenți decît cei nominali rezultă o diferență între curentul primar real  $I_1$  și cel dedus din raportul nominal  $I'_1 = K_{In} I_2$ . Această diferență constituie *eroarea de curent* a transformatorului și se exprimă sub formă relativă:

$$\varepsilon_{rI} = \frac{K_{In} I_2 - I_1}{I_1} = \frac{K_{In} - K_I}{K_I} \cong \frac{K_{In} - K_I}{K_{In}}. \quad (3.121)$$

Dacă se ia  $K_{In} = \frac{N_2}{N_1}$  și se ține seama de (3.120), se găsește:

$$\varepsilon_{rI} \cong - \frac{\mathfrak{R}_m Z}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \cos (\varphi_0 - \varphi). \quad (3.122)$$

Între curenții  $I_1$  și  $I_2$  există și un defazaj  $\delta_I$  care reprezintă *eroarea de unghi*. Din (3.118), neglijînd termenul dat de eroarea de curent, rezultă:

$$\delta_I \cong \text{tg } \delta_I \cong \frac{\mathfrak{R}_m Z}{\omega N_2^2 \sin \varphi_0} \sin (\varphi_0 - \varphi). \quad (3.123)$$

Pentru ca atît eroarea de curent cît și aceea de unghi să fie cît mai reduse trebuie ca numărul de spire  $N_2$  să fie cît mai mare, iar reluctanța  $\mathfrak{R}_m$  și  $Z$  cît mai mici (pentru  $Z = 0$  erorile devin nule). Ca urmare, pentru a menține erorile în limite admisibile este necesar ca impedanța aparatului de măsurat



conectat în secundar, inclusiv conductoarele de legătură, să nu depășească valori foarte reduse (la transformatoarele de curent industriale  $0,2 \dots 2 \Omega$ ).

Pentru anumite tipuri de transformatoare se dau curbe de erori ( $\epsilon_r$  și  $\delta_r$ ) din care rezultă variațiile acestora în funcție de curentul primar și de impedanța din secundar [9].

Din motivele menționate, regimul nominal de funcționare pentru care este construit un transformator de intensitate este asemănător cu al unui transformator de putere în scurtcircuit. În aceste condiții nu este admis regimul de funcționare în gol, adică  $I_2 = 0$ , ceea ce înseamnă secundarul întrerupt. Aceasta ar avea drept consecință  $I_1 = I_0$  și deci mărirea considerabilă a solenației de magnetizare (3.114) și deci a fluxului magnetic. Odată cu aceasta, tensiunea indusă în secundar crește la valori periculoase pentru izolație și pentru operator, iar miezul, datorită măririi pierderilor în fier, se încălzește atingând temperaturi ce provoacă alterarea caracteristicilor și chiar distrugerea transformatorului.

Transformatoarele de curent îndeplinesc și funcția de a asigura o separare galvanică între circuitul primar și cel secundar. Această funcție este deosebit de importantă în instalațiile energetice de tensiuni înalte, în care problema izolației devine preponderentă atât sub aspect tehnic, precum și economic.

Transformatoarele de curent de uz industrial sînt standardizate în sensul că în secundar curenții au valori nominale  $I_{2n}$  de 1 A sau 5 A, iar curenții primari  $I_{1n}$  pot fi 5 A, 10 A, 15 A, 20 A, 30 A, 40 A, 50 A, 75 A, precum și multipli zecimali ai acestora. Pe această cale se obține și o standardizare a ampermetrelor prevăzute a fi utilizate împreună cu asemenea transformatoare. Ele sînt aparate de 1 A sau 5 A, însă cu scări gradate diferit în funcție de raportul transformatorului cu care se conectează.

Clasele de precizie ale transformatoarelor de curent sînt 0,5, 1 și 3 pentru cele industriale și 0,1, 0,2 pentru cele de laborator (în construcții speciale pînă la 0,01). Aceste clase de precizie sînt date, în general, pentru frecvența industrială de 50 Hz. Erorile se mențin însă suficient de reduse pînă la frecvențe de ordinul kiloherților. La frecvențe mai înalte erorile cresc datorită capacităților parazite ale înfășurărilor și ele sînt cu atît mai importante cu cît numărul de spire este mai mare (curenți nominali mai mici).

Pentru adaptare cît mai bună la condițiile de utilizare, transformatoarele de curent, îndeosebi cele industriale, se construiesc cu mai multe înfășurări secundare, care pot fi de clase de precizie diferite [9]. Cele de laborator sînt prevăzute cu posibilitatea realizării de mai multe rapoarte de transformare prin confecționarea înfășurărilor primare și secundare din mai multe secțiuni ce pot fi conectate în serie sau în paralel, permițînd modificarea numărului de spire.

Reprezentarea în scheme a transformatoarelor de curent și a modului de conectare a ampermetrului este redată în figura 3.32.

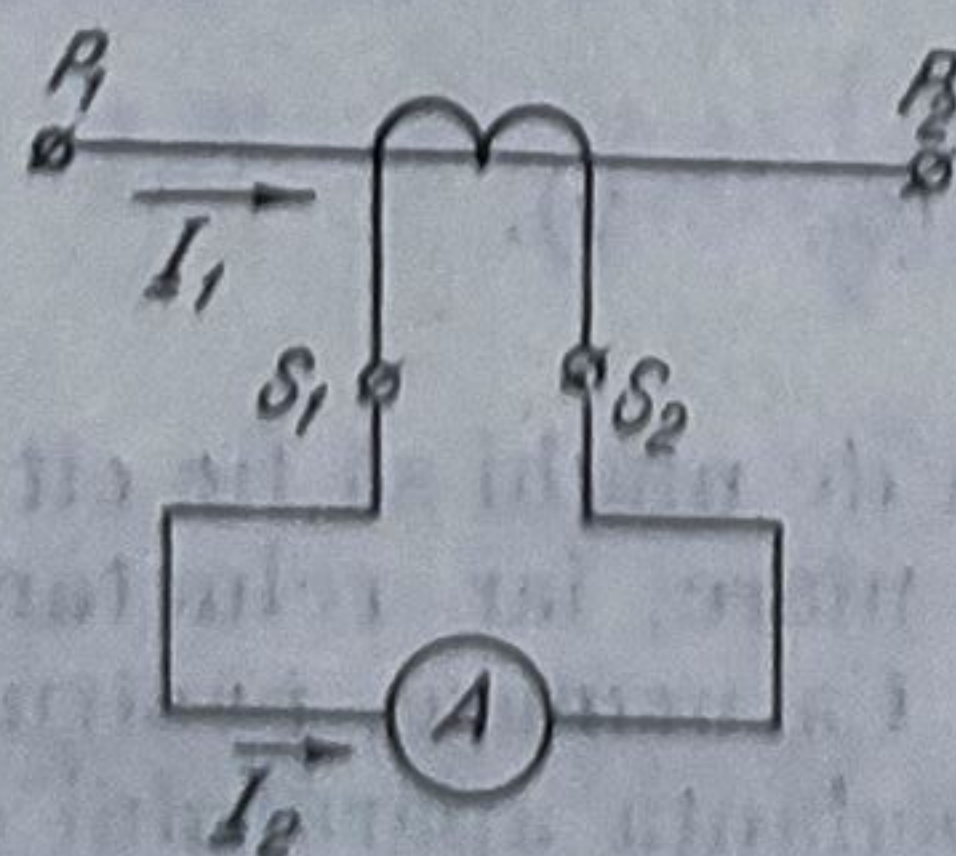


Fig. 3.32. Reprezentarea schematică a transformatorului de curent.



### 3.3.2. Ampermetre cu conversie curent alternativ — curent continuu

Aparatele magnetoelectrice, care posedă calități deosebite privind sensibilitatea, consumul de putere și precizia, nu pot fi folosite în curent sinusoidal, întrucât rezultă un cuplu activ mediu nul.

În scopul înlăturării acestui neajuns se asociază aparatele magnetoelectrice cu convertoare c.a — c.c., dintre care cele uzuale sînt circuitele de redresare și dispozitivele fir încălzitor-termocuplu.

● **Ampermetre cu circuite de redresare.** Sînt constituite dintr-o schemă de redresare cu diode semiconductoare, în cadrul căreia se înseriază un mili- sau microampermetru magnetoelectric.

Conectarea în circuitul curentului de măsurat se poate face direct, folosind șunturi pentru adaptarea intervalului de măsurare, sau prin transformator de curent care asigură și separarea galvanică.

Prin redresarea uneia sau ambelor alternanțe ale curentului sinusoidal valoarea medie a acestuia și deci cuplul activ mediu vor fi diferite de zero. Deviația, proporțională cu valoarea medie a curentului redresat, în cazul regimului sinusoidal se află într-o relație bine determinată cu valoare efectivă. Ca urmare, scara poate fi gradată astfel încît să reprezinte valoarea efectivă a curentului alternativ măsurat.

În tabelul 3.1 sînt prezentate cîteva scheme de redresare mono- și bialternanță, formele de undă și relațiile de funcționare corespunzătoare.

În schema din figura *a* din tabel dioda  $D_2$  și rezistența  $R_i$  servesc pentru a permite trecerea către impedanța de sarcină  $Z_s$  a alternanței blocată de  $D_1$  (în aceleași condiții).

Schema din figura *c* din tabel, denumită și *punte Graetz*, se realizează uneori înlocuind două dintre diode ( $D_1, D_4$  sau  $D_2, D_3$ ) cu rezistențe. Se obține o economie de diode în condițiile unei reduceri a sensibilității.

Conform relațiilor de funcționare din tabelul 3.1 rezultă că scara aparatului este liniară în valori eficace ale curentului sinusoidal. Gradațiile sînt diferite în raport cu cele ale unui curent continuu echivalent, datorită factorului de formă  $K_f$ . Ca urmare, pentru un ampermetru magnetoelectric destinat a fi utilizat atît în c.c. cît și în c.a. se prevăd scări separate (se poate ca scara să fie aceeași dacă se dispune de un comutator c.c.—c.a. a se vedea paragraful 3.4).

Din cauza diodelor care nu au caracteristici ideale,  $R_D \neq 0$  și  $R_{inv} \neq \infty$ , scara de curent alternativ nu este perfect uniformă. În special la începutul scării neuniformitățile sînt mai accentuate, rezistența  $R_D$  variînd cu  $I_{rmed}$ ; cu cît rezistența circuitului este mai mare în raport cu  $R_D$  scara devine mai uniformă.

Pentru caracterizarea calitativă a diodelor redresoare se folosește coeficientul  $K_D = \frac{I_D}{I_{inv}} = \frac{R_{inv}}{R_D}$ . Din acest punct de vedere sînt indicate diodele cu germaniu la care  $K_D = 4\,000, \dots, 6\,000$  sau diodele cu siliciu cu implantare de ioni, la care  $K_D$  are valori și mai mari.

Schemele de redresare introduc erori suplimentare determinate în principal de temperatură și de frecvență.

Errorile de temperatură se datorează faptului că  $R_D$  și  $R_{inv}$  variază cu temperatura, influențînd valoarea curentului prin aparate.



Tabelul 3.1

Ampermetre de c.a. cu circuite de redresare

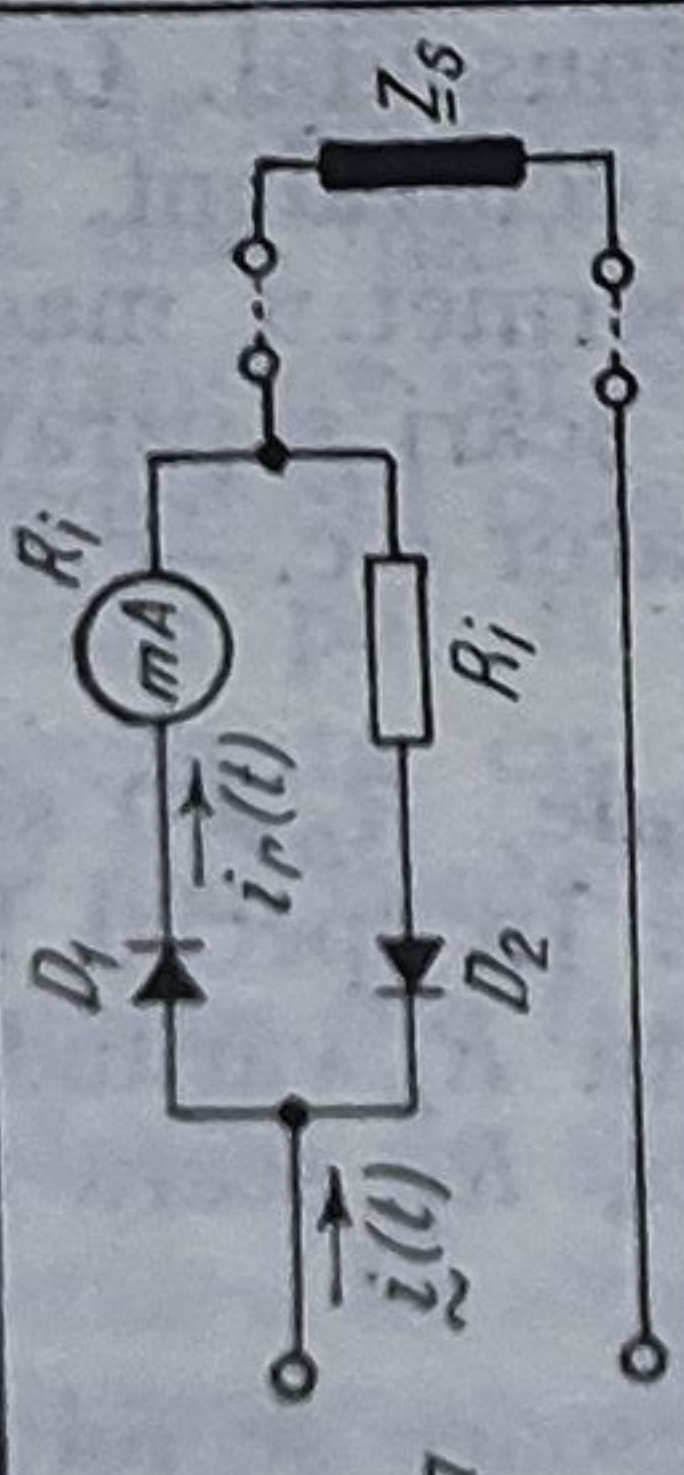
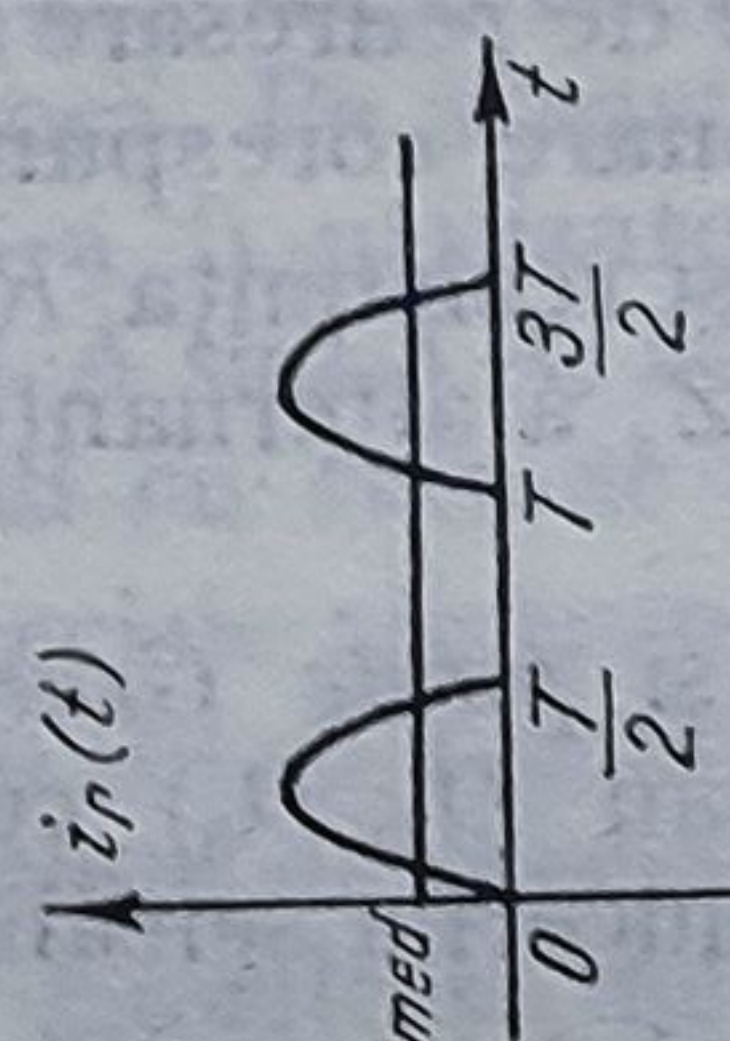
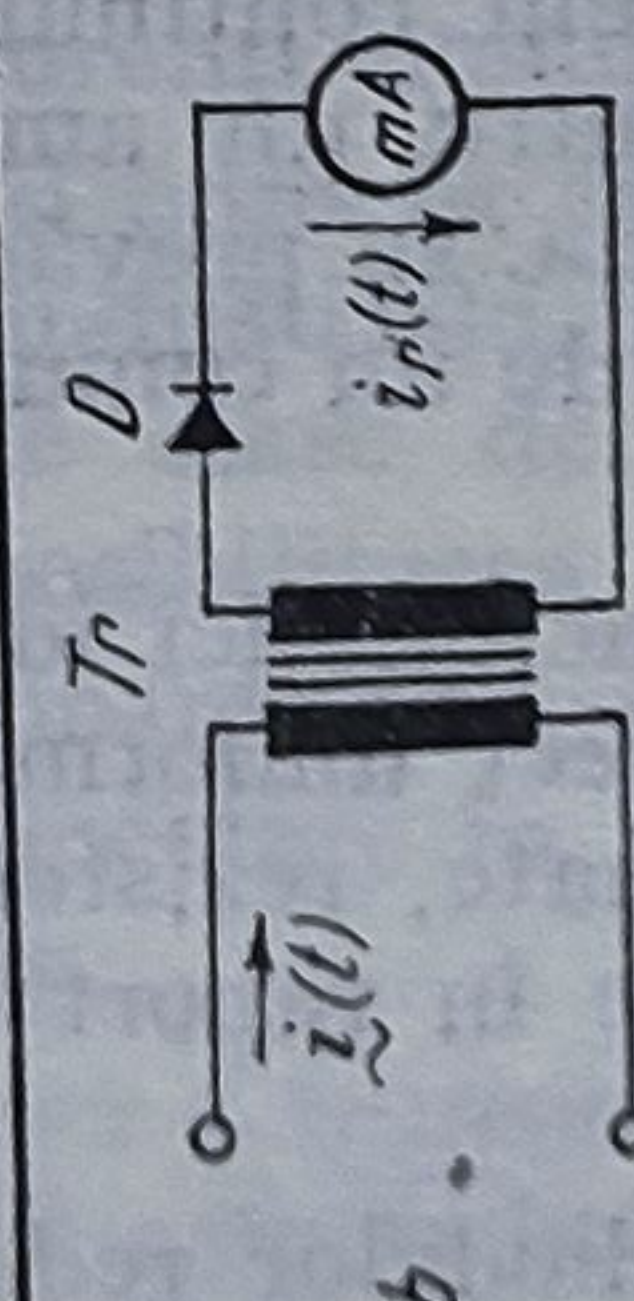
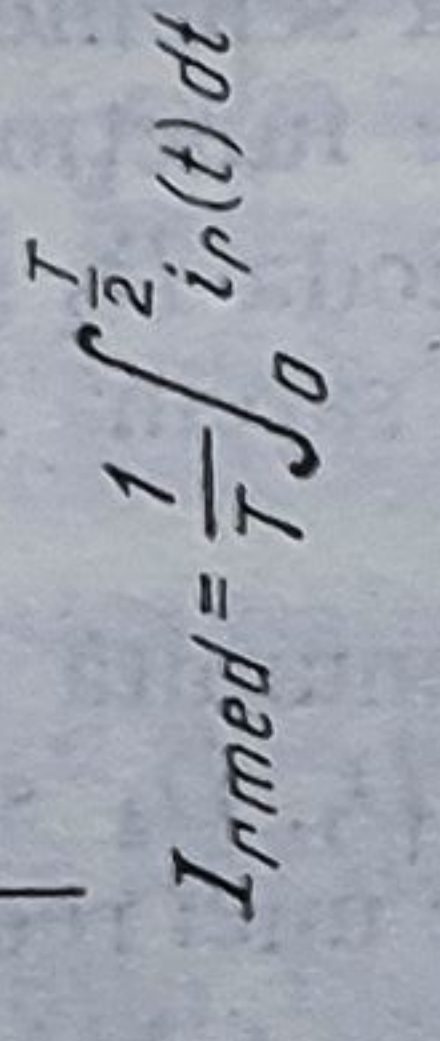
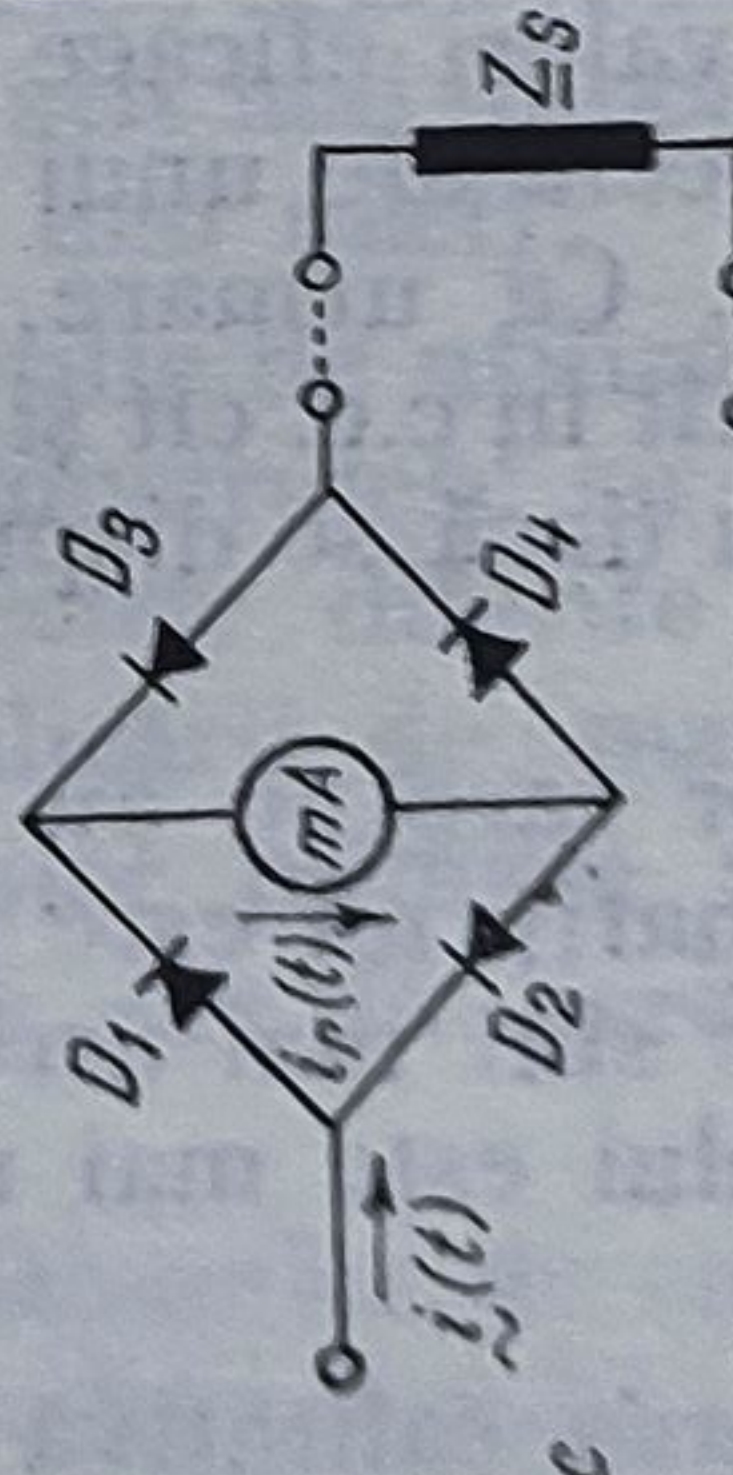
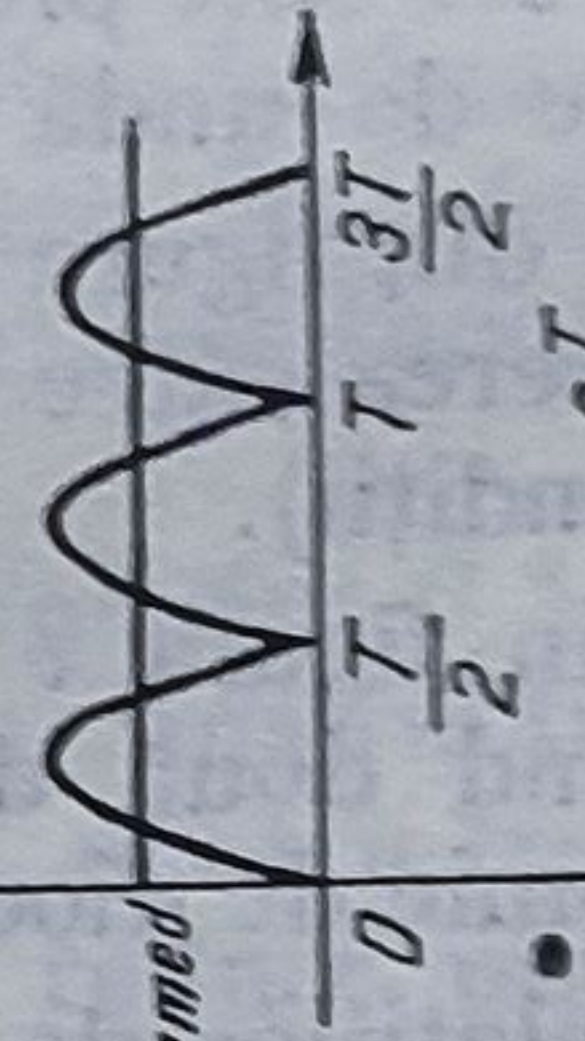
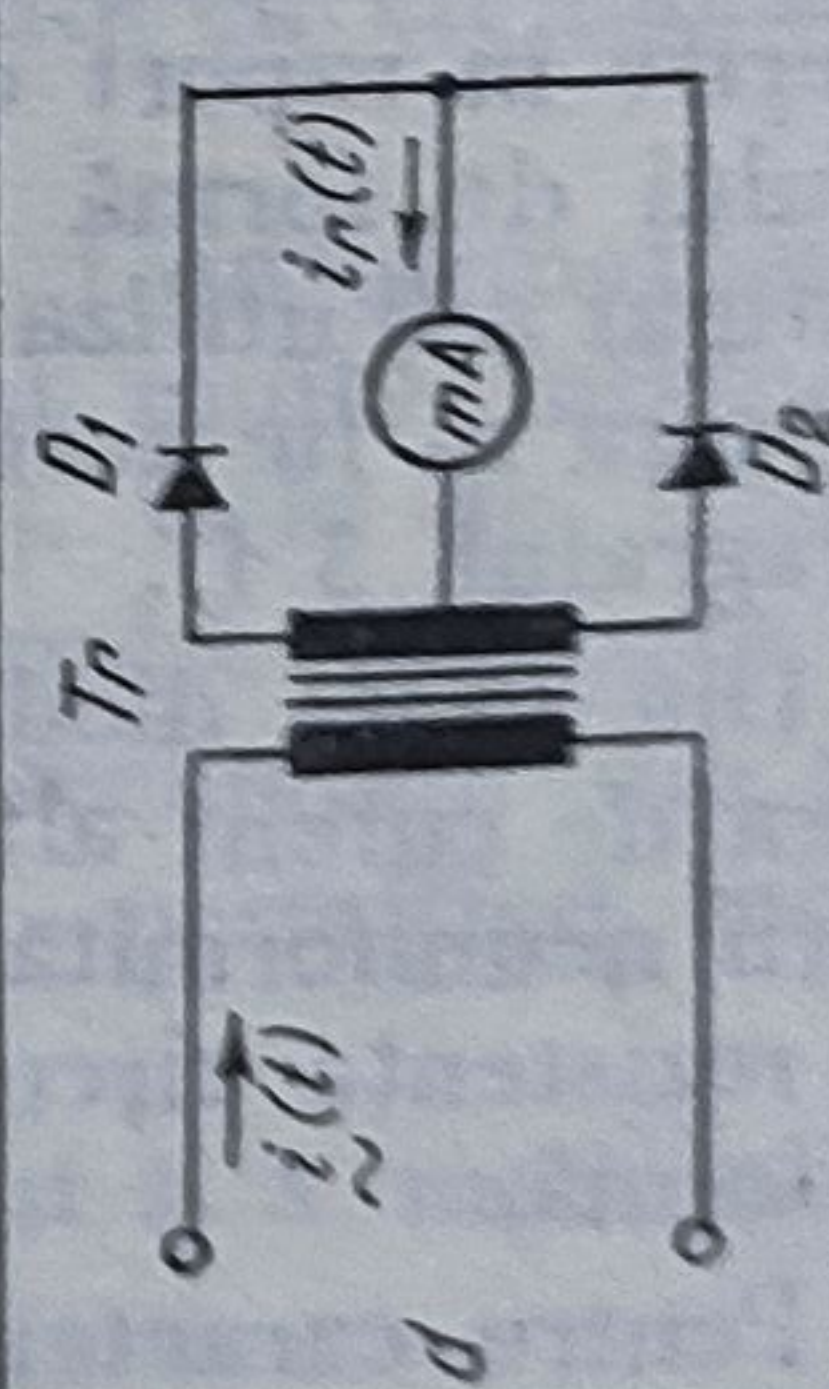
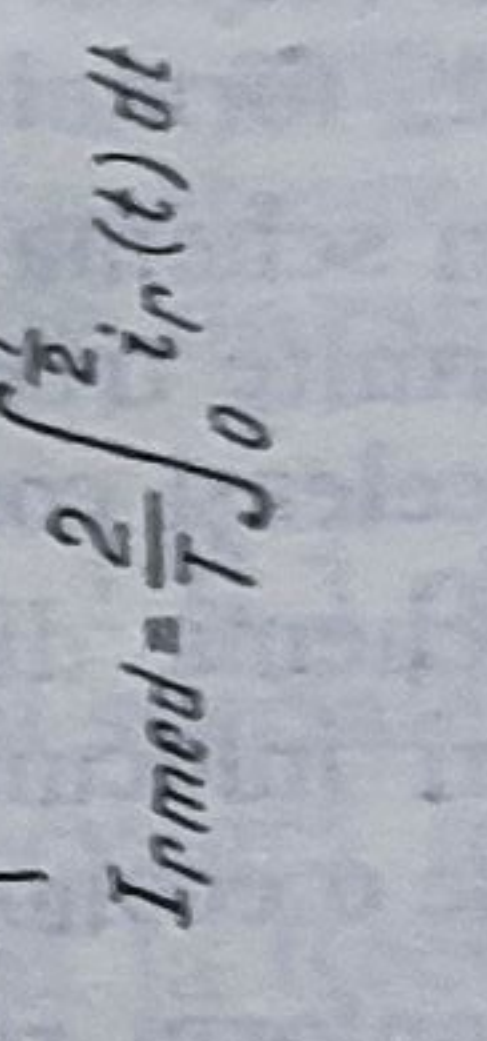
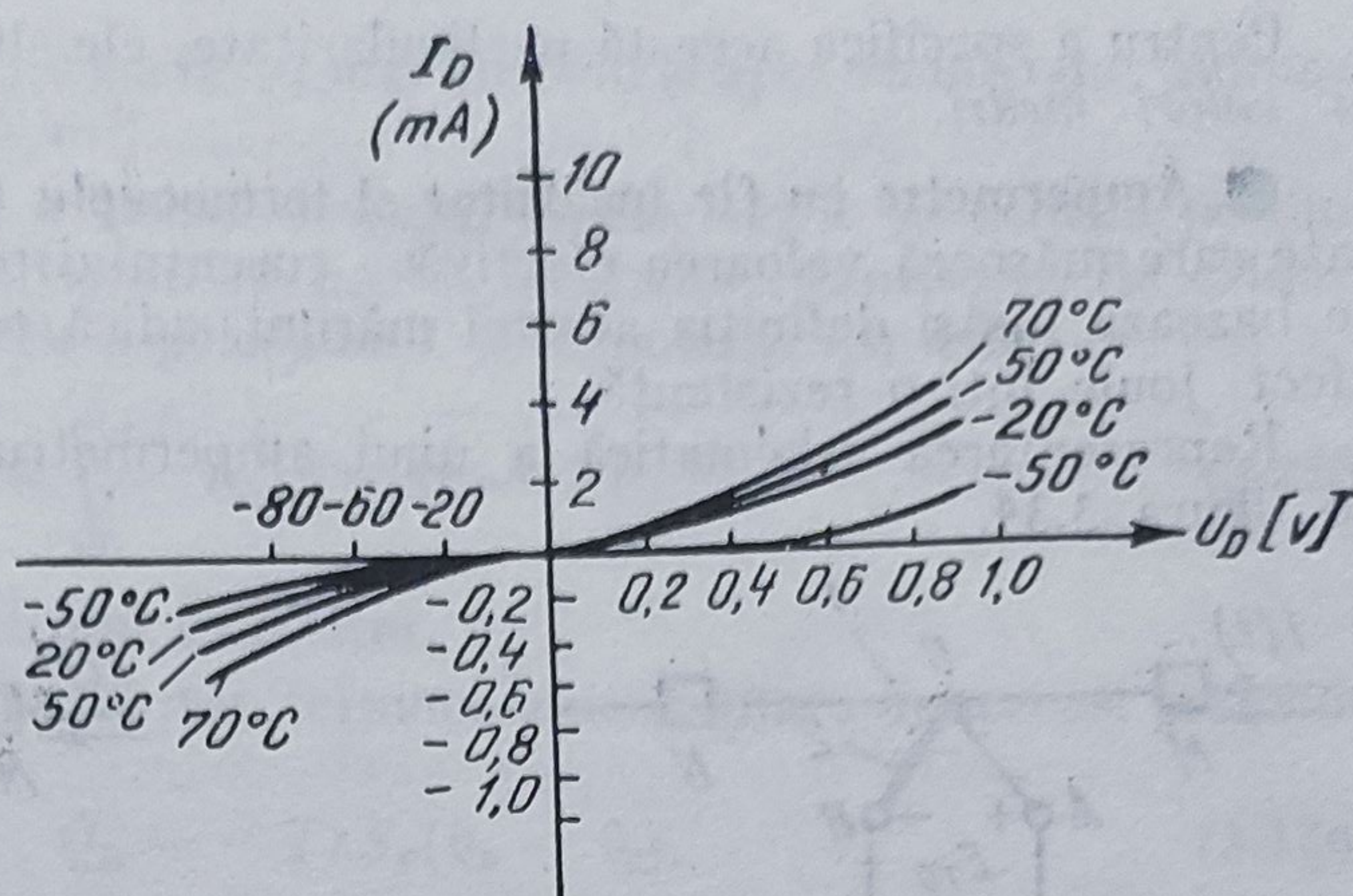
Modul de redresare	Schema	Curentul redresat	Relațiile de funcționare
Monoalternanță	 <p>a</p>	 $I_{rmed} = \frac{1}{T} \int_0^T i_r(t) dt$	<p>Curentul de măsurat: <math>i(t) = I_{ef} \sqrt{2} \sin \omega t</math></p> <p>Cuplul activ mediu:</p> $M_{amed} = \frac{1}{T} \int_0^T \phi_0 i_r(t) dt = \phi_0 I_{rmed}$
	 <p>b</p>	 $I_{rmed} = \frac{1}{T} \int_0^T i_r(t) dt$	<p>Deviația aparatului:</p> $\alpha = \frac{\phi_0}{K_r} I_{rmed} = \frac{\phi_0}{K_r} \cdot \frac{I_{ef}}{K_f}$
Bialternanță	 <p>c</p>	 $I_{rmed} = \frac{2}{T} \int_0^T i_r(t) dt$	<p>Factorul de formă: <math>K_f = \frac{I_{ef}}{I_{rmed}}</math></p> <p>- monoalternanță <math>K_f = 2,22</math></p> <p>- bialternanță <math>K_f = 1,11</math></p>
	 <p>d</p>	 $I_{rmed} = \frac{2}{T} \int_0^T i_r(t) dt$	<p>Extinderea intervalului de măsurare:</p> <p>- cu șunt <math>\alpha = \frac{\phi_0}{K_r} \cdot \frac{I_{ef}}{K_f \cdot n}; n = \frac{R_i + R_s}{R_s}</math></p> <p>- cu transformator de curent:</p> $\alpha = \frac{\phi_0}{K_r} \cdot \frac{I_{ef}}{K_f K_T}$ <p><math>K_T = \frac{I_2}{I_1}</math> raportul de transformare</p>



Fig. 3.33. Dependența de temperatură a caracteristicii unei diode redresoare cu germaniu.



În figura 3.33 se arată dependența de temperatură a caracteristicii curent-tensiune la o diodă cu germaniu.

Se observă din figură că  $R_D$  scade cu temperatura, astfel încât la o temperatură superioară celei de etalonare, pentru același curent, va rezulta o indicație mai mare.

Erorile de frecvență sînt determinate de capacitățile parazite  $C_p$  în paralel cu joncțiunea diodei. Aceste capacități parazite introduc un efect de șuntare care crește cu frecvența, micșorînd curentul prin aparatul magnetoelectric. Din acest motiv, domeniul de frecvență este limitat la 10 ... 15 kHz.

Ținînd cont de aceste erori suplimentare, clasele de precizie ale ampermetrelor cu redresoare sînt inferioare celor ale aparatelor magnetoelectrice funcționînd în c.c. (uzual sînt 1; 1,5; 2,5).

Etalonarea scării aparatelor cu redresoare fiind făcută pentru valori efective în curent sinusoidal, ele nu pot fi utilizate în curent nesinusoidal decît pentru măsurarea valorii redresate medii  $I_{rmed}$ . Valoarea efectivă a curenților nesinusoidali se poate deduce din indicația obținută pentru  $I_{rmed}$  numai dacă se cunoaște factorul de formă  $K_{fn}$  pentru curentul nesinusoidal:

$$K_{fn} = \frac{\sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}}{I_{rmed}}, \quad (3.124)$$

unde  $I_0$  este componenta continuă și  $I_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) reprezintă valorile efective corespunzătoare descompunerii în serie Fourier.

În tabelul 3.2 sînt date erorile care apar la măsurarea de curenți nesinusoidali cu un ampermetru cu redresoare care indică valoarea redresată medie, în raport cu valoarea efectivă reală a curenților conținînd diverse armonici.

Tabelul 3.2

Erorile la măsurarea curenților nesinusoidali prin redresare

Amplitudinea armonice [%]	Valoarea efectivă reală raportată la valoarea maximă	Eroarea maximă [%]	
		Numai armonica a doua	Numai armonica a treia
1	0,7071	0,02	0,34
3	0,7074	0,032	1,03
5	0,7080	0,112	1,77
10	0,7106	0,485	3,8
20	0,7211	1,93	8,5
30	0,7382	4,2	13,8



Pentru a specifica această particularitate, ele sînt denumite și *ampermetre de valori medii*.

● **Ampermetre cu fir încălzitor și termocuplu (termoelectrice).** Sînt aparate care măsoară valoarea efectivă a curentului printr-un procedeu pe care se bazează însăși definiția acestei mărimi, adică pe căldura dezvoltată prin efect Joule într-o rezistență.

Reprezentarea schematică a unui ampermetru termoelectric este dată în figura 3.34.

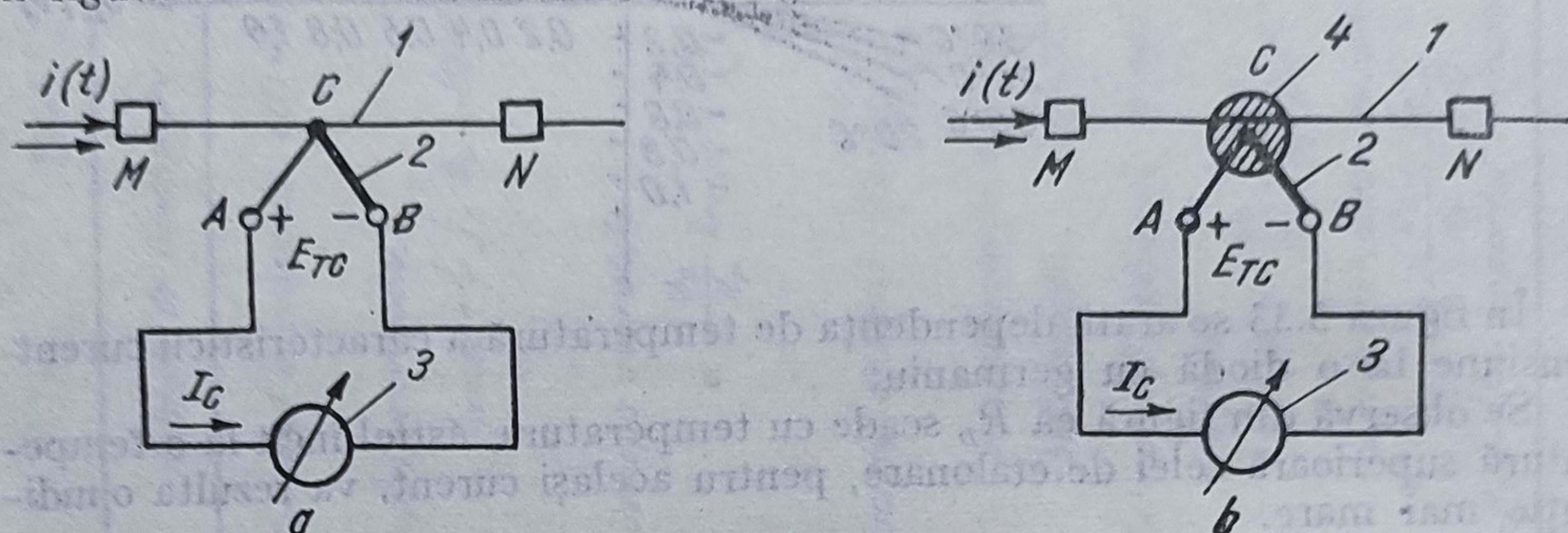


Fig. 3.34. Reprezentarea schematică a unui ampermetru termoelectric:

*a* — cu încălzire directă; *b* — cu încălzire indirectă;  
1 — fir încălzitor; 2 — termocuplu; 3 — aparat magnetoelectric; 4 — pastilă din sticlă.

Curentul periodic  $i(t)$  străbate firul încălzitor 1 confecționat din material de mare rezistivitate (constantan, manganină, crom-nichel) și de secțiune redusă, astfel încît să prezinte o rezistență suficientă pentru a se încălzi la temperatură ridicată la trecerea curentului. Termocuplul 2 este format din două metale diferite, care la o extremitate *C* denumită *joncțiunea caldă* sînt sudate, iar la celelalte capete *A* și *B* (*capetele libere*) sînt conectate la un aparat magnetoelectric 3 (milivoltmetru de c.c.). Termocuplul are proprietatea de a genera la capetele libere o tensiune electromotoare continuă  $E_{TC}$  proporțională cu diferența între temperatura  $\theta$  a joncțiunii calde și  $\theta_0$  cea a capetelor libere.

Termocuplurile uzuale sînt cu electrozi din fier — constantan, manganin — constantan, crom nichel — constantan și au sensibilități de ordinul  $\mu V/^\circ C$  (de exemplu pentru fier-constantan circa  $50 \mu V/^\circ C$ ).

După modul în care joncțiunea caldă preia căldura de la firul 1 se disting două variante: *cu încălzire directă*, la care joncțiunea *C* este în contact cu firul și *cu încălzire indirectă*, la care joncțiunea *C* este izolată electric de firul încălzitor.

Cele cu încălzire directă permit o transmisie mai bună a căldurii, dar au dezavantajul că la măsurări de curenți continui apar indicații diferite ale aparatului de măsurat în funcție de sensul curentului continuu prin firul încălzitor (căderea de tensiune  $\Delta U$  pe rezistența punctului de sudură *C*). Ca urmare, sînt preferate cele cu încălzire indirectă la care acest fenomen dispăre, dar care implică, la aceeași sensibilitate globală, un consum de putere mai mare, dat fiind randamentul mai scăzut al transmisiei calorice. În scopul creșterii sensibilității se prevăd mai multe termocupluri înseriate.

Transmisia căldurii de la fir la joncțiunea *C* se face prin conductibilitate termică. Pentru a asigura o bună transmisie a căldurii și a elimina influența unor factori perturbatori (convecția), firul încălzitor și termocuplul se introduc



într-un balon de sticlă în care s-a făcut mai întâi vid și apoi s-a introdus hidrogen sub presiune redusă ( $10 \text{ N/m}^2$ ).

Relația de funcționare a ampermetrului termoelectric se deduce pornind de la ecuația de echilibru termic al firului încălzitor. Cantitatea de căldură produsă prin efect Joule într-o perioadă  $T$  a curentului  $i(t)$  este:

$$Q_T = \int_t^{t+T} R_F i^2(\tau) d\tau = T R_F I_{ef}^2, \quad (3.125)$$

unde  $R_F$  este rezistența firului încălzitor.

Căldura transmisă mediului prin termoconductibilitate în aceeași perioadă este:

$$Q_D = -T \lambda S_F (\theta_F - \theta_0), \quad (3.126)$$

în care  $\lambda$  este coeficientul de transmisie a căldurii,  $S_F$  este suprafața de transmisie a firului,  $\theta_F$  temperatura firului și  $\theta_0$  cea a mediului.

Echilibrul termic rezultă la o temperatură de stabilizare  $\theta_{Fs}$  pentru care  $Q_T + Q_D = 0$ . Se obține astfel:

$$\theta_{Fs} - \theta_0 = \frac{R_F}{\lambda S_F} I_{ef}^2. \quad (3.127)$$

Admițând că temperatura joncțiunii  $C$  este egală cu  $\theta_{Fs}$  și cea a capetelor libere cu  $\theta_0$  se deduce tensiunea la bornele termocuplului:

$$E_{Tc} = K_{Tc} (\theta_{Fs} - \theta_0) = \frac{K_{Tc} R_F}{\lambda S_F} I_{ef}^2, \quad (3.128)$$

unde  $K_{Tc}$  este sensibilitatea termocuplului.

Relațiile (3.127) și (3.128) relevă că ansamblul fir încălzitor-termocuplu reprezintă convertorul c.a. — c.c.

Indicația aparatului magnetoelectric va fi:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{E_{Tc}}{R_c} = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{K_{Tc} R_F}{\lambda S_F R_c} I_{ef}^2. \quad (3.129)$$

Prin  $R_c$  s-a notat rezistența totală din circuitul de curent continuu.

În ipoteza că factorii  $K_{Tc}$ ,  $\lambda$  și  $R_F$  reprezintă niște constante (fenomenele considerate sînt liniare), rezultă  $\alpha = K I_{ef}^2$ , deci o scară pătratică.

La stabilirea relației de funcționare nu s-au impus restricții asupra formei de undă a curentului  $i(t)$ , astfel încît ampermetrele termoelectrice pot fi utilizate și pentru curenți nesinusoidali.

Intervalul de măsurare este condiționat de dimensiunile și rezistența firului încălzitor, de exemplu  $R_F = 4 \text{ k}\Omega$  pentru  $0,6 \text{ mA}$  și  $70 \text{ m}\Omega$  la  $10 \text{ A}$ . Realizările cele mai performante sînt pentru intervalul  $1 \dots 25 \text{ mA}$ , care permite miniaturizarea firului și a termocuplului.

Ampermetrele termoelectrice, datorită faptului că firul încălzitor este pur rezistiv, permit măsurări la frecvențe înalte, mergînd pînă la  $10^6 - 10^7 \text{ Hz}$ . Efectul pelicular este neglijabil la curenți mici pentru care firul este de secțiune redusă, iar la curenți mari firul se poate confecționa sub formă de țevă cu pereți subțiri.



Clasa de precizie a aparatelor magnetoelectrice este de regulă 2,5, întrucât trebuie avute în vedere și erorile termocuplului și cele legate de transmisia căldurii.

Un dezavantaj important al acestor aparate îl constituie capacitatea de supraîncărcare redusă, datorită firului care se deteriorează brusc la depășirea curentului maxim admisibil. Din același motiv ele au o durată de funcționare limitată. De asemenea se poate semnală ca un neajuns consumul de putere relativ ridicat.

### 3.3.3. Voltmetre feromagnetice și electrodinamice de curent alternativ

Aplicând o tensiune sinusoidală  $u(t) = U_{ef} \sqrt{2} \sin \omega t$  la bornele unui aparat feromagnetic având bobina conectată în serie cu o rezistență adițională  $R_a$ , indicația acestuia este dată de relația:

$$\alpha = \frac{1}{2K_r} \frac{dL}{d\alpha} \frac{U_{ef}^2}{(R_i + R_a)^2 + L_i^2 \omega^2}, \quad (3.130)$$

unde  $R_i$  și  $L_i$  sînt rezistența și inductivitatea bobinei.

Asemănător, pentru un aparat electrodinamic avînd bobina fixă și cea mobilă înseriate rezultă:

$$\alpha = \frac{1}{K_r} \frac{dL_{12}}{d\alpha} \frac{U_{ef}^2}{(R_{if} + R_{im} + R_a)^2 + (L_{if} + L_{im})^2 \omega^2}, \quad (3.131)$$

unde  $R_{if}$ ,  $R_{im}$ ,  $L_{if}$ ,  $L_{im}$  sînt rezistențele, respectiv inductivitățile proprii ale celor două bobine.

Relațiile precedente evidențiază posibilitatea utilizării aparatelor feromagnetice și electrodinamice ca voltmetre de valori efective. Se observă dependența de pulsația  $\omega = 2\pi f$  a acestor indicații, rezultînd că ele vor fi corecte numai la frecvența de etalonare.

Comparînd relațiile (3.130) și (3.131) cu (3.97) și (3.98), se deduce că la  $U_{ef} = U$ , indicațiile în c.a. sînt inferioarele celor în c.c. din cauza reactanțelor inductive ale bobinelor. Diferențele pot deveni neglijabile dacă  $L_i \omega \ll R_i + R_a$  și analog  $(L_{if} + L_{im}) \omega \ll R_{if} + R_{im} + R_a$ . Satisfacerea acestor condiții este importantă și în ceea ce privește asigurarea unor erori reduse într-un anumit domeniu de frecvențe. Domeniul de frecvențe este de obicei 45 ... 65 Hz. În cazul voltmetrelor de laborator el este extins la 15 ... 1 000 Hz prin prevederea de montaje de compensare în frecvență, constînd din capacități în paralel cu anumite secțiuni ale rezistențelor adiționale.

Intervalele de măsurare ale voltmetrelor feromagnetice și electrodinamice în curent alternativ, ca și celelalte caracteristici (clasele de precizie și consumurile proprii) sînt similare cu cele prezentate la funcționarea în curent continuu. Ca aparate de laborator, ele se construiesc pentru utilizare atît în c.c. cît și în c.a.

Trebuie menționat că voltmetrele electrodinamice sînt numai aparate de laborator și uneori au clasă de precizie superioară în c.a. față de aceea în c.c. (de exemplu 0,5 în c.a. față de 1 în c.c. întrucît în c.a. nu apare eroarea de histerezis).



Voltmetrele feromagnetice datorită robusteții sînt larg utilizate și ca aparate industriale de tablou de clasă 1,5 sau 2,5.

Voltmetrele feromagnetice și electrodinamice permit, prin însuși principiul lor de funcționare, măsurarea valorii efective și a tensiunilor nesinusoidale cu condiția ca rezistența adițională să fie suficient de mare, sau să fie prevăzute cu circuite de compensare a erorilor de frecvență, astfel încît armonicele superioare să nu introducă variații importante ale impedanței circuitului în care sînt conectate.

**Transformatoare de tensiune pentru măsurări.** Limitele superioare ale intervalelor de măsurare ale voltmetrelor feromagnetice și electrodinamice obținute cu ajutorul rezistențelor adiționale nu depășesc 750 ... 1 000 V din motive de izolație, consum de putere și securitatea personalului. În curent alternativ, aceste dificultăți pot fi relativ ușor depășite și limitele intervalului de măsurare extinse la valori de zeci și sute de kV folosind transformatoarele de tensiune care, în condițiile izolării galvanice, reduc tensiunile de măsurat la valori situate în intervale uzuale pentru voltmetrele de c.a.

Din punct de vedere constructiv transformatorul de tensiune este asemănător cu cel de curent, cu deosebirea că numărul de spire  $N_1$  al înfășurării primare este mult mai mare decît cel al înfășurării secundare  $N_2$ . La bornele înfășurării secundare se conectează un voltmetru de curent alternativ, care prezintă o impedanță  $Z_s$  de valoare mare.

Pentru a deduce relația de funcționare a transformatorului de tensiune, păstrînd expresiile pentru curenți și flux stabilite la transformatorul de curent trebuie obținute în plus relațiile între tensiuni.

Cu referire la figura 3.30, în care se consideră că înfășurării primare i se aplică tensiunea înaltă de măsurat  $\underline{U}_1$  (sinusoidală), iar tensiunea secundară rezultată este  $\underline{U}_2$ , pentru circuitul primar se poate scrie:

$$\underline{U}_1 = -\underline{U}_{e1} + \underline{Z}_1 \underline{I}_1, \quad (3.132)$$

unde  $\underline{U}_{e1} = -j\omega N_1 \Phi$  este tensiunea indusă de fluxul comun  $\Phi$ , iar  $\underline{Z}_1$  este impedanța la bornele primarului.

Pentru circuitul secundar, care este generator, se obține:

$$\underline{U}_{e2} = \underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2, \quad (3.133)$$

unde  $\underline{U}_{e2} = -j\omega N_2 \Phi$  este tensiunea indusă în secundar, iar  $\underline{Z}_2$  este impedanța acestuia.

Ținînd seama de relațiile (3.116) și (3.117) se deduce:

$$\underline{U}_1 = j\omega N_1 \Phi + \frac{\underline{Z}_1}{N_1} \left( \frac{\Re_m}{\cos \alpha} e^{j\alpha} + \frac{\omega N_2^2}{\underline{Z}} \right) \Phi \quad (3.134)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{e2}}{\underline{Z}} \underline{Z}_s = - \frac{j\omega N_2 \Phi}{\underline{Z}} \underline{Z}_s, \quad (3.135)$$

Eliminînd fluxul  $\Phi$  din relațiile precedente, rezultă:

$$\underline{U}_1 = -\underline{U}_2 \frac{N_1}{N_2} \left[ \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_s} - j \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_s} \frac{\underline{Z}_1 \Re_m}{\omega N_1^2 \cos \alpha} e^{j\alpha} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_s} \frac{N_2^2}{N_1^2} \right], \quad (3.136)$$



Dacă în relația precedentă se are în vedere că  $\underline{Z} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_s \approx \underline{Z}_s$ , întrucât  $Z_2 \ll Z_s$ ,  $\frac{N_2^2}{N_1^2} \ll 1$  și termenul imaginar poate fi neglijat datorită reluctanței  $\mathfrak{R}_m$  de valoare redusă, se poate face aproximarea:

$$\underline{U}_1 \approx -\frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2, \quad (3.137)$$

din care rezultă raportul de transformare (în valori eficace):

$$K_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (3.138)$$

Relațiile de mai sus sînt riguroase pentru  $Z_s = \infty$ , ceea ce corespunde regimului de funcționare în gol. Situația reală se apropie de cea ideală întrucît voltmetrele conectate la bornele înfășurării secundare au impedanță mare.

La fel ca la transformatoarele de curenți, se definește un raport nominal  $K_{Un} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}$ . Pentru alte tensiuni decît cele nominale, raportul real  $K_U$  este diferit, rezultînd o eroare de tensiune:

$$\epsilon_{ru} = \frac{K_{Un} U_2 - U_1}{U_1} = \frac{K_{Un} - K_U}{K_U}. \quad (3.139)$$

De asemenea, pe baza relației (3.136) se poate defini și o eroare de unghi  $\delta_u$ .

Erorile transformatorului de tensiune, pentru o construcție dată, depind de tensiunea primară, de frecvență și de sarcina secundară. Variațiile de tensiune în aplicațiile industriale fiind relativ reduse (10...15%), iar frecvența fiind practic constantă, sub acest aspect erorile transformatoarelor de tensiune sînt mai reduse decît ale celor de curenți. În ceea ce privește sarcina secundară, se specifică sub forma unei valori nominale  $Z_{sn}$  sau a unei puteri aparente  $S_{2n} = \frac{U_{2n}^2}{Z_{sn}}$ .

Rezultă astfel că pentru a se menține erorile în limitele tolerate, trebuie ca impedanța echivalentă a aparatelor conectate în secundar să fie  $Z_s \gg Z_{sn}$  sau, ceea ce este același lucru, consumul lor la tensiunea nominală  $S_2 = \frac{U_{2n}^2}{Z_s} < S_{2n}$ .

Transformatoarele de tensiune industriale sînt standardizate, tensiunile primare nominale exprimate în kV avînd valorile: 0,38; 0,5; 6; 10; 20; 35;  $110/\sqrt{3}$ ;  $220/\sqrt{3}$ ;  $400/\sqrt{3}$ . Tensiunile nominale secundare sînt 100 V și  $100/\sqrt{3}$  V. Factorul  $\sqrt{3}$  provine din faptul că rețelele de înaltă tensiune sînt trifazate.

Clasele de precizie ale transformatoarelor de tensiune uzuale sînt 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3. Aceste clase de precizie sînt specificate de regulă pentru frecvența de 50 Hz. În construcții speciale, utilizînd miezuri magnetice de mare permeabilitate, se poate ajunge la erori de ordinul 0,01 % la frecvențe pînă la 1 000 Hz.



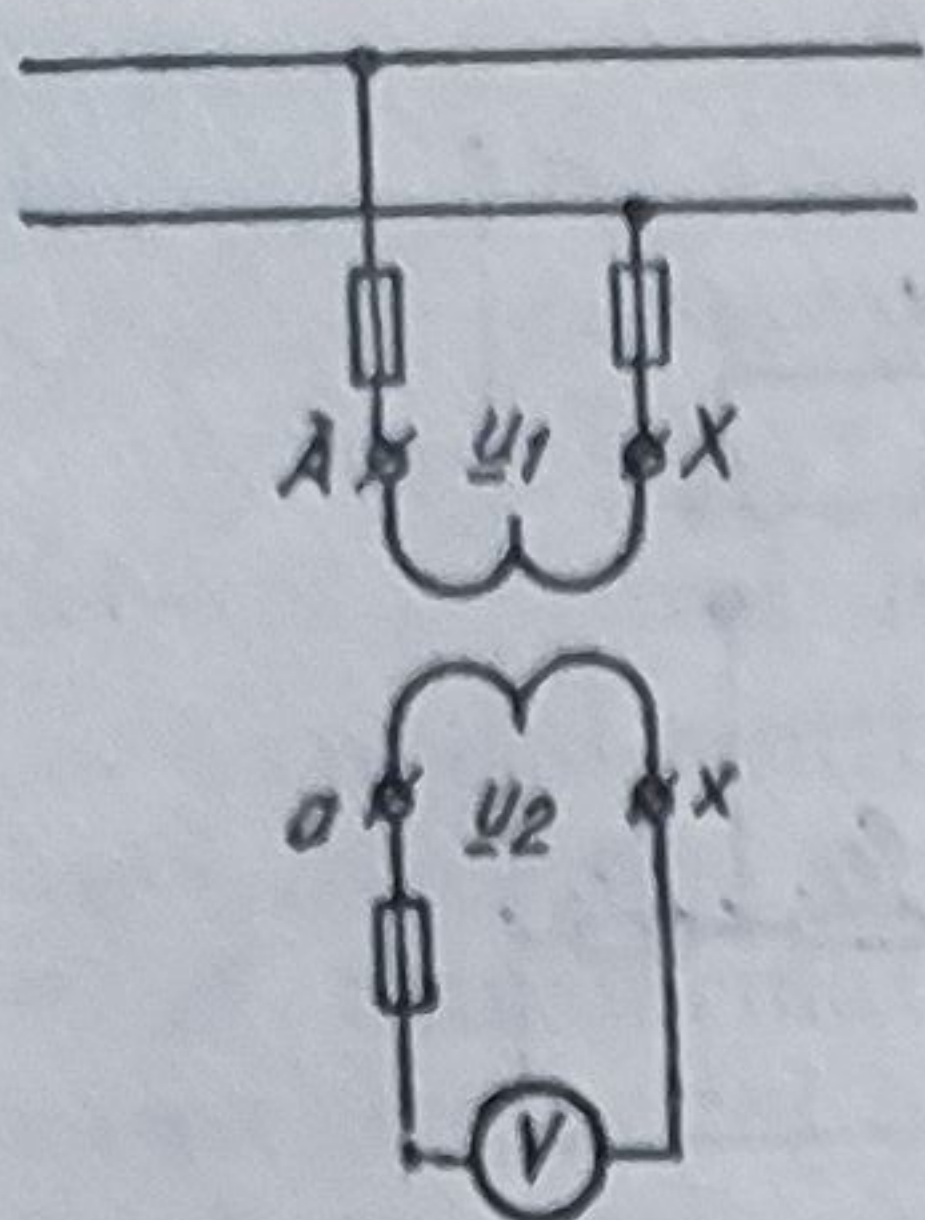


Fig. 3.35. Reprezentarea schematică a transformatorului de tensiune.

Din punct de vedere constructiv, transformatoarele de tensiune pot fi monofazate sau trifazate cu una sau mai multe înfășurări secundare.

Reprezentarea în scheme a transformatoarelor de tensiune și a modului de conectare a voltmetrului este redată în figura 3.35.

Întrucât scurtcircuitarea secundarului determină apariția de curenți importanți în primar ce pot determina distrugerea transformatorului se prevăd siguranțe de protecție.

### 3.3.4. Voltmetre cu conversie curent alternativ—curent continuu

În mod asemănător ca pentru ampermetre prin asocierea de scheme de redresare se pot folosi aparatele magnetoelectrice pentru măsurarea tensiunilor alternative.

Din punctul de vedere al schemelor de redresare, ele sînt practic identice cu cele reprezentate în tabelul 3.1, cu deosebirea că se conectează în paralel în circuitul de măsurare a tensiunii și pentru adaptare se folosesc rezistențe adiționale sau transformatoare de tensiune.

Pentru tensiuni alternative sinusoidale relația de funcționare este:

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{U_{ef}}{K_f R_e}, \quad (3.140)$$

unde  $K_f$  este factorul de formă avînd aceeași semnificație ca la ampermetrele cu redresoare, iar  $R_e = R_i + R_D + R_a$  este rezistența echivalentă totală a circuitului constînd din rezistența  $R_i$  a aparatului,  $R_D$  rezistența directă a unei diode la monoalternanță sau a două diode la bialternanță și  $R_a$  rezistența adițională. La conectarea prin transformator de tensiune intervine și raportul  $K_U$  al acestuia. În mod curent se obțin rezistențe de 300 ... 3 000  $\Omega/V$ , în construcții speciale putînd ajunge la 15 000 ... 20 000 ...  $\Omega/V$ .

Performanțele voltmetrelor cu circuite redresoare în ceea ce privește domeniul de frecvențe, clasele de precizie, scările și comportarea în cazul măsurării de tensiuni nesinusoidale sînt similare cu cele expuse la ampermetre. Din aceleași considerente ele sînt denumite *voltmetre de valoare medie*.

Uzual, voltmetrele din această categorie se construiesc ca aparate de laborator cu intervale multiple cuprinse între 3 V și 600 ... 1 000 V. Limita inferioară nu poate fi coborîtă mai jos din cauza erorilor pe care le introduc tensiunile de deschidere ale diodelor.

Voltmetre termoelectrice, cu scheme analoage ampermetrelor, nu se folosesc datorită dificultăților de realizare a rezistențelor adiționale neinductive.

## 3.4. VOLTAMPERMETRE DE CURENT CONTINUU ȘI CURENT ALTERNATIV CU DOMENII MULTIPLE

Avînd în vedere posibilitățile de utilizare a aparatelor magnetoelectrice atît pentru măsurări în c.c. cît și în c.a. sinusoidal prin prevederea de scheme de redresare, precum și modalitățile relativ simple de obținere a unor intervale



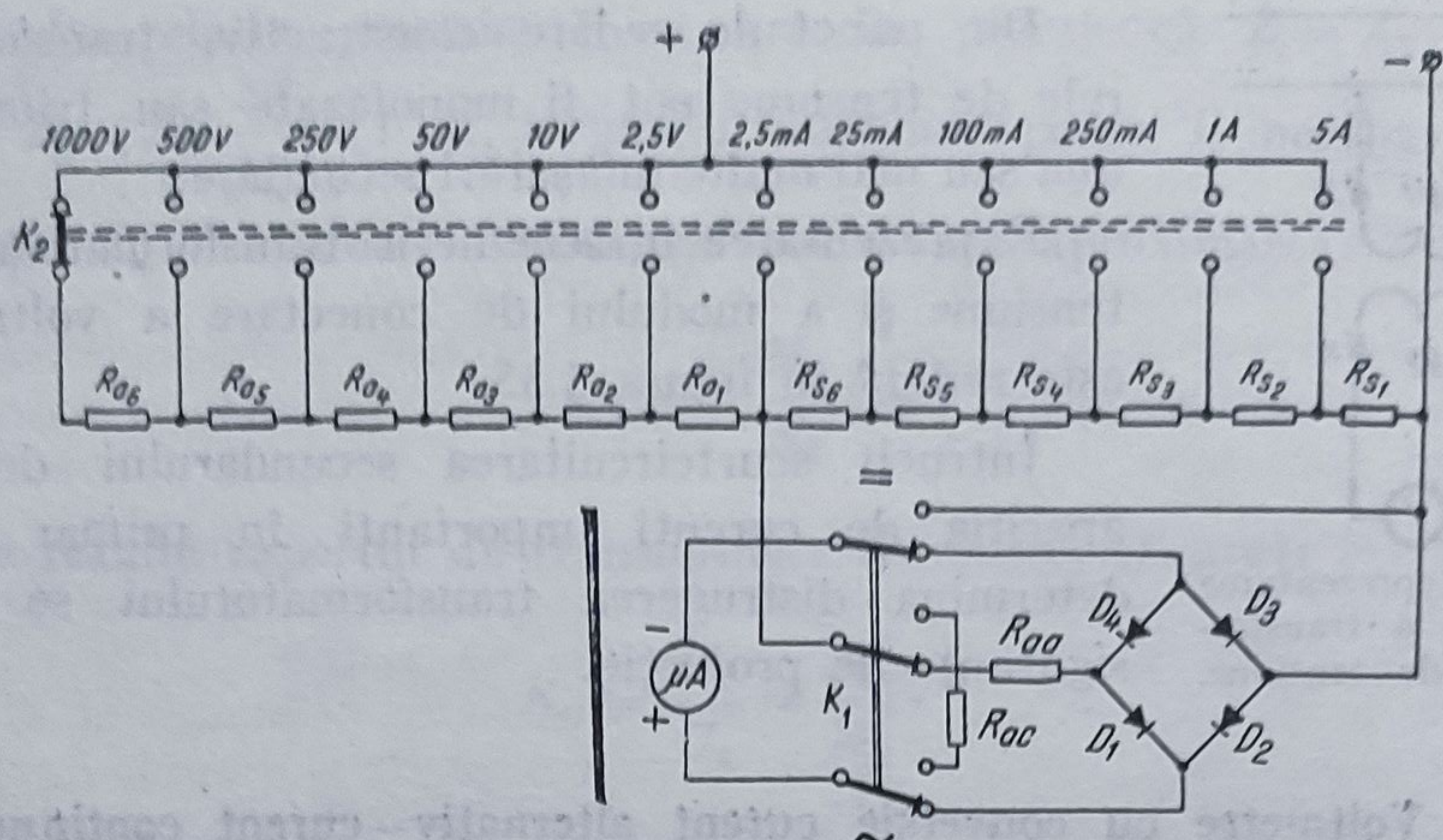


Fig. 3.36. Schema de principiu a unui voltampermetru de c.c. și c.a. cu domenii multiple.

multiple de măsurare pentru curenți și tensiuni, o categorie de aparate larg răspândite sînt așa-numitele **multimetre**. Ele sînt destinate unor măsurări puțin pretențioase ca precizie, dar simplu de efectuat.

În figura 3.36 este reprezentată schema de principiu a unui voltampermetru de c.c. și c.a. avînd șase game de curent și de tensiune.

Comutatorul  $K_1$  servește la introducerea sau excluderea punții de redresare după cum se are în vedere efectuarea de măsurări în curent alternativ sau în curent continuu. Alegerea mărimii (tensiune sau curent) și a intervalului de măsurare convenabil se face prin comutatorul  $K_2$  care conectează în circuit rezistențele adiționale sau șunturile corespunzătoare.

Schema prezentată avînd rezistențele și șunturile aceleași atît în c.c. cît și în c.a. asigură clasele de precizie 1,5 în c.c. și 2,5 în c.a.

Multimetre de construcții speciale, cu rezistențe adiționale și șunturi separate pentru c.c. și c.a., prevăzute cu scheme de compensare a erorilor de temperatură și de frecvență, conduc la performanțe superioare: clasa de precizie 1 și respectiv 1,5, limite inferioare mai coborîte, consumuri de putere reduse ( $16\,000\ \Omega/V$  în c.a. și  $50\,000\ \Omega/V$  în c.c.), domenii de frecvență de 20 Hz... 20 kHz.

Alături de funcțiile menționate, multimetrele cuprind și scheme care permit măsurări de rezistențe sau de capacități prin metode indirecte, bazate pe dependența curentului de valoarea rezistenței sau reactanței.

### 3.5. MĂSURAREA CURENȚILOR CONTINUI INTENȘI CU SEPARAREA GALVANICĂ A CIRCUITULUI DE MĂSURARE

Într-o serie de aplicații industriale cum sînt acționările electrice, electro-liza etc. apare necesitatea măsurării unor curenți continui intenși, la tensiuni ridicate care impun izolarea galvanică a circuitului aferent aparatului de măsurat. Separarea galvanică în c.c. este mai dificil de realizat decît în c.a., întrucît nu se dispune de un flux magnetic variabil care să permită utilizarea transformatoarelor de curent alternativ. Ținînd cont de avantajele pe care le oferă acestea din punctul de vedere al izolării, au fost imaginate dispozitive



similare constructiv, ceea ce a făcut să fie denumite *transformatoare de c.c.*, dar care funcționează pe un alt principiu și anume pe dependența neliniară a fluxului de curentul de magnetizare printr-o bobină cu miez feromagnetic [38].

În figura 3.37 este prezentată o schemă de măsurare a curenților continui intenși folosind două transformatoare de c.c.

Curentul continuu de măsurat  $I_c$  străbate bara  $B$  care îndeplinește rolul unei înfășurări primare cu o singură spirală. Înfășurările secundare ale celor două transformatoare, străbătute de curentul alternativ secundar  $i_2$  sînt conectate astfel încît sensul de parcurgere să fie opus. Rezultă astfel în cele două miezuri cîmpuri magnetice compuse din suprapunerea cîmpului continuu dat de curentul  $I_c$  cu cel alternativ dat de  $i_2$ .

Presupunînd tensiunea alternativă  $u_{2a}$  de valoare efectivă constantă și considerînd neglijabile rezistența echivalentă  $R_2$  a circuitului secundar (aproximare justificată, sarcina principală fiind ampermetrul) și inductivitatea  $L_{2a}$  a înfășurării secundare a transformatorului de alimentare, rezultă că valoarea curentului  $i_2$  depinde în mod esențial de cele două transformatoare de c.c. care se comportă ca reactanțe inductive dependente de  $I_c$ .

Miezurile sînt confecționate din aliaje fero-nichel caracterizate prin cîmp coercitiv foarte redus și curba  $B = f(H)$  apropiată de forma rectangulară (idealizată), reprezentată în figura 3.38.

În absența tensiunii  $u_{2a}$  magnetizările celor două miezuri sînt date numai de cîmpul  $H_c$  produs de curentul continuu  $I_c$  (punctele  $M_1, M_2$  de pe curba din figura 3.38). Prin aplicarea tensiunii  $u_{2a}$  apare curentul  $i_2$ , care parcurgînd înfășurările  $N$  produce cîmpul alternativ  $h_a$ . Datorită modului diferit în care sînt conectate înfășurările  $N$  pe cele două miezuri, cîmpurile rezultante vor fi:

$$\begin{aligned} & \text{— pentru } T_{r1} : H_1 = H_c + h_a; \\ & \text{— pentru } T_{r2} : H_2 = H_c - h_a. \end{aligned} \quad (3.141)$$

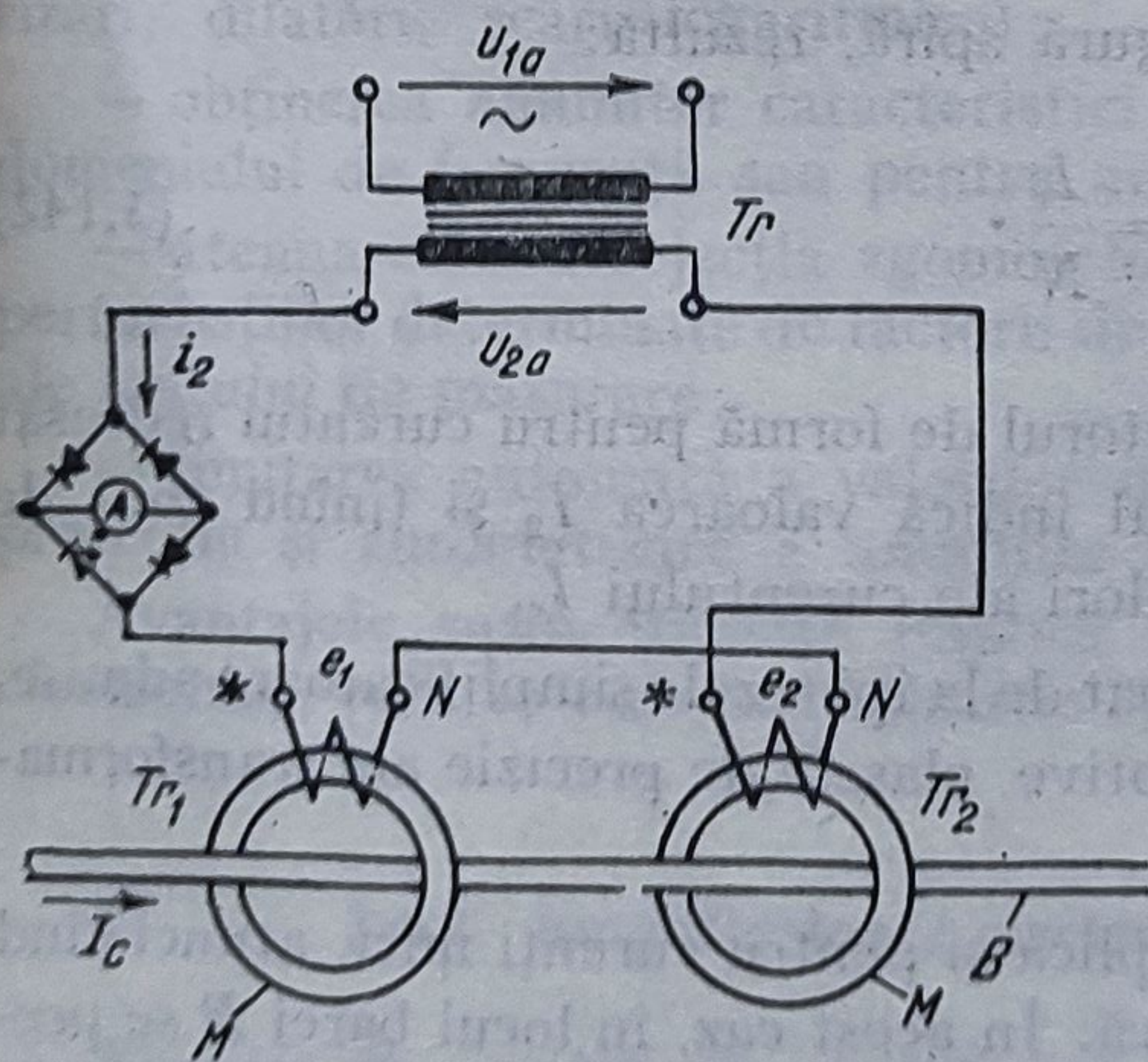


Fig. 3.37. Utilizarea transformatoarelor de măsurare de c.c.

$T_{r1}, T_{r2}$  — transformatoare de c.c.;  $B$  — bara parcursă de  $I_c$  constituind înfășurarea primară;  $N$  — înfășurarea secundară;  $M$  — miezul feromagnetic;  $T_r$  — transformator de alimentare auxiliară în c.a.

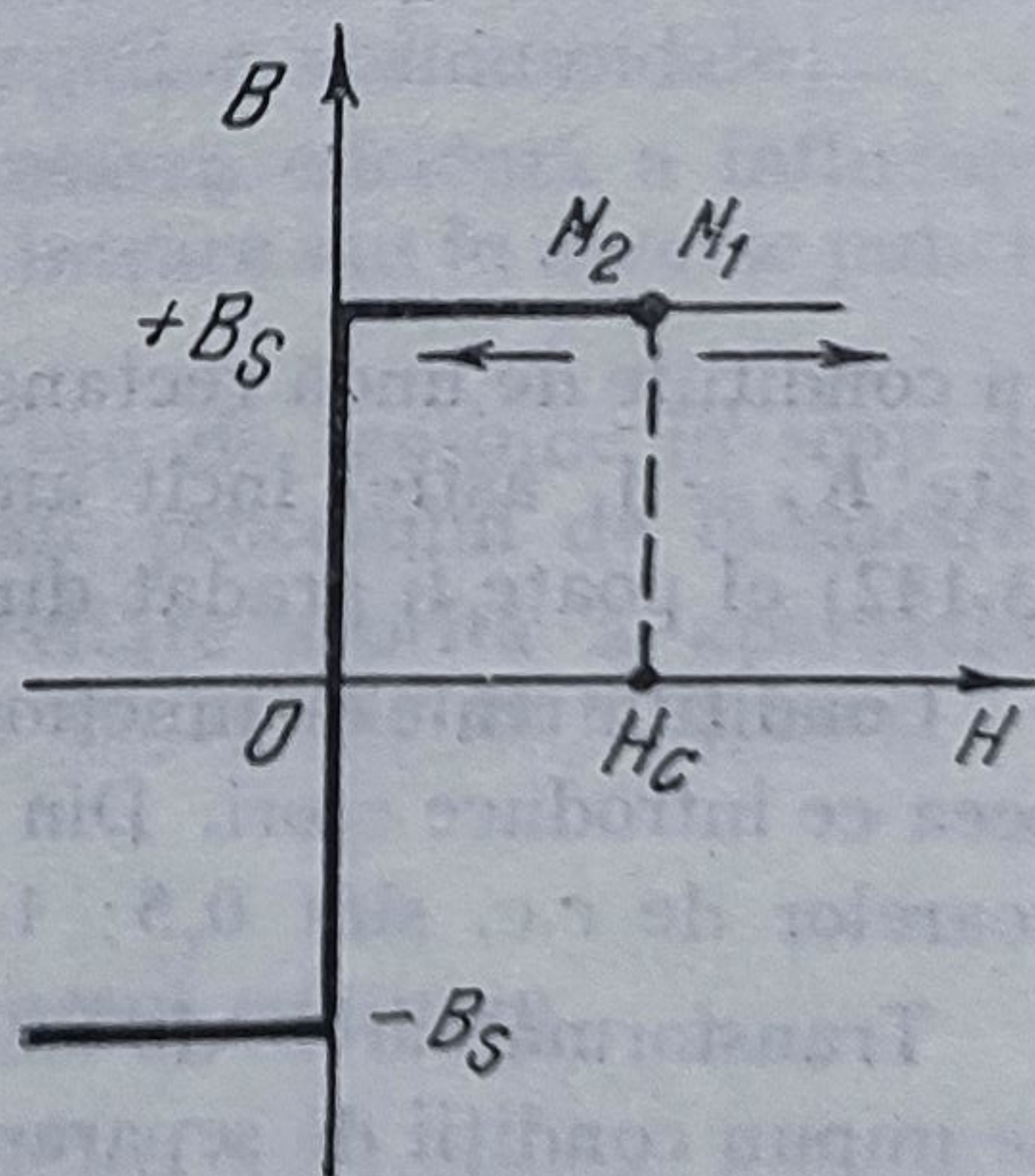


Fig. 3.38. Curba de magnetizare rectangulară (idealizată).



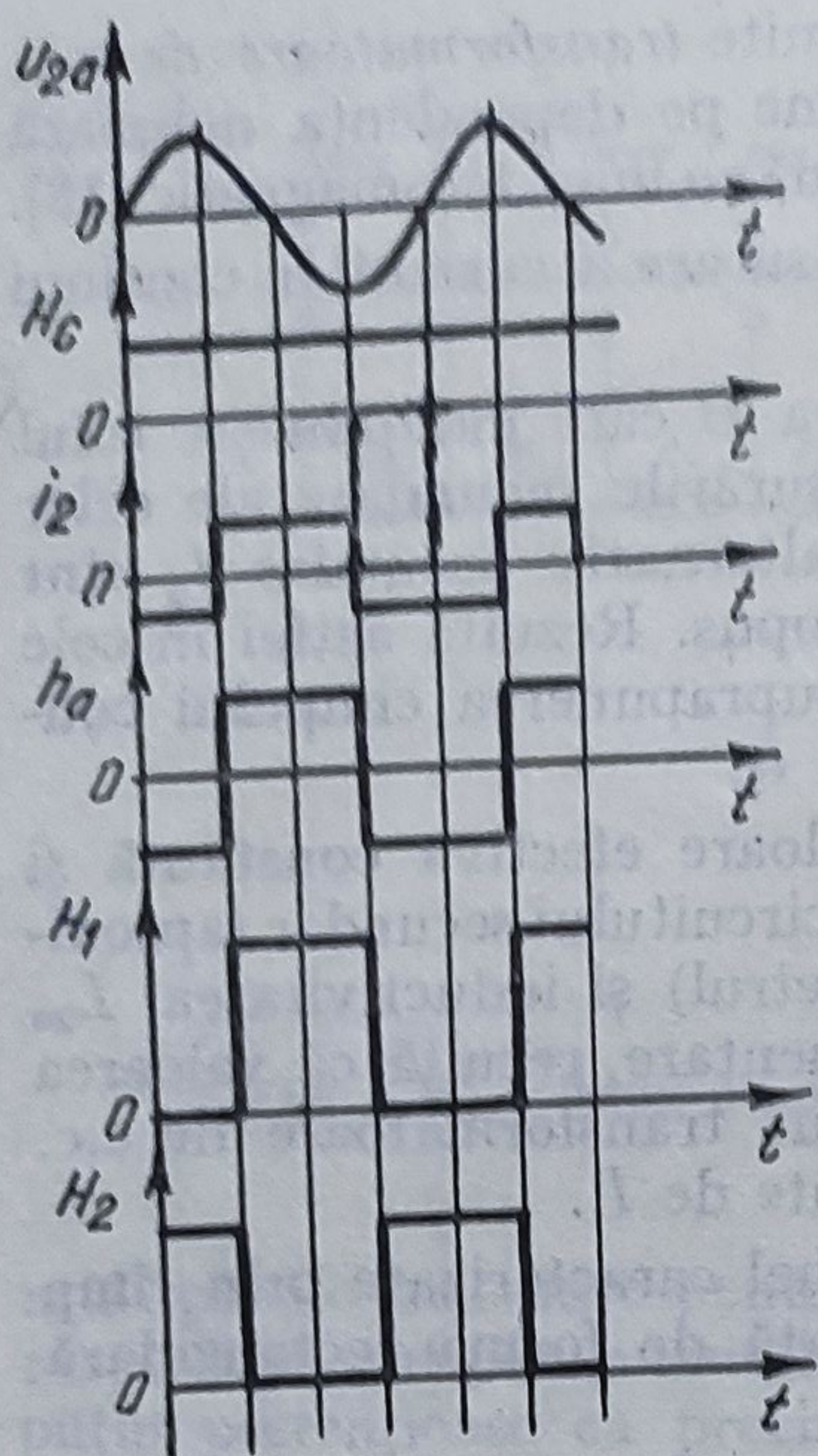


Fig. 3.39. Variațiile mărimilor caracteristice ale transformatoarelor de c.c.

Considerînd că în semiperioada pozitivă a curentului  $i_2$  cîmpul  $h_a$  determină creșterea cîmpului rezultat  $H_1$  și scăderea lui  $H_2$ , înseamnă că punctul de funcționare  $M_1$  se deplasează către dreapta, iar  $M_2$  către stînga. Dat fiind caracterul rectangular al curbei de magnetizare inducția magnetică în miezul  $T_{r1}$  rămîne constantă și fluxul corespunzător  $\Phi_1$  la fel. Ca urmare nu apare o t.e.m.  $e_1$  care să se opună tensiunii  $u_{2a}$  și curentul  $i_2$  ca și cîmpul  $h_a$  cresc rapid. Pe miezul  $T_{r2}$  inducția și fluxul  $\Phi_2$  rămîn de asemenea constante pînă cînd  $h_a$  compensează pe  $H_c$ , rezultînd  $H_2 = 0$ . În acest moment inducția și fluxul variază brusc apărînd tensiunea electromotoare  $e_2$  care, opunîndu-se tensiunii  $u_{2a}$ , limitează curentul  $i_2$  și pe  $h_a$  la valoarea care a determinat compensarea cîmpului  $H_c$ . Comportarea celor două transformatoare se inversează în semiperioada negativă.

Pe baza acestui raționament (simplificator) rezultă o variație rectangulară a curentului  $i_2$  cu nivele corespunzătoare echilibrării alternative a cîmpului  $H_c$  de către  $h_a$ . Ilustrarea grafică a variațiilor mărimilor analizate este redată în figura 3.39.

Valoarea de palier a curentului  $i_2$  se deduce din relația de egalitate a celor două cîmpuri magnetice. Exprimîndu-le prin numărul de amperspice și ținînd seama că pentru  $I_c$  se ia o singură spirală, rezultă:

$$I_2 = \frac{I_c}{N}. \quad (3.142)$$

În condițiile de undă rectangulară factorul de formă pentru curentul redresat este  $K_f = 1$ , astfel încît ampermetrul indică valoarea  $I_2$  și ținînd cînt de (3.142) el poate fi gradat direct în valori ale curentului  $I_c$ .

Condițiile reale de funcționare se abat de la ipotezele simplificatoare admise, ceea ce introduce erori. Din aceste motive, clasele de precizie ale transformatoarelor de c.c. sînt 0,5; 1.

Transformatoarele de c.c. se pot aplica și pentru curenți mici, atunci cînd se impun condiții de separare galvanică. În acest caz, în locul barei  $B$  se prevăd pe miezuri înfășurări suplimentare de c.c. al căror număr de spire  $N_1$  se alege astfel ca să se poată îndeplini condiția  $NI_2 = N_1I_c$ , relația (3.142) devenind:

$$I_2 = \frac{N_1}{N} I_c.$$



### 3.6. UTILIZAREA CIRCUITELOR ELECTRONICE PENTRU MĂSURAREA CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR. APARATE ELECTRONICE

Circuitele electronice, sub formă de componente discrete sau integrate, asociate cu aparate indicatoare magnetoelectrice își găsesc o utilizare din ce în ce mai frecventă în măsurarea curenților și tensiunilor electrice.

Există o mare diversitate de circuite electronice folosite în scopuri de măsurare. Sub aspect funcțional, cele mai importante sînt: amplificatoarele, filtrele active, circuitele de calcul (sumatoare, multiplicatoare, integratoare etc.), circuitele pentru realizarea de caracteristici de transfer neliniare, circuitele de protecție, de separare și cuplare.

Rațiunile pentru care circuitele electronice sînt introduse în structura aparatelor de măsurat sînt următoarele:

- reducerea consumului de putere preluată de la mărimea de măsurat prin folosirea de surse de energie auxiliară, crescînd în același timp puterea disponibilă pentru acționarea aparatului indicator; rezultă astfel o adaptare de impedanțe în intrare și ieșire, care permite reducerea erorilor sistematice și întrebuițarea de aparate indicatoare cu performanțe de consum și sensibilitate mai puțin pretențioase (mai ieftine);

- extinderea intervalelor de măsurare, mai ales în ceea ce privește valoarea minimă, prin realizarea de amplificări mari de nivel, cu posibilități relativ simple de obținere a unor sensibilități și intervale adecvate prin variația în limite largi a factorului de amplificare;

- efectuarea de operații multiple de măsurare prin configurarea cu ajutorul circuitelor electronice de structuri corespunzătoare ( $U$ ,  $I$ , c.c. c.a., valori medii, valori de vîrf, valori efective etc.);

- realizarea, prin intermediul unor operații de calcul sau caracteristici de transfer neliniare, de ameliorări ale scărilor aparatelor indicatoare (liniarizări, dilatări, scări logaritmice);

- obținerea anumitor caracteristici de frecvență utile pentru extinderea domeniului de frecvență sau pentru analiza mărimilor nesinusoidale;

- atenuarea sau rejectia zgomotelor, compensarea eficientă a influenței perturbațiilor determinate de factorii de mediu la intrare sau în diverse puncte ale lanțului de măsurare;

- limitarea automată a valorilor de curent sau de tensiune în scop de protecție și automatizare a anumitor operații ale procesului de măsurare.

Avantajele susmenționate implică o complexitate sporită a aparatelor electronice, ceea ce face ca utilizările lor curente să fie cele de laborator.

#### 3.6.1. Amplificatoare electronice de curent continuu

Tipurile de amplificatoare folosite în măsurările de tensiuni și curenți continui sînt cele *cu cuplaj direct*, *cu modulare-demodulare* și *cu izolare galvanică*.

● **Amplificatoarele cu cuplaj direct.** În structura aparatelor de măsurat se întîlnesc asemenea amplificatoare fie realizate cu componente discrete, fie sub formă de circuite integrate sau hibride (module).



Tendința este de a se utiliza, îndeosebi, amplificatoare integrate sau hibride, cunoscute sub denumirile de *amplificatoare operaționale* și *amplificatoare instrumentale*.

**Amplificatoare operaționale (AO).** Reprezintă categoria cea mai răspândită de amplificatoare integrate și sînt caracterizate prin amplificare în tensiune

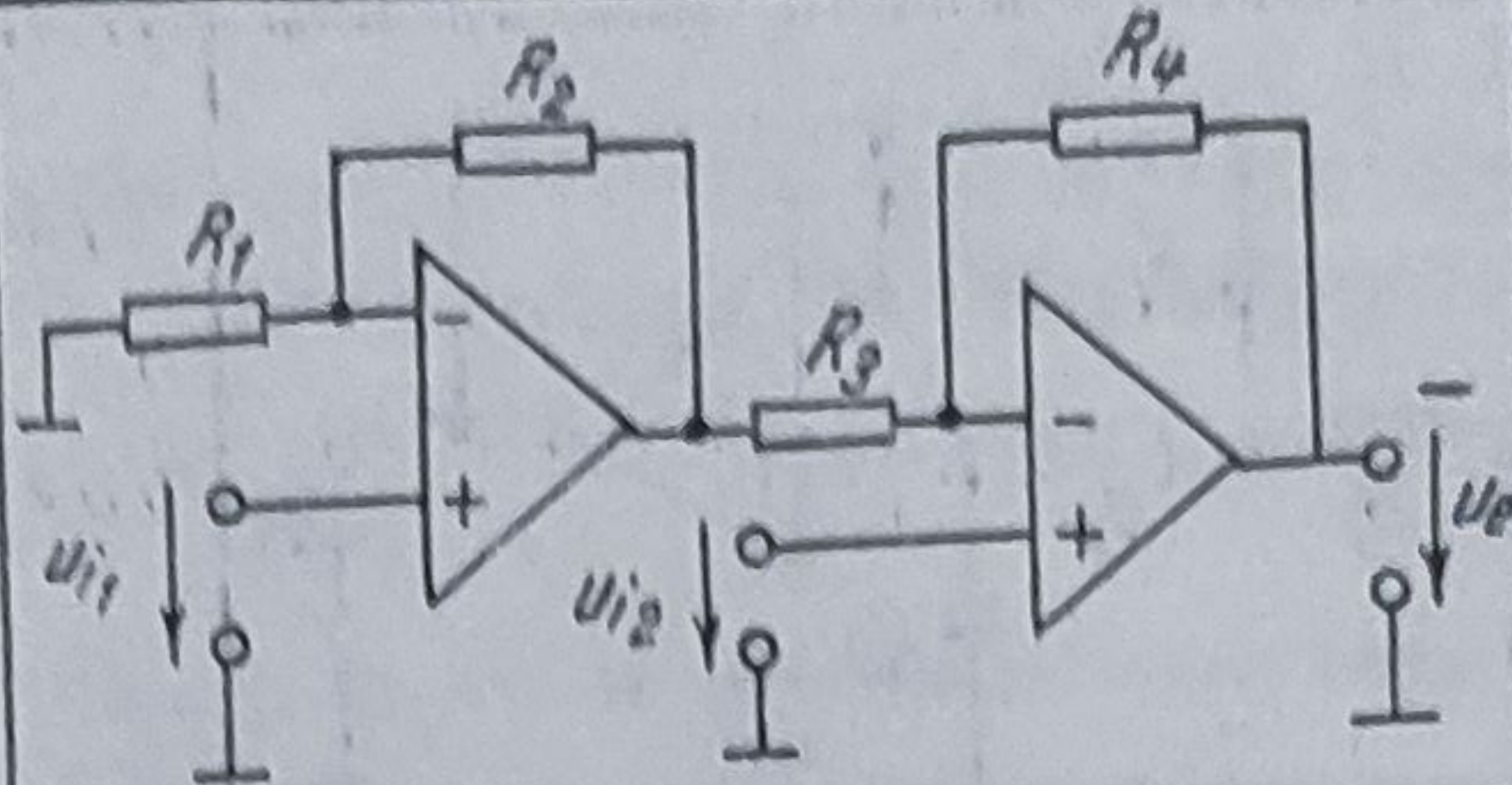
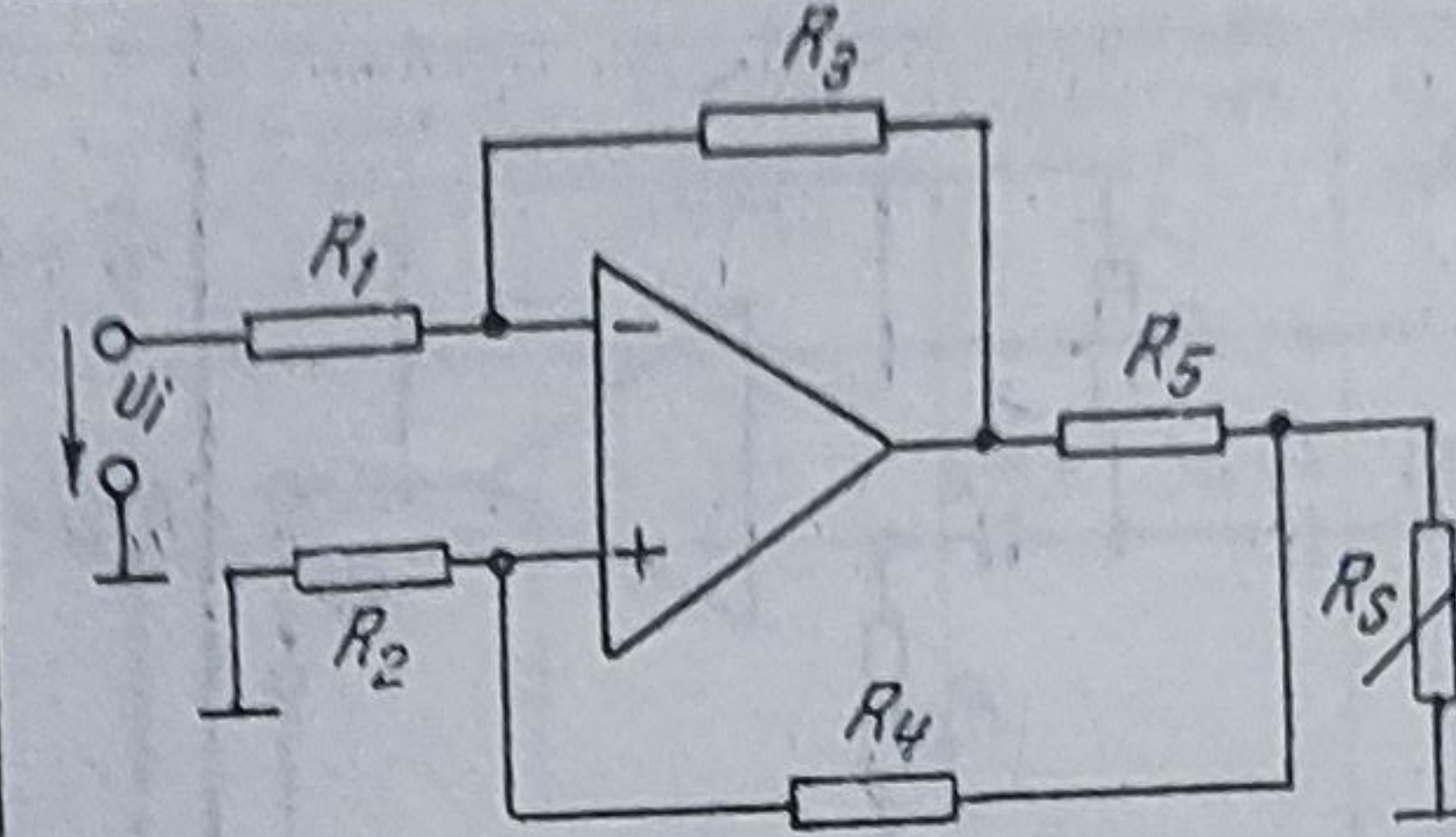
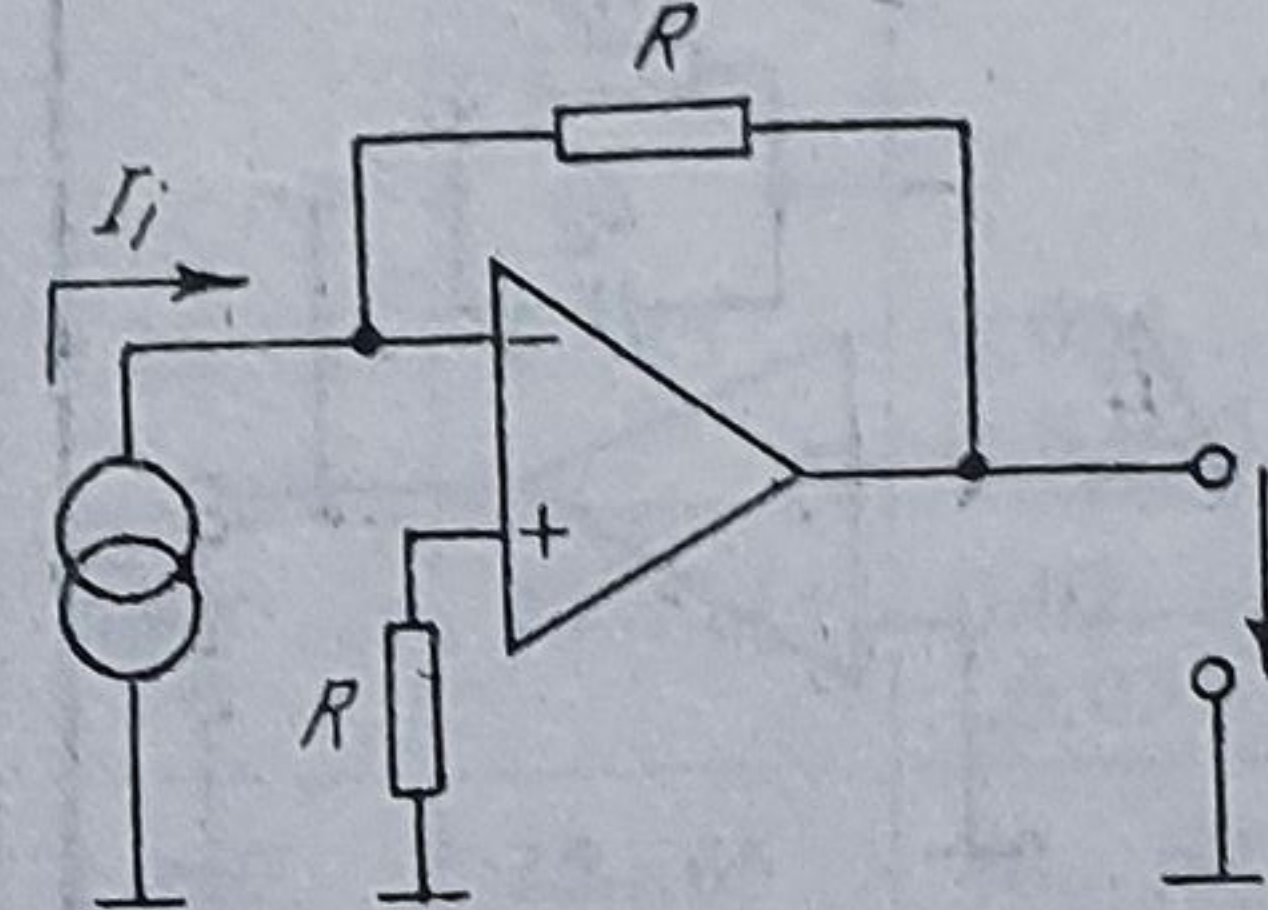
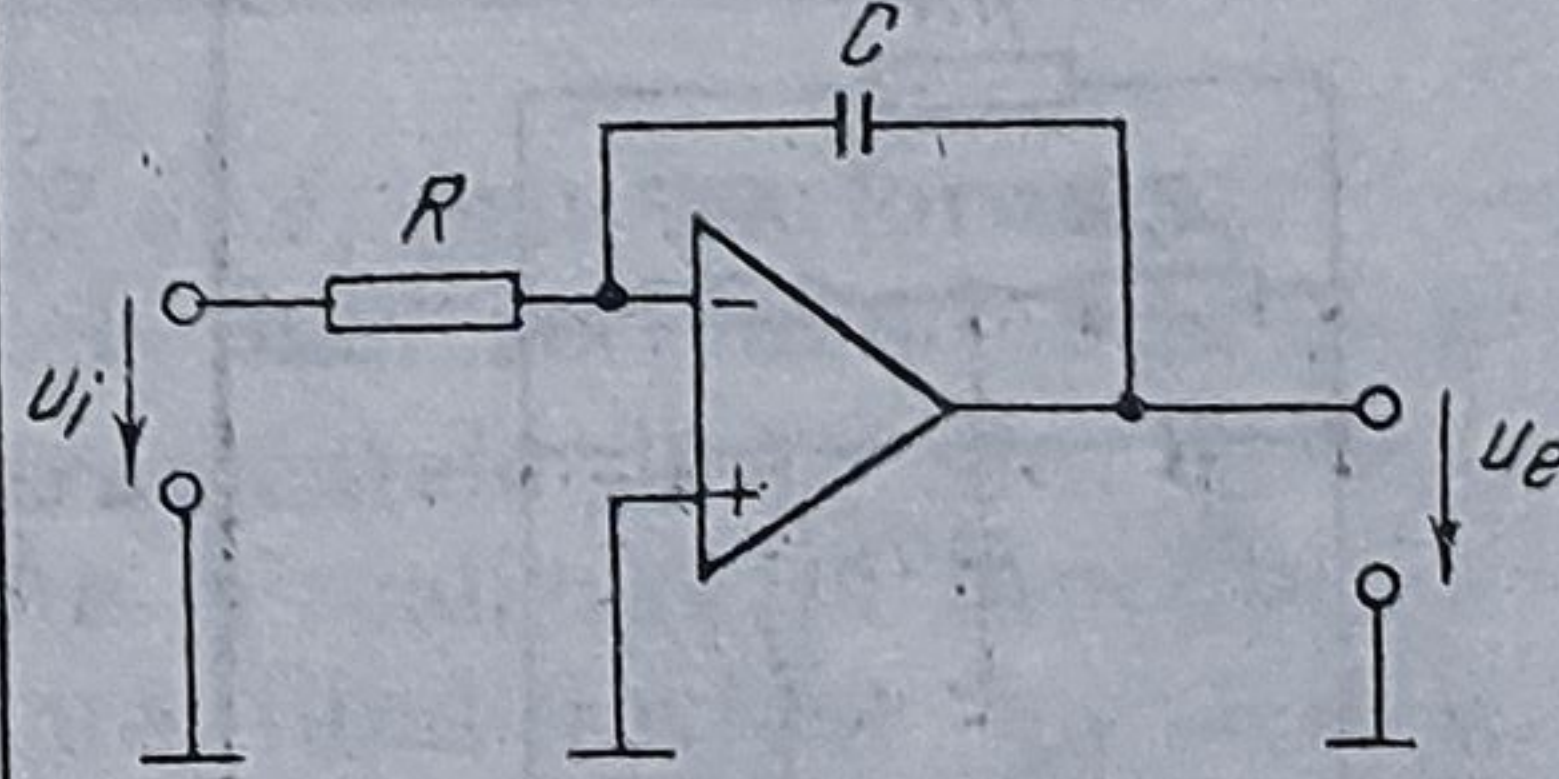
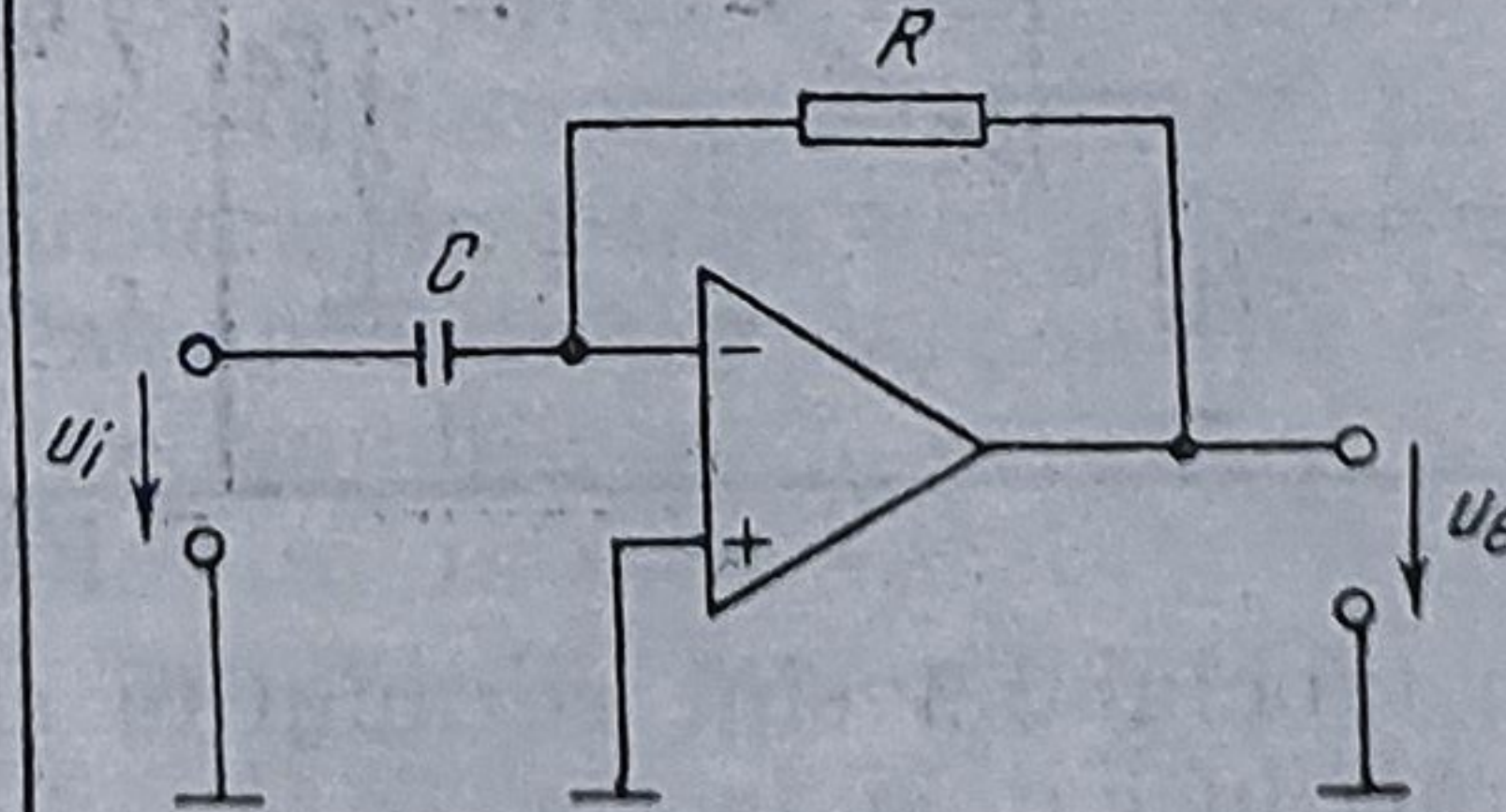
*Funcții liniare elementare realizate cu AO*

*Tabelul 3.3*

<i>Nr. crt.</i>	<i>Denumirea operației</i>	<i>Schema</i>	<i>Relații de funcționare - caracteristici</i>
1	Amplificator diferențial		$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ $U_e = \frac{R_2}{R_1} (U_{i2} - U_{i1})$
2	Amplificator inversor		$U_e = -\frac{R_2}{R_1} U_i$ $R_i = R_1 ; R_e \cong 0$
3	Amplificator neinversor		$U_e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_i$ $R_i \cong \infty ; R_e \cong 0$
4	Repetor		$U_e = U_i$ $R_i \cong \infty ; R_e \cong 0$
5	Amplificator sumator		$U_e = -R \sum_{k=1}^n \frac{U_{ik}}{R_k}$ $R_{ik} = R_k ; R_e \cong 0$



Tabelul 3.3 (continuare)

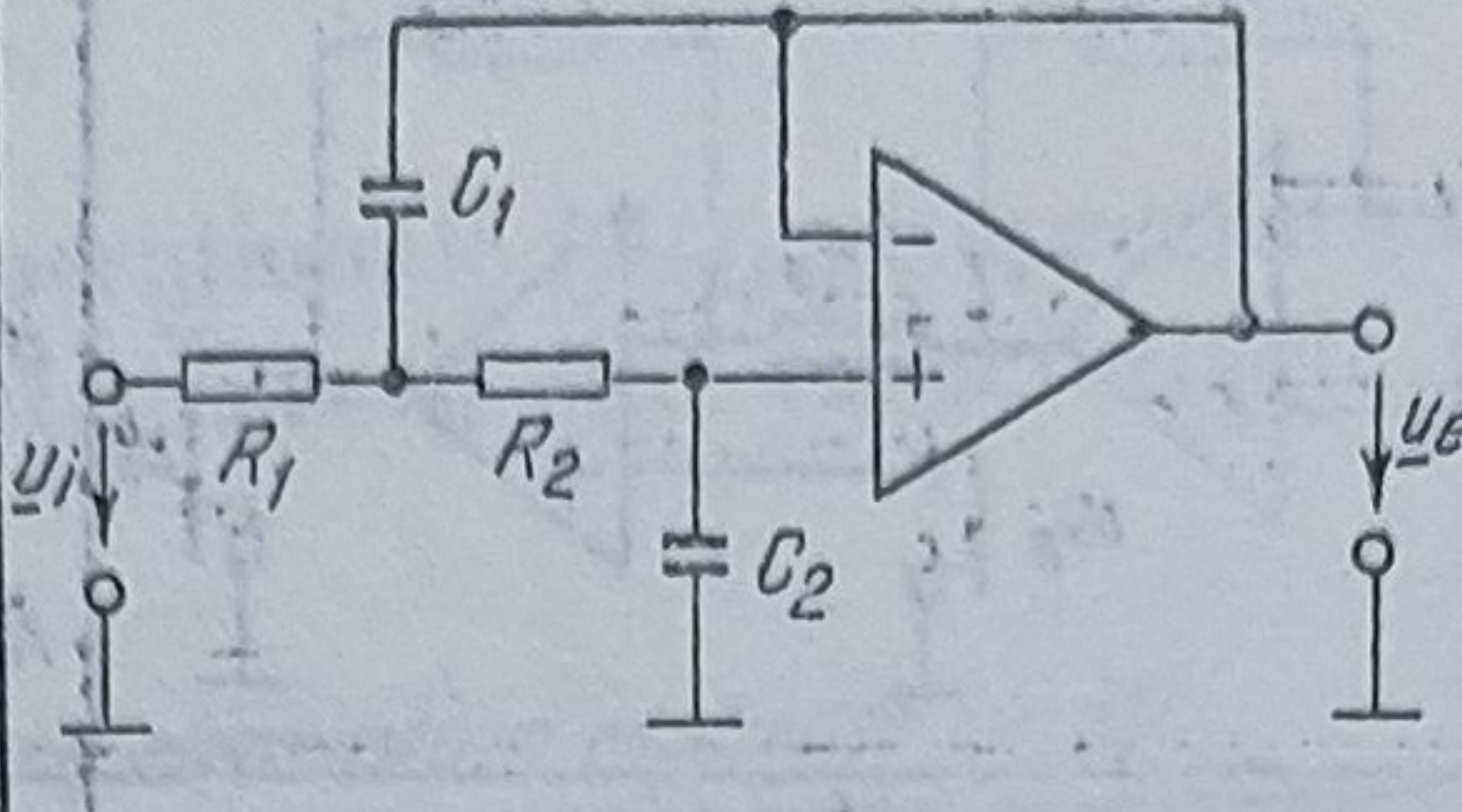
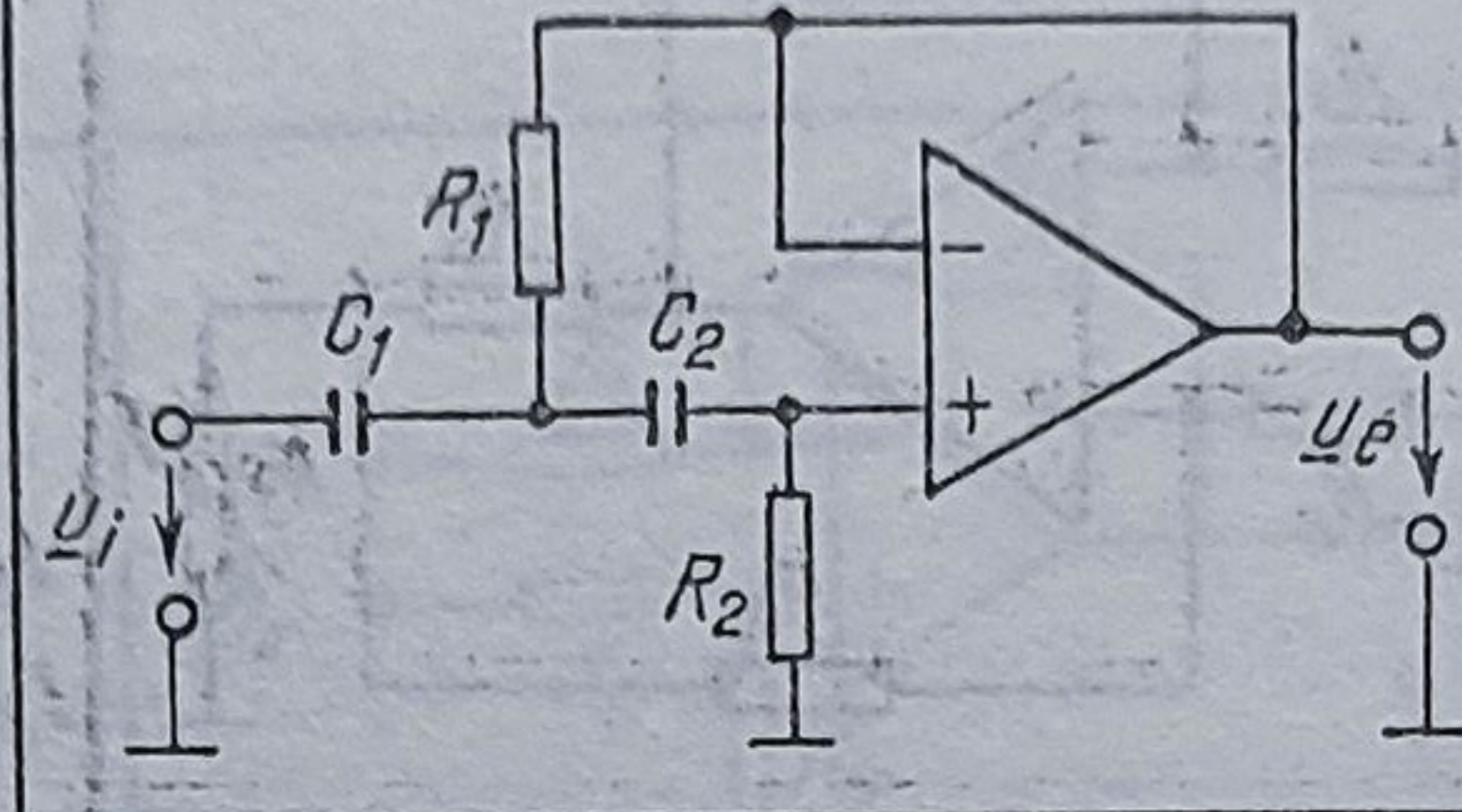
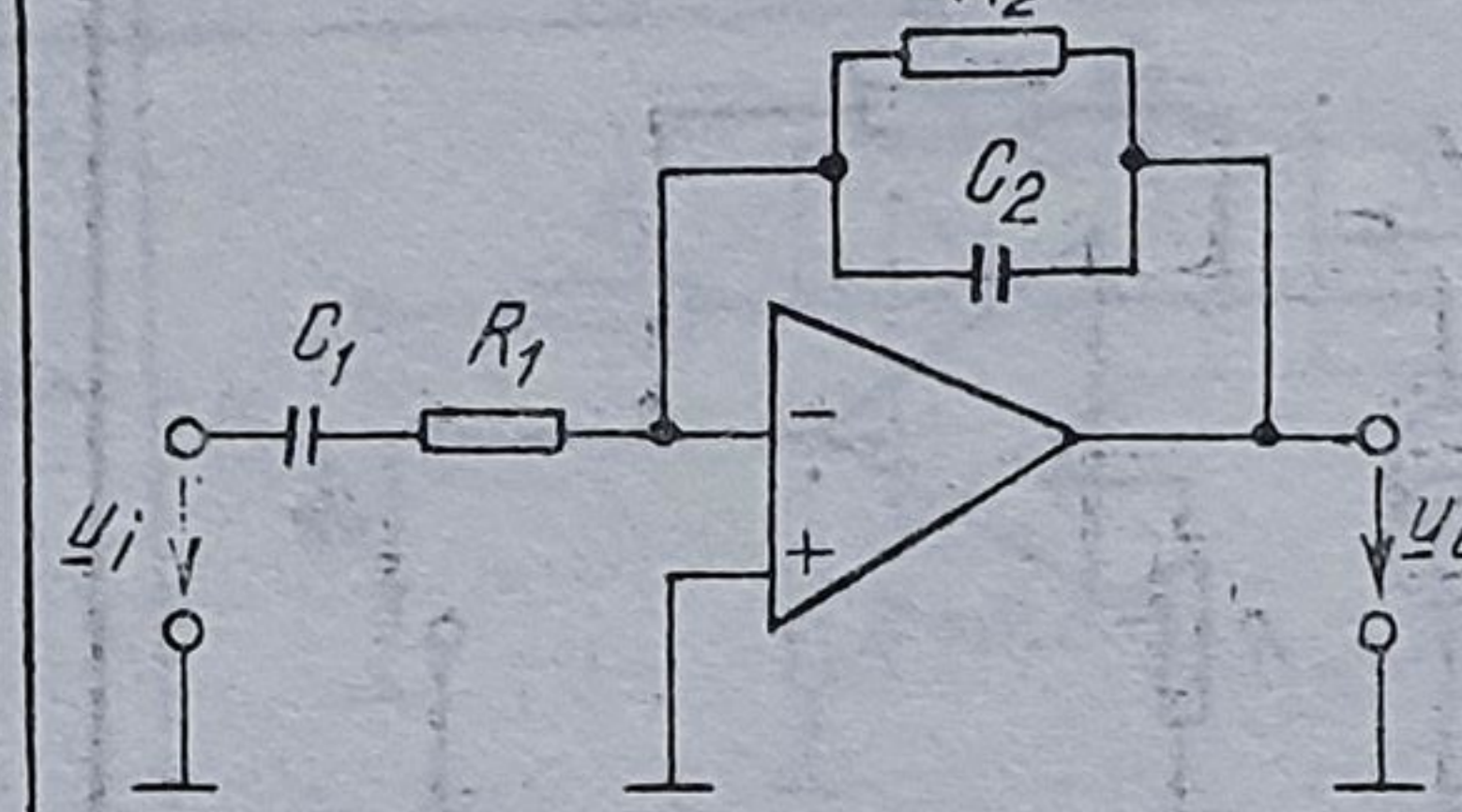
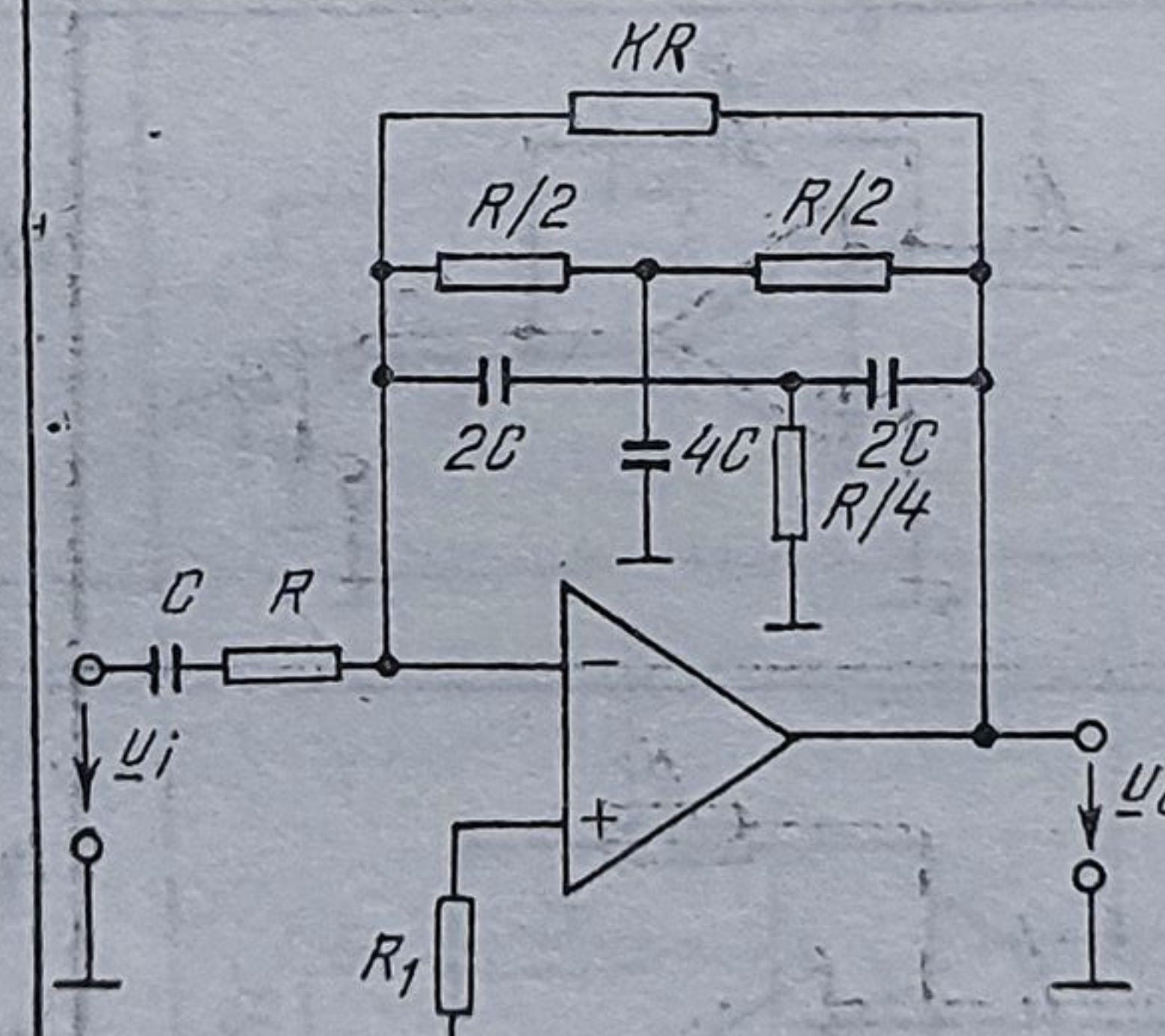
6	Amplificator diferențial cu impedanță mare de intrare		$R_1 = R_4 ; R_2 = R_3$ $u_e = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)(u_{i2} - u_{i1})$ $R_{i1} = R_{i2} \cong \infty ; R_e \cong 0$
7	Convertor tensiune- curent		$R_1 = R_2 ; R_3 = R_4 + R_5$ $I_e = -\frac{R_3}{R_1} \frac{u_i}{R_5}$ $I_e$ independent de $R_5$ $I_{e\max}$ limitat de AO
8	Convertor curent- tensiune		$u_e = -RI_i$ $R_i \cong 0$
9	Integrator		$u_e(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_i(\tau) d\tau$ $t=0 ; u_c=0$
10	Derivator		$u_e(t) = -RC \frac{du_i(t)}{dt}$ Nu se utilizează din cauza amplificării mari a tensiunilor de zgomot de i.f.

și impedanță de intrare mari, decalaj, derivă și impedanță de ieșire reduse. Ele sînt concepute să funcționeze cu buclă de reacție negativă, realizînd funcții de transfer care, în condiții ideale, depind exclusiv de elementele de circuit ( $R, C$ ) prevăzute pe legătura de reacție și în intrare.

AO, așa după cum rezultă și din denumirea lor, permit efectuarea unor operații de calcul analogic. Teoria AO este tratată detaliat în literatura de



Tabelul 3.3 (continuare)

11	Filtru activ trece jos		$R_1 = R_2 = R; C_1 = 2C; C_2 = C$ $H(s) = \frac{u_e(s)}{u_i(s)} = \frac{1}{2(RC)^2 s^2 + 2RCs + 1}$ $\omega_{Bf} = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$
12	Filtru activ trece sus		$R_1 = R; R_2 = 2R; C_1 = C_2 = C$ $H(s) = \frac{u_e(s)}{u_i(s)} = \frac{2(RC)^2 s^2}{2(RC)^2 s^2 + 2RCs + 1}$ $\omega_{Bf} = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$
13	Filtru activ trece bandă		$H(s) = \frac{u_e(s)}{u_i(s)} = -$ $= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\tau_1 s}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1}$ $\tau_1 = R_1 C_1; \tau_2 = R_2 C_2$ $\omega_{Bf} = \frac{1}{\tau_1}; \omega_{Bj} = \frac{1}{\tau_2}$
14	Filtru activ selectiv		$H(s) = \frac{u_e(s)}{u_i(s)} =$ $= \frac{-KRCs}{KR^2 C^2 s^2 + RCs + K + 1}$ $\omega_r = \frac{1}{RC}$ $\left[ \frac{\Delta \omega}{\omega_r} \right]_{3dB} = \frac{1}{\sqrt{K(K+1)}}$ $A_1 = R \parallel KR = \frac{K}{K+1} R$

electronică [39], [40]. În tabelul 3.3 sînt reamintite cîteva din funcțiile liniare utile pentru măsurați în c.c. și în c.a.

Relațiile din tabelul 3.3 corespund unor AO ideale avînd:

- amplificare în circuit deschis  $A = \frac{U_o}{U_{i2} - U_{i1}} \cong \infty$ ;
- rezistență de intrare  $R_i \cong \infty$ , respectiv curenți de polarizare  $I_B^+ = I_B^- \cong 0$ ;
- rezistență de ieșire  $R_o \cong 0$ ;
- tensiune de decalare  $U_d \cong 0$ ;
- raport de rejectie de mod comun  $RRMC \cong \infty$ .



În realitate, astfel de caracteristici nu pot fi realizate în ansamblul lor. Există însă diferite tipuri de AO având anumiți parametri care tind către valorile ideale, în funcție de aceasta definindu-se și domeniile lor de aplicație. Pentru ilustrare, în tabelul 3.4 sînt prezentate unele din cele mai reprezentative tipuri de AO cu parametrii cei mai importanți.

Tabelul 3.4

Tipuri de AO și parametrii caracteristici

Nr. crt.	Parametrii Tip AO	Tensiune de decalare (25°C) [mV]	Deriva cu temper. [ $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ]	Curenți de polarizare (25°C) [nA]	Amplificare în circuit deschis [dB]	Valori de ieșire (minime)	
						$U_e$ [V]	$I_e$ [mA]
1	Uz general	1...10	5...25	15...30	80...120	10	5...10
2	Tensiune de decalare și derivă termică reduse	0,02...5	0,2...10	0,1...15	90...140	10	5...10
3	Curenți de polarizare reduși (TEC în intrare)	0,25...1	5...25	0,001... ...0,025	80...120	10	5...10
4	Tensiune mare	3...10	25...30	0,02... ...0,05	90...120	90...120	15...75
5	Curent mare	2...10	25...65	10...100	90...120	10...30	100...2000

AO de la pozițiile 2 și 3, prin performanțele ridicate realizate de etajele de intrare, apar ca cele mai recomandabile pentru aplicații de măsurare.

**Amplificatoare instrumentele (AI).** Sînt diferite fundamental de AO prin aceea că sînt concepute și realizate să funcționeze în circuit închis, elementele de reacție necesare fiind incluse în structura circuitului integrat. În exterior se conectează numai o rezistență (sau o pereche de rezistențe) prin care se obține factorul de amplificare dorit, fără a influența alți parametri ca impedanța de intrare sau factorul de rejecție de mod comun. Pe de altă parte, AI permit realizarea de performanțe superioare AO, referitor la impedanța de intrare, tensiunea de decalare și deriva, liniaritatea, stabilitatea și precizia factorului de amplificare.

AI sînt diferențiale în intrare (intrări flotante față de masă), cu impedanță mare atît pe modul diferențial cît și pe modul comun și cu ieșire față de masă pe o rezistență foarte redusă. Ideal, tensiunea de ieșire  $U_e$  este dată de relația:

$$U_e = A_d(U_{i2} - U_{i1}). \quad (3.143)$$

Comportarea reală diferă, tensiunea de ieșire  $U_e$  cuprinzînd două componente conform schemei de modelare a unui AI reprezentată în figura 3.40.

Relațiile de funcționare sînt următoarele:

$$U_e = U_{ea} + U_{eb},$$



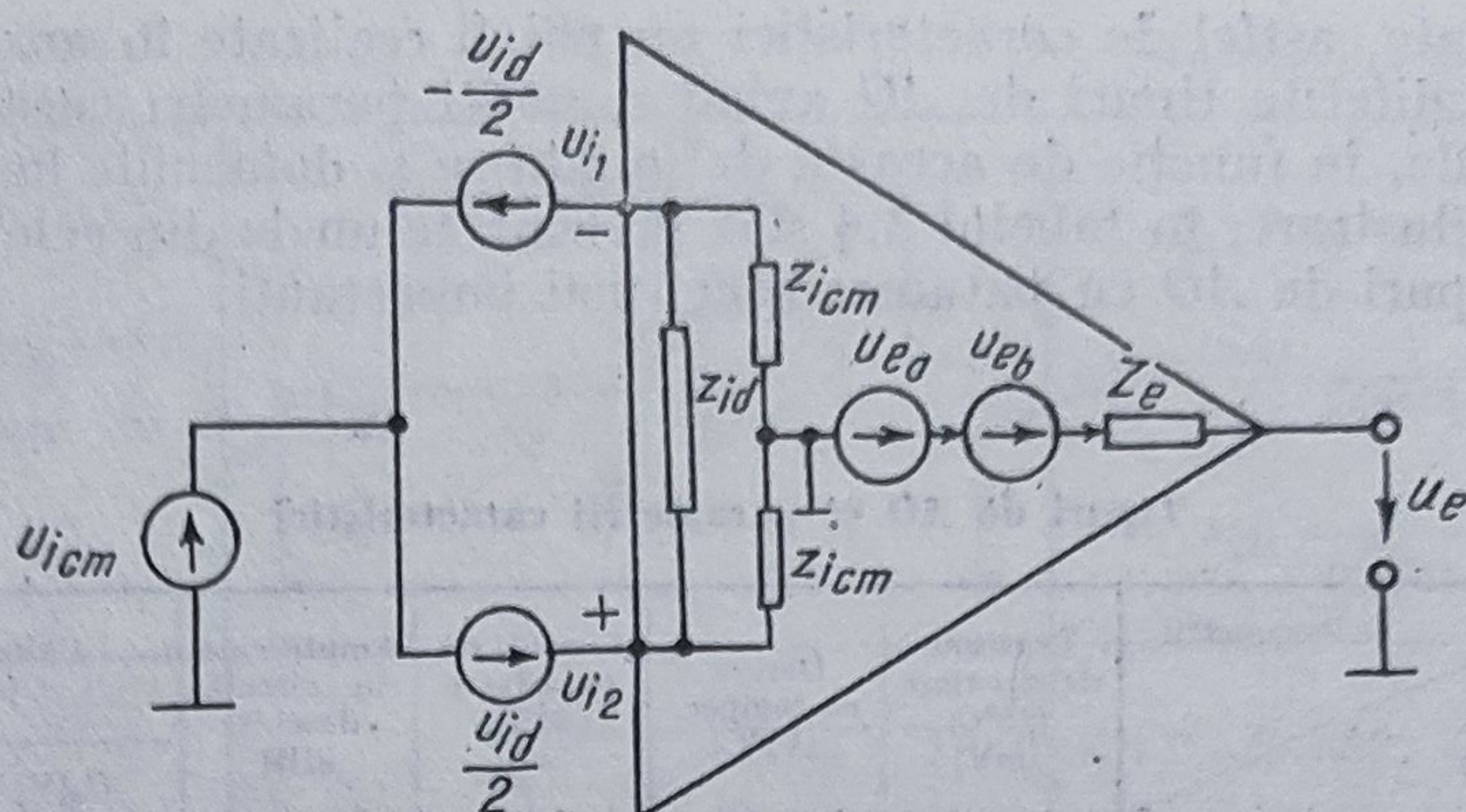


Fig. 3.40. Modelul unui amplificator instrumental (diferențial).

cu:

$$U_{ea} = A_d(U_{i2} - U_{i1}) = A_d U_{id}, \quad (3.144)$$

$$U_{cb} = A_{cm} \left( \frac{U_{e2} + U_{e1}}{2} \right) = A_{cm} U_{icm}$$

și:

$$U_e = A_d U_{id} + A_{cm} U_{icm} = A_d \left[ U_{id} + \frac{U_{icm}}{RRMC} \right],$$

în care  $A_d$  este factorul de amplificare diferențial (util),  $A_{cm}$  factorul de amplificare de mod comun și  $RRMC = \frac{A_d}{A_{cm}}$  factorul de rejecție de mod comun.

Valorile finite ale impedanțelor  $Z_{id}$  și  $Z_{icm}$  determină erori ale factorului de amplificare datorită căderilor pe impedanțele surselor și, de asemenea, modifică  $RRMC$  dacă nu sînt echilibrate. Impedanța  $Z_e \neq 0$  produce la rîndul său o eroare a factorului de amplificare dependentă de rezistența de sarcină.

Ca urmare a acestor observații, deși principial un AO permite realizarea unui montaj diferențial ca cel de la poziția 1 din tabelul 3.3, el nu este adecvat ca AI. Astfel, impedanța de intrare diferențială este dată de rezistențele externe care nu pot fi prea mari dacă se cere o amplificare ridicată. Totodată, factorul de rejecție de mod comun  $RRMC_0$  pe ansamblu poate deveni mult mai redus decît cel al amplificatorului propriu-zis  $RRMC$ , din cauza posibilităților limitate de împerechere foarte precisă a rezistențelor  $R_1 = R_3$  și  $R_2 = R_4$ , așa cum rezultă din relația:

$$\frac{1}{RRMC_0} = \frac{1}{RRMC} + \left( \frac{R_1 - R_3}{R_3} - \frac{R_2 - R_4}{R_4} \right) \frac{R_3}{R_3 + R_4}. \quad (3.145)$$

Dificultățile de împerechere devin și mai evidente atunci cînd aplicațiile impun varierea factorului de amplificare.

Din motivele menționate, configurația care stă la baza AI constă din trei AO, conectate ca în figura 3.41.



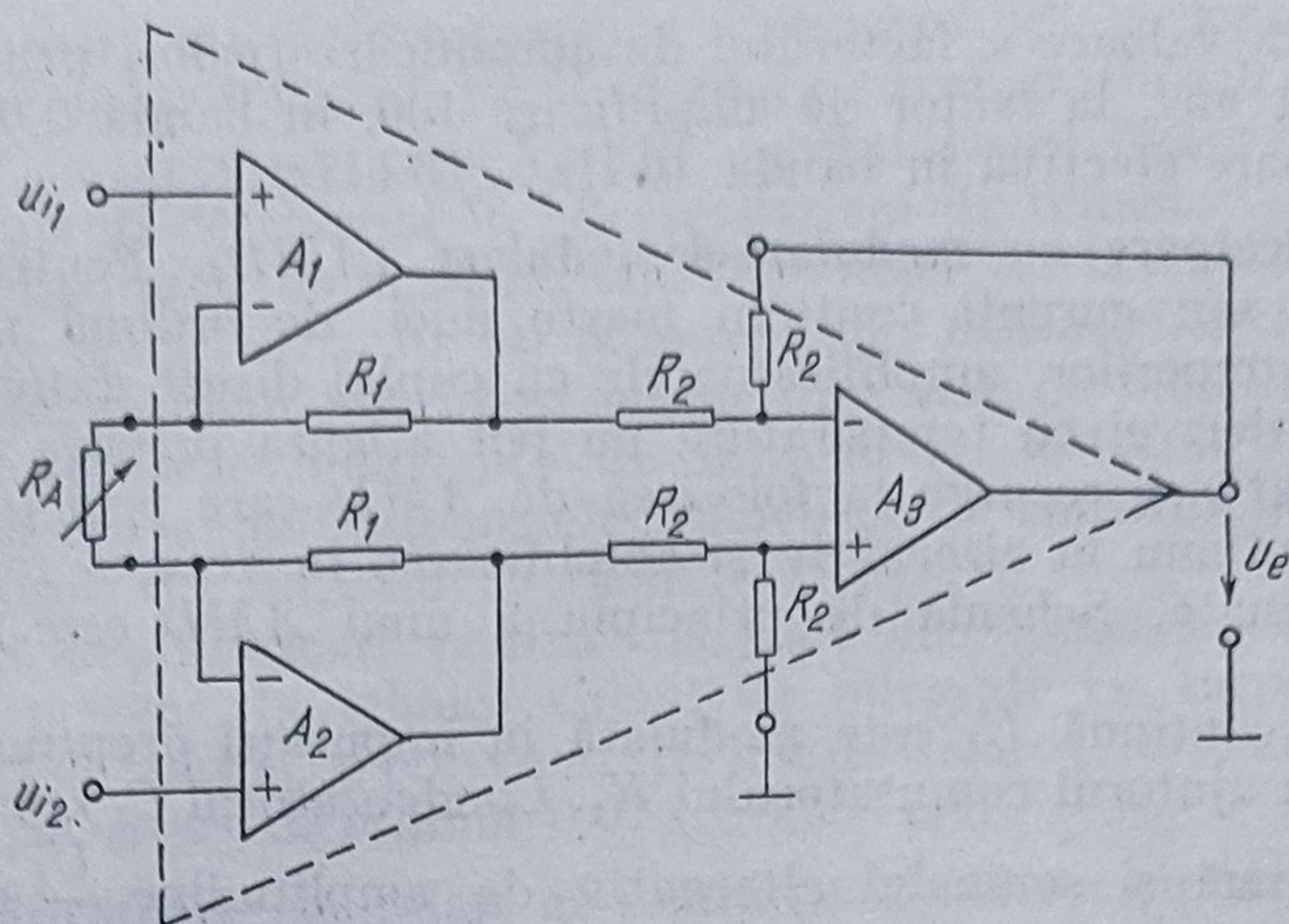


Fig. 3.41. Schema practică a unui amplificator instrumental.

Relația de funcționare, considerînd AO ideale, este:

$$U_e = \left(1 + \frac{2R_1}{R_A}\right)(U_{i2} - U_{i1}), \quad (3.146)$$

în care rezistența  $R_A$  exterioară este cea prin care se variază factorul de amplificare. Amplificatoarele  $A_1$  și  $A_2$  asigură câștigul diferențial  $A_d = 1 + \frac{2R_1}{R_A}$  și în același timp un câștig de mod comun unitar  $A_{cm} = 1$ . Rezistențele  $R_1$  nu influențează semnificativ RRMC sau impedanța de intrare, ele putînd fi alese astfel ca să se optimizeze tensiunea de decalare (și caracteristica de frecvență, importantă în c.a.). Amplificatorul diferențial  $A_3$ , fiind prevăzut să realizeze o amplificare unitară și conectat la ieșirile cu impedanțe reduse din  $A_1$  și  $A_2$ , permite prevederea unor rezistențe  $R_2$  relativ mici, ceea ce minimizează decalajul datorat curenților de polarizare. Prin împerecherea convenabilă din punctul de vedere al decalajului de tensiune și al derivatei de temperatură a amplificatoarelor  $A_1$  și  $A_2$  se obține pe ansamblu decalaj neglijabil și deriva de pînă la  $0,25 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .

Modul independent în care intervine rezistența  $R_A$  în funcționarea AI oferă posibilitatea varierii factorului de amplificare, uzual, în limitele  $1 \dots 1000 \text{ V/V}$  cu o eroare de neliniaritate mai mică de  $0,01\%$ , o precizie de  $0,05 \dots 0,1\%$  și o derivă termică de  $25 \dots 125 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ .

Unele tipuri de AI sînt prevăzute cu posibilități de programare numerică automată a factorului de amplificare.

Factorul de rejectie de mod comun se menține ridicat pe tot domeniul, valorile tipice fiind  $74 \text{ dB}$  pentru  $A_d = 1$ , domeniul de frecvență  $0 \dots 60 \text{ Hz}$ ,  $1 \text{ k}\Omega$  dezechilibrul impedanțelor de sursă și  $100 \text{ dB}$  pentru  $A_d = 1000$ , restul condițiilor menținîndu-se.

În scopul obținerii de impedanțe de intrare foarte ridicate ( $10^{11} \Omega$ ) atît diferențial cît și pe mod comun, deci curenți de polarizare sub  $10 \text{ pA}$ , se prevăd etaje de intrare cu tranzistoare cu efect de cîmp.

Pentru AI se specifică și factorul de zgomot sub forma de valori efective sau de vîrf ale unei tensiuni în intrare pe o anumită bandă de frecvență



și la o anumită valoare a factorului de amplificare (valori uzuale  $1 \dots 2 \mu\text{V}$  valoare vîrf la vîrf, la factor de amplificare 100, în banda  $0,01 \dots 10 \text{ Hz}$  și  $2 \dots 3 \mu\text{V}$  valoare efectivă în banda  $10 \text{ Hz} \dots 10 \text{ kHz}$ ).

● **Amplificatoare cu modulare-demodulare (AMD).** Pentru măsurarea unor tensiuni sau curenți continui foarte mici, de ordinul microvolților, respectiv picoamperilor, amplificatoarele cu cuplaj direct datorită tensiunii de decalaj și derivei cu temperatura nu pot asigura precizia necesară. În astfel de situații se recurge la folosirea de AMD care prin transformarea semnalului continuu în alternativ și amplificarea în această formă elimină erorile menționate. Schema de principiu a unui AMD este reprezentată în figura 3.42.

Tensiunea continuă  $U_i$  este modulată în impulsuri dreptunghiulare de frecvență  $f_c$  cu ajutorul comutatorului  $K_1$ . Condensatorul  $C_i$  rejectează componenta continuă și semnalul alternativ de amplitudine  $\frac{U_i}{2}$  este aplicat

la intrarea amplificatorului de c.a. a cărei bandă este situată în jurul frecvenței  $f_c$ . Semnalul amplificat, din care prin  $C_e$  se elimină din nou componenta continuă ce ar putea fi introdusă din amplificator, este demodulat prin  $K_2$  comandat sincron cu  $K_1$  de la același oscilator, rezultînd la ieșire tensiunea continuă  $U_e = A \frac{U_i}{2}$ . Se observă că, principal, acest amplifica-

tor nu prezintă decalaj și derivă de curent continuu.

Filtrele  $R_1C_1$  și  $R_2C_2$  asigură reducerea impulsurilor parazite (zgomotelor) care pot apărea, respectiv medierea semnalului la ieșire atunci cînd este necesar.

Modulatorul și demodulatorul în schema din figura 3.42 pot fi de tip serie, paralel, sau serie-paralel [23].

Din punct de vedere constructiv, comutatoarele  $K_1$  și  $K_2$  pot fi mecanice sau electronice. În prima categorie intră releele care au avantajul unor caracteristici foarte bune la semnale mici (rezistența în poziția închis  $R_i \cong 0$  și cea în poziție deschis  $R_d \rightarrow \infty$ ), dar au fiabilitate și frecvența de comutare reduse. Comutatoarele electronice sînt de diverse tipuri: cu tranzistoare bipolare (soluție economică indicată pentru domenii de  $\mu\text{V}$  și  $\text{nA}$ ), cu TEC joncțiune sau MOS (pentru  $\mu\text{V}$  și zeci de  $\text{nA}$ ). Comutatoarele electronice asigură frecvențe de comutare  $f_c$  de valori mult mai ridicate (necesare pentru tensiuni de intrare variabile) dar  $R_i$  și  $R_d$  se abat sensibil de la valorile ideale.

AMD se pot realiza cu componente discrete, dar există și sub forma de circuite hibride (module), prevăzute numai cu posibilități de intrare pe mod

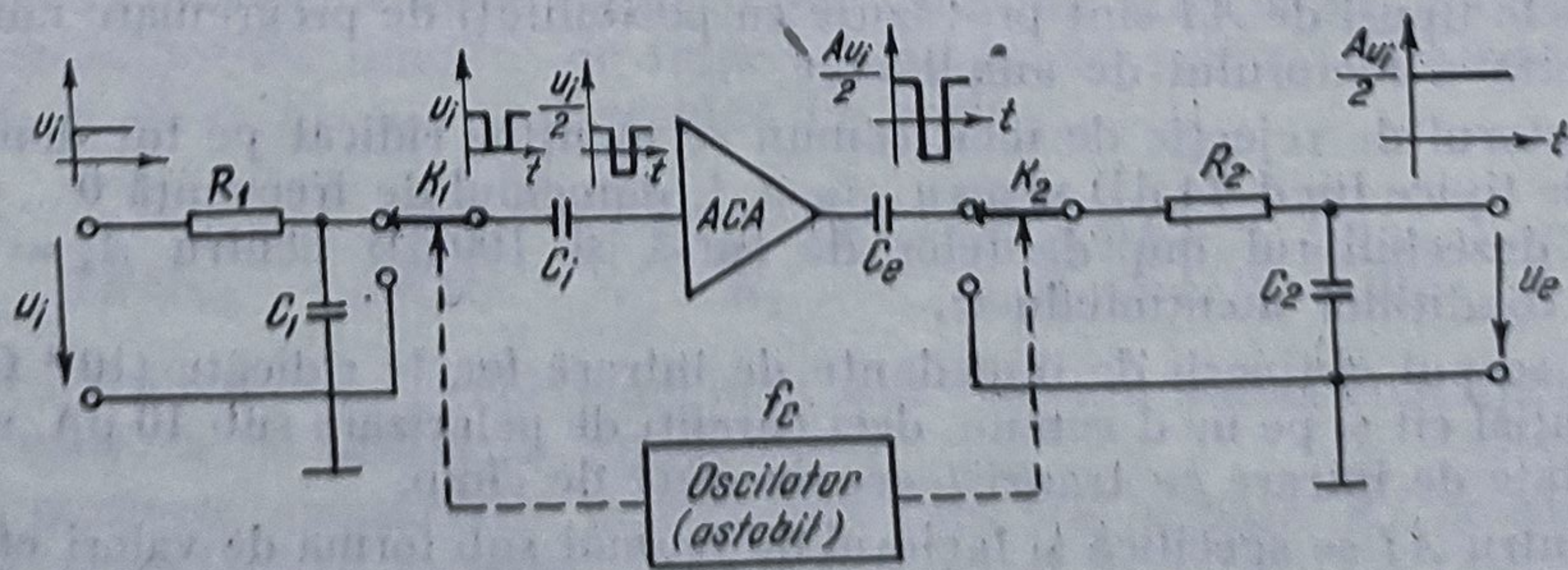


Fig. 3.42. Schema unui amplificator cu modulare-demodulare.



comun (inversoare sau neinversoare). Ca performanțe se menționează: tensiuni de decalare de  $0,02 \dots 0,1 \text{ mV}$ , deriva cu temperatura  $0,1 \dots 1 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , în timp  $1 \mu\text{V}/\text{zi}$ , în raport cu sursa  $5 \mu\text{V}/\text{V}$ , curenți de polarizare  $0,05 \dots 0,1 \text{ nA}$ , tensiuni și curenți de zgomot în intrare extrem de reduși.

Pentru măsurarea de tensiuni continue mici de la surse cu rezistențe interne foarte mari ( $10^8 \dots 10^9 \Omega$ ) (așa-numitele *măsurări electrometrice* întâlnite în chimie, medicină) se folosesc amplificatoare cu modulate speciale capabile să realizeze impedanțe de intrare de  $10^{12} \dots 10^{14} \Omega$ . În tehnica actuală asemenea amplificatoare electrometrice se construiesc pe principiul condensatorului vibrant, sau cu diode varicap [8].

Există și amplificatoare pentru măsurări electrometrice fără modulare, realizate în prezent, în tehnica circuitelor integrate cu intrare pe tranzistoare cu efect de câmp și cu prevederi speciale de izolare și ecranare, obținându-se curenți de polarizare de ordinul  $0,075 \dots 0,300 \text{ pA}$ .

● **Amplificatoare cu izolare galvanică (AIG).** Acest tip de amplificatoare cuprind un etaj de amplificare în intrare, care este izolat galvanic atât de ieșire cât și de sursa de alimentare. AIG își găsesc utilizări în aplicații care reclamă amplificarea semnalelor mici în prezența unor tensiuni de mod comun ridicate, reducerea zgomotelor prin întreruperea circuitului de masă, protejarea aparatelor și operatorilor de tensiunile înalte față de masă.

Inițial tehnica realizării AIG consta în utilizarea unui AMD prevăzut cu cuplaje prin transformator în intrarea și ieșirea amplificatorului de c.a. și cu oscilatorul care comandă modulatorul și demodulatorul. În ultimii ani au apărut AIG la care separarea se obține prin cuplaje optice (optocuplare). La fel ca și celelalte tipuri de amplificatoare ele sînt disponibile în prezent și sub forma de circuite integrate.

Reprezentarea schematică a unui AIG cu cuplaje prin transformator este dată în figura 3.43.

Amplificarea este dată de etajul de intrare  $A_1$  și poate fi stabilită la valoarea necesară prin rezistența externă  $R_a$ , uzual în limitele  $1 \dots 1\,000$ . Ambele

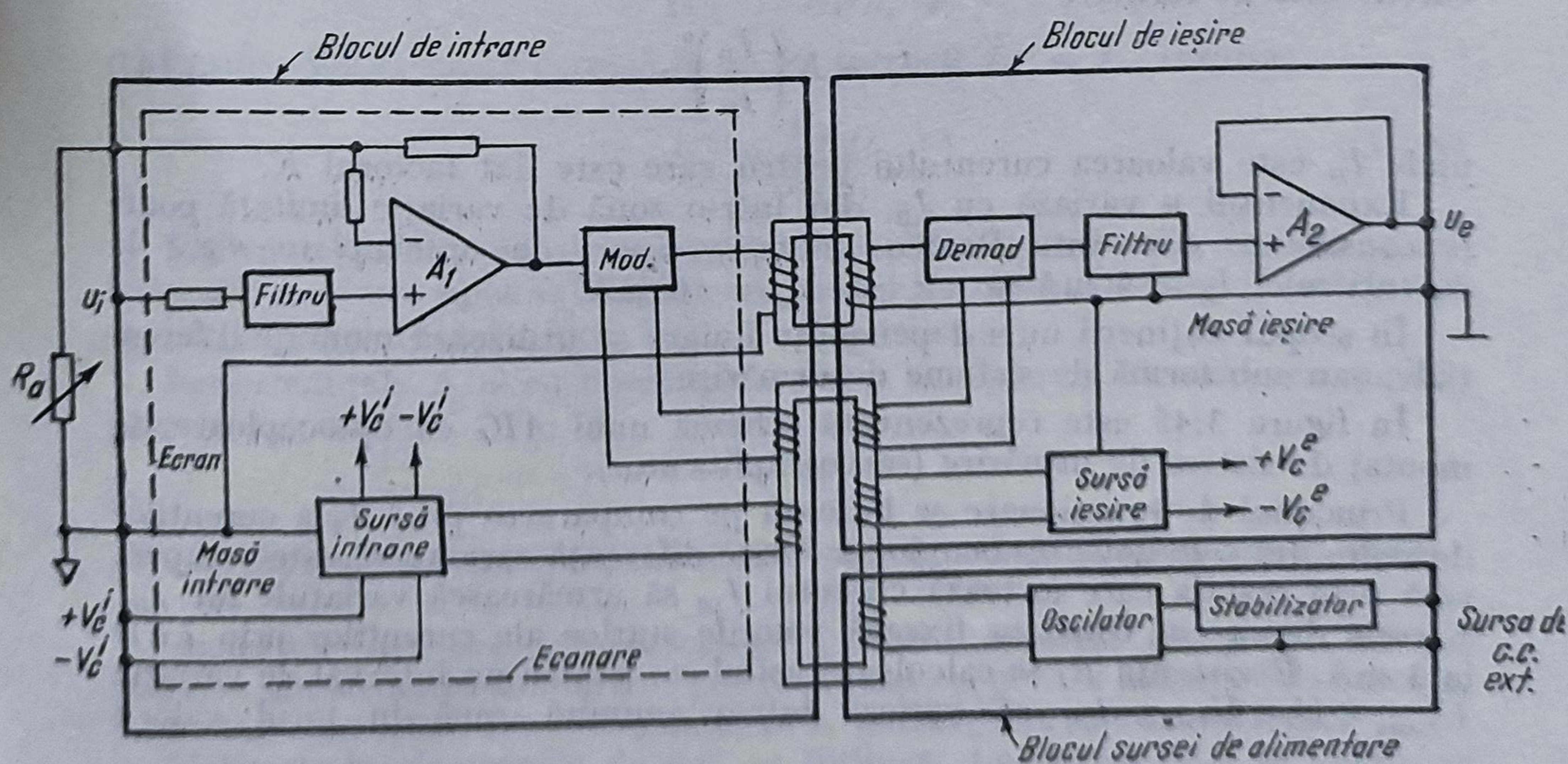


Fig. 3.43. Schema unui amplificator cu izolare galvanică utilizând cuplaje prin transformator.



intrări sînt flotante, astfel încît  $A_1$  se comportă ca un  $AI$ . El este prevăzut cu ecranare și cu rezistențe, care asigură protejarea atît împotriva apariției unor supratensiuni la intrare, cît și a celor care pot fi generate de sursa de alimentare în caz de defect. Gradul de izolare se specifică prin tensiunea de străpungere care, în c.c. este de  $\pm 500 \text{ V} \dots \pm 3500 \text{ V}$ , iar în c.a. de  $2000 \dots 8000 \text{ V}$  vîrf la vîrf și prin rezistența de izolație  $10^{12} \Omega$  în paralel cu capacitatea de  $6 \dots 16 \text{ pF}$ . De asemenea este important factorul de rejecție a tensiunii corespunzătoare etajului izolator, care este de  $120 \dots 160 \text{ dB}$ . Celelalte performanțe sînt similare ca la  $AI$ .

Sursa de alimentare izolată din intrare poate furniza tensiuni utile pentru circuite necesare unei prelucrări prealabile a mărimii de măsurat.

$AIG$  cu cuplaje optice folosesc pentru izolarea etajului de intrare circuite electronice constînd din diode electroluminescente ( $LED$ )<sup>1</sup> asociate cu fotodectoare ( $FD$ ), fotodiode sau fototranzistoare. Aceste circuite sînt denumite *optocuploare*. Transferul variațiilor curentului prin  $LED$  în curentul rezultat prin fotodetector se face prin intermediul fluxului luminos emis ceea ce permite obținerea izolării electrice [46].

Reprezentarea schemei unui optocuplor integrat constînd dintr-un  $LED$  și un  $FD$  compus din fotodiodă conectată în baza unui tranzistor este dată în figura 3.44.

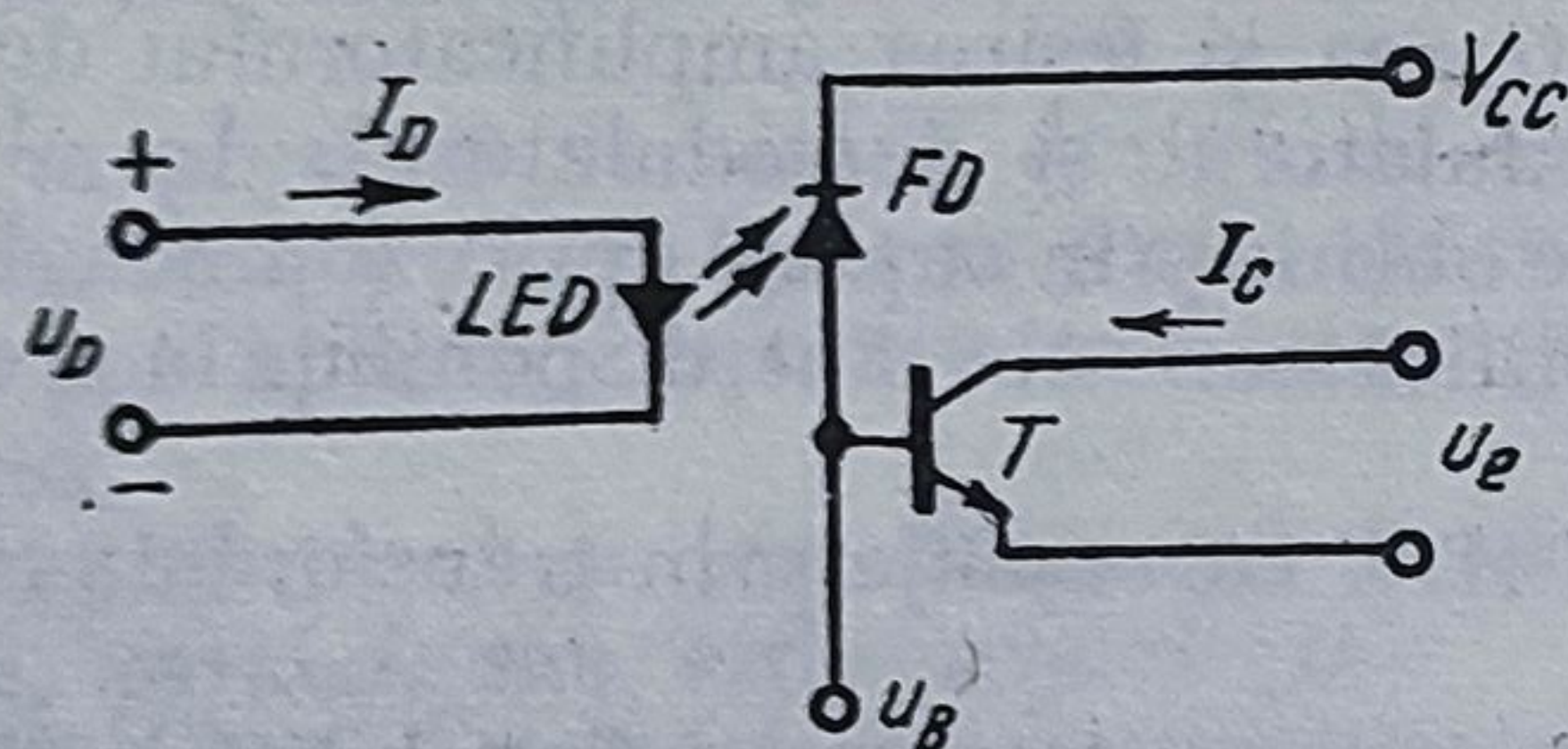


Fig. 3.44. Schema unui optocuplor.

Dacă tranzistorul este polarizat în regiunea activă, relația de transfer de curent este de forma:

$$I_c = K \left( \frac{I_D}{I'_D} \right)^n, \quad (3.147)$$

unde  $I'_D$  este valoarea curentului pentru care este dat factorul  $K$ .

Exponentul  $n$  variază cu  $I_D$ , dar într-o zonă de variație limitată poate fi considerat constant. Pentru anumite tipuri de optocuplare  $n \cong 2$  la curenți mici  $I_D < 5 \text{ mA}$  și  $n \cong 1$  la  $I_D > 16 \text{ mA}$ .

În scopul obținerii unei dependențe liniare se utilizează montaje diferențiale, sau sub formă de sisteme de urmărire.

În figura 3.45 este reprezentată schema unui  $AIG$  cu optocuploare, în montaj de sistem de urmărire (servoamplificator).

Principiul de funcționare se bazează pe compararea prin  $A_2$  a curenților de ieșire din cele două optocuploare. Orice diferență care apare este compensată prin reacția care forțează curentul  $I_{D2}$  să urmărească variațiile lui  $I_{D1}$ . Sursele de curent constant fixează valorile statice ale curenților prin  $LED$  la  $3 \text{ mA}$ . Rezistența  $R_1$  se calculează astfel ca, pentru un interval de variație  $U_{i \min} \leq U_i \leq U_{i \max}$ ,  $I_{D1}$  să varieze într-o anumită zonă în jurul valorii

<sup>1</sup>  $LED$  — light emitting diode.



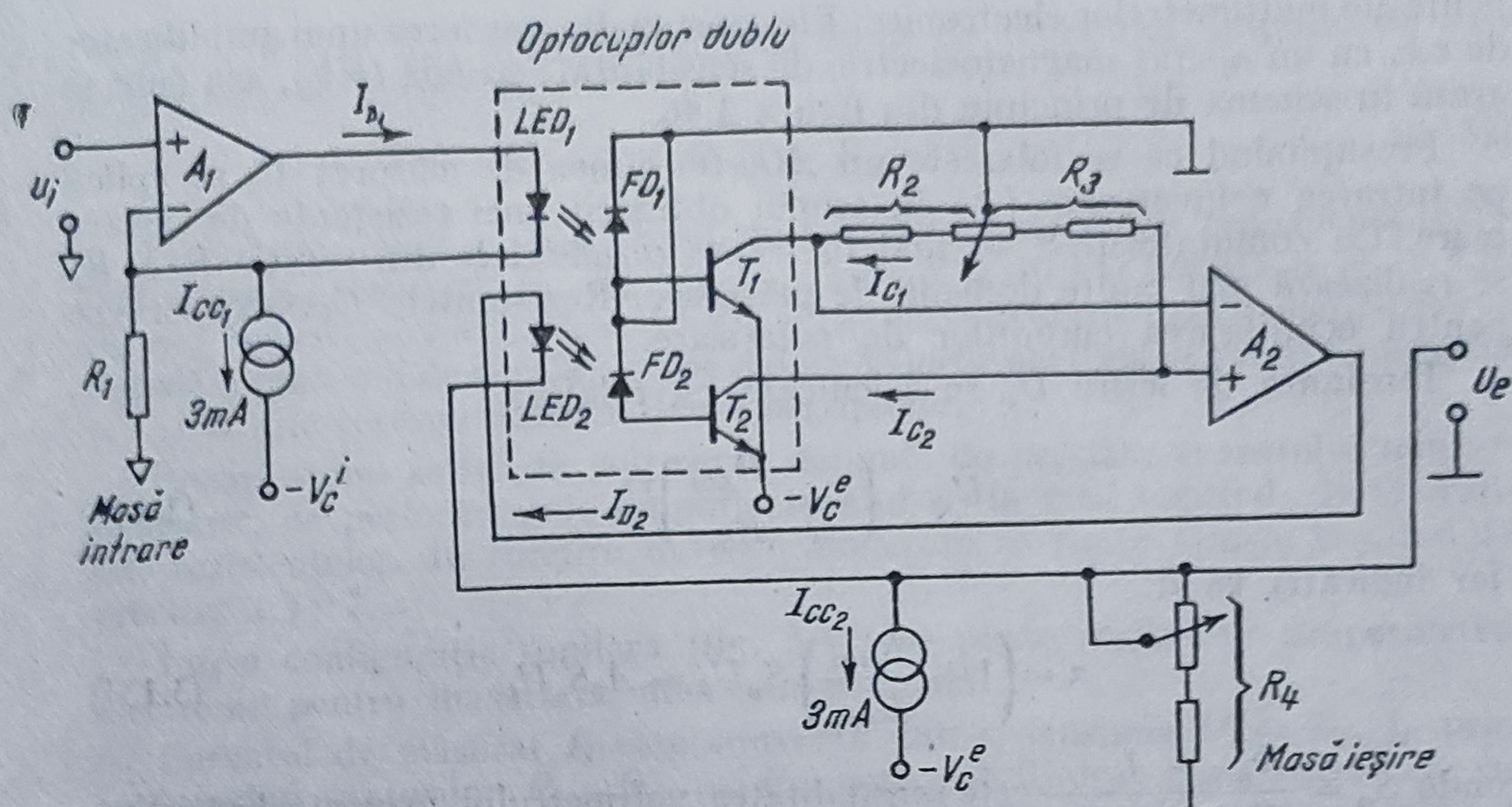


Fig. 3.45. Schema unui amplificator cu separare galvanică utilizând optocuploare.

statice, de exemplu 2...4 mA.  $P = R_2 + R_3$  este un potențiomtru de ajustare a zeroului, iar  $R_4$  pentru reglarea factorului de amplificare.

Dependența intrare-ieșire este dată de relația:

$$U_e = R_4 \left\{ I'_{D_2} \left[ \frac{K_1 R_2 (I_{cc_1})^{n_1}}{K_2 R_3 (I'_{D_1})^{n_1}} \right]^{\frac{1}{n_2}} \left( 1 + \frac{U_i}{R_1 I_{cc_1}} \right)^{\frac{n_1}{n_2}} - I_{cc_2} \right\}. \quad (3.148)$$

După ajustarea zeroului se obține:

$$U_e = R_4 I_{cc_2} \left[ \left( 1 + \frac{U_i}{R_1 I_{cc_1}} \right)^{\frac{n_1}{n_2}} - 1 \right].$$

Printr-o împerechere corectă  $n_1 = n_2$ , întrucît  $I_{cc_1} = I_{cc_2}$ , rezultă:

$$U_e = \frac{R_4}{R_1} U_i. \quad (3.149)$$

Pentru tensiunile de alimentare ale amplificatoarelor din intrare și din ieșire sînt necesare surse separate, care sînt de asemenea disponibile sub formă de module izolate galvanic.

Performanțele AIG cu optocuploare sînt similare cu ale celor cu cuplaje prin transformator.

### 3.6.2. Aparatură electronică pentru măsurări de tensiuni și curenți continui

Aparatele specifice acestei categorii sînt *voltmetrele electronice*. Ele ca atare — sau structuri similare — pot fi utilizate și pentru măsurări de curenți, care sînt convertiți într-o tensiune prin parcurgerea unei rezistențe.

Voltmetrele electronice de c.c. se întîlnesc fie ca aparate de laborator destinate în special pentru măsurarea tensiunilor mici, fie ca blocuri compo-



nente ale multimetrelor electronice. Ele constau din asocierea unui amplificator de c.c. cu un aparat magnetoelectric de sensibilitate uzuală ( $mV$ ), așa cum se arată în schema de principiu din figura 3.46.

Presupunând că se folosește un AO, tensiunea de măsurat  $U_i$  se aplică pe intrarea neînversoare (+) în scopul obținerii unei rezistențe de intrare mare. Cu comutatorul  $K$  variind în trepte rezistențele din reacție  $R_5 \dots R_8$  se realizează mai multe domenii de măsurare. Rezistențele  $R_1 \dots R_4$  servesc pentru echilibrarea curenților de polarizare.

Tensiunea de ieșire  $U_e$  se calculează cu relația:

$$U_e = \left(1 + \frac{R_{AOk}}{R_{OkB}}\right) U_i, \quad (3.150)$$

iar indicația va fi:

$$\alpha = \left(1 + \frac{R_{AOk}}{R_{OkB}}\right) S_u U_i = A_0 S_u U_i, \quad (3.151)$$

unde  $S_u = \frac{\Phi_0}{K_r} \frac{1}{R_a + R_{iv}}$  este sensibilitatea voltmetrului magnetoelectric conectat la ieșirea AO.

Se observă că sensibilitatea totală poate fi variată prin raportul  $\frac{R_{AOk}}{R_{OkB}}$  între valoarea  $S_u$  pentru poziția 1 a comutatorului  $K$  și o valoare  $A_0 \max S_u$  atunci când  $K$  se află pe poziția 4. Alegînd  $R_5 = 90 \text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 9 \text{ k}\Omega$ ,  $R_7 = 0,9 \text{ k}\Omega$  și  $R_8 = 0,1 \text{ k}\Omega$  rezultă pentru  $A_0$  valorile decadice 1, 10, 100, 1 000. Dacă voltmetrul de ieșire are scara 0 ... 10 V, se deduce că se pot măsura tensiuni de 10 mV ... 10 V. Important este faptul că rezistența de intrare rămîne de valori ridicate și la tensiuni mici ( $R_i > 1 \text{ M}\Omega$  la 10 mV).

Pentru ca tensiunile de decalare să fie cît mai reduse și să nu introducă erori, indiferent de treapta pe care se află comutatorul  $K$ ,  $R_1 \dots R_4$  se calculează astfel ca rezistențele în cele două intrări, inversoare și neînversoare, să fie aceleași:  $R_p^- = R_p^+$ .

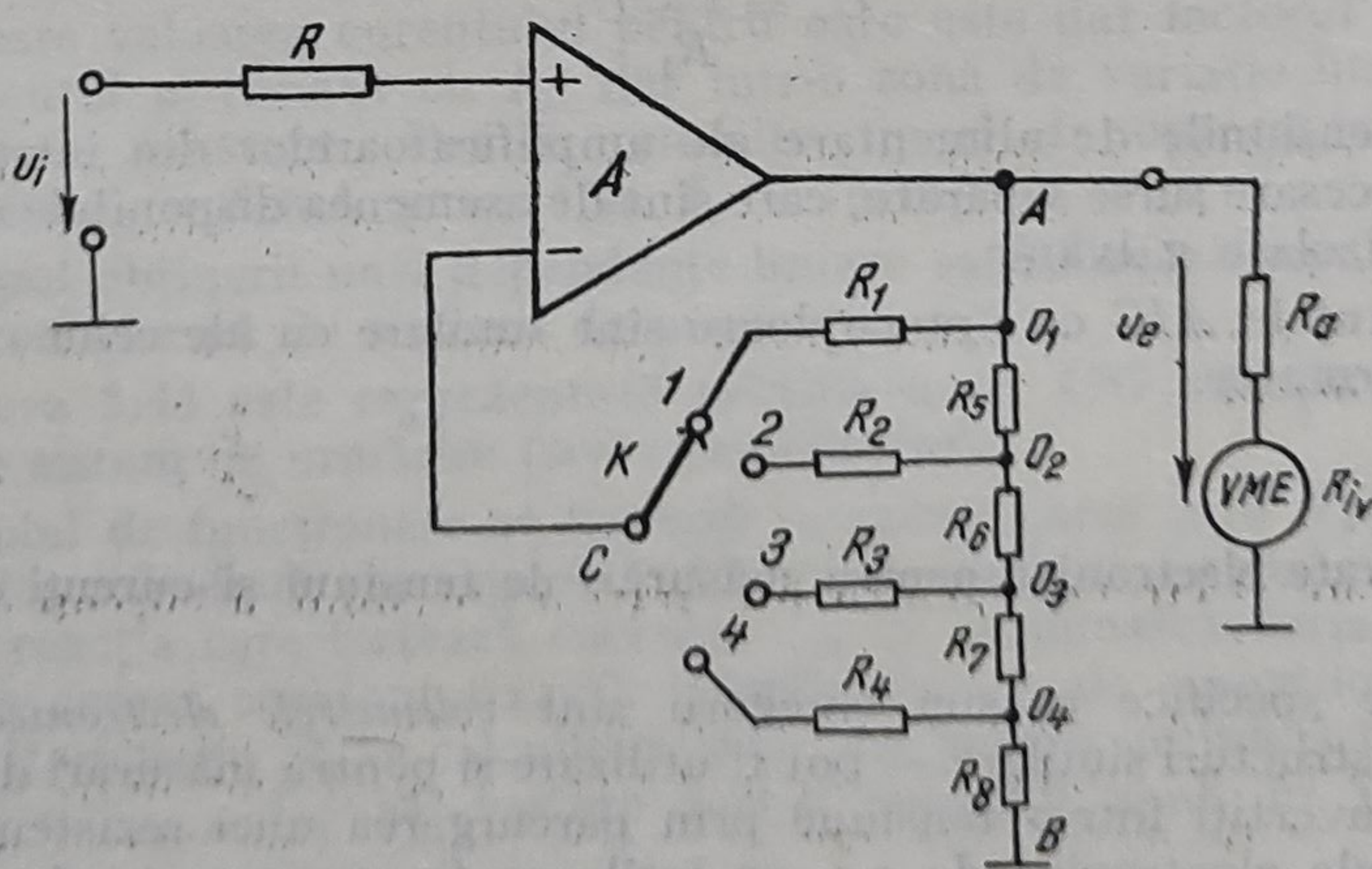


Fig. 3.46. Schema de principiu a unui voltmetru electronic de c.c.



$R_p^+ = R$ , iar  $R_p^-$ , admitînd că rezistența de ieșire din amplificator este neglijabilă, se obține din:

$$R_p^- = R_{Cok} + R_{Aok} \parallel R_{OkB} \quad (3.152)$$

Fix nd pe  $R$   i  $R_{Aok}$ ,  $R_{OkB}$  fiind determinate anterior se pot calcula rezistențele  $R_{OkC}$ , respectiv  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ . Dacă  $R = 10 \text{ k}\Omega$  rezultă  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 9 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ . Prin acest procedeu  i cu compensarea ini ial  a tensiunii de decalaj se pot reduce valorile acestora la valori de ordinul  $\mu\text{V}$   i erorile corespunzătoare devin neglijabile.

Precizia unui astfel de voltmetru depinde de precizia aparatului magnetoelectric, de performanțele amplificatorului  i, în mod esențial, de toleran ele rezistențelor.  n condiții de cost moderate se poate ajunge la clase de precizie 1,5; 2.

Într-o configura ie similară (fig. 3.47) se poate realiza un ampermetru electronic pentru măsurarea unor curenți mici.

Curentul de măsurat  $I_i$  este convertit într-o tensiune  $U_i = R_{sk} I_i$ , prin intermediul  unturilor  $R_{s1}$ ,  $R_{s2}$ , ...,  $R_{sm}$  care pot fi alese după necesitate cu comutatorul  $K$ . Diodele  $D_1$   i  $D_2$  asigură protec ia împotriva unor tensiuni  $U_i$  prea mari. Aparatul magnetoelectric este un miliampermetru.

Consider nd  $R_{ia} \ll R_2$   i deci  $U_e \cong U'_e$ , se poate scrie:

$$U_e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) R_{sk} I_i. \quad (3.153)$$

Curentul de ieșire prin aparat este:

$$I_e \cong \frac{U_e}{R_3 \parallel (R_1 + R_2)} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3(R_1 + R_2)} U_e \cong \frac{U_e}{R_3}, \quad (3.154)$$

 ntruc t se poate alege  $R_3 \ll R_1 + R_2$ .

Din relațiile precedente se deduce:

$$I_e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_{sk}}{R_3} I_i. \quad (3.154')$$

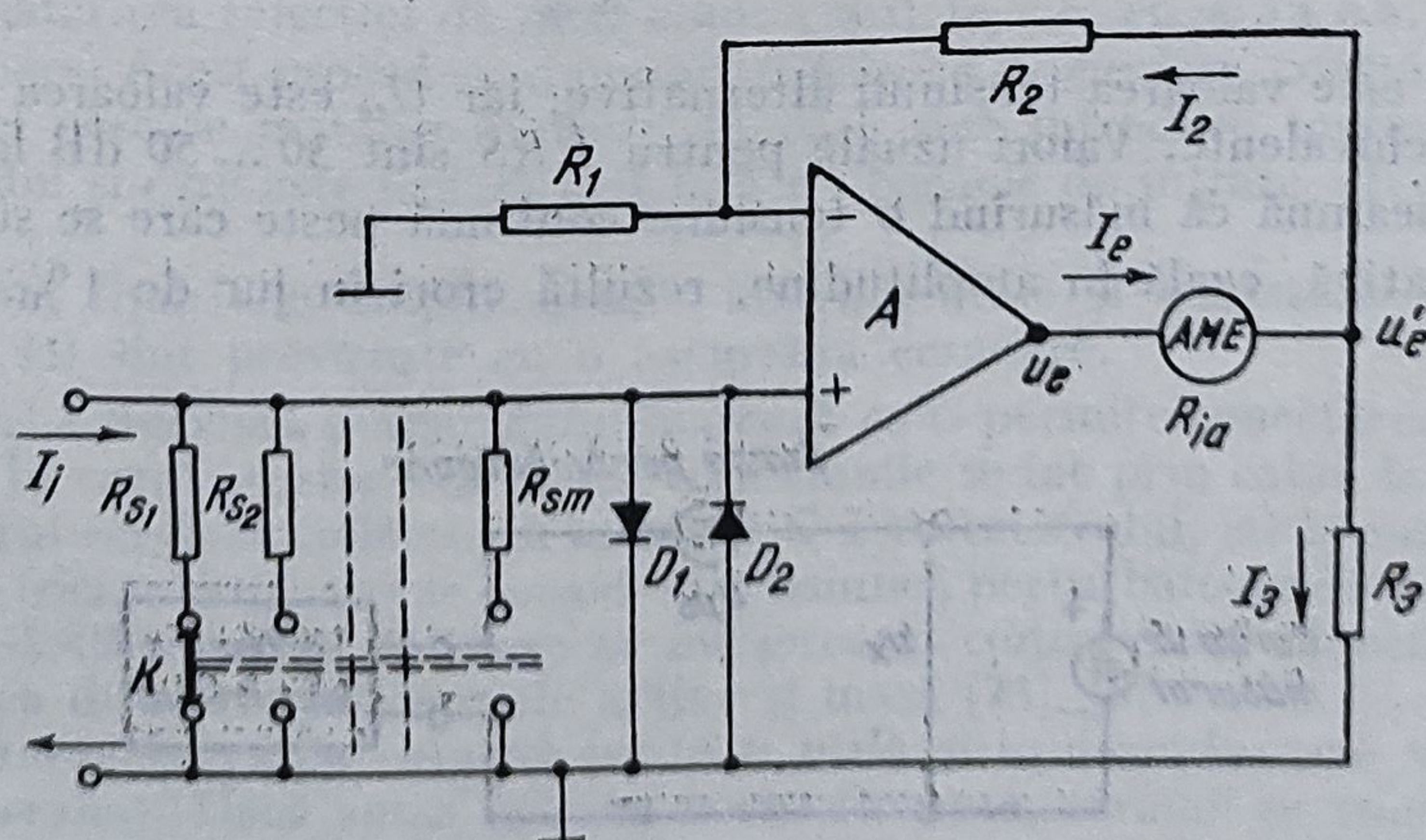


Fig. 3.47. Schema de principiu a unui ampermetru electronic de c.c.



Prin alegerea convenabilă a rezistențelor  $R_1, R_2, R_3$  în raport de valorile șunturilor  $R_{sk}$  se poate obține o amplificare în curent importantă. Astfel, pentru  $\frac{R_2}{R_1} \cong 1\,000$  și  $(R_{sk})_{max} = R_3$ , cu un aparat nepretențios avînd  $I_{max} = 1\text{ mA}$  se pot măsura curenți de  $1\text{ }\mu\text{A}$ .

Deplasînd comutatorul  $K$  pe valori mai reduse ale șunturilor, limita superioară a intervalului de măsurare crește, ea depinzînd exclusiv de  $R_{sk}$ . Observațiile menționate la voltmetre cu privire la performanțe rămîn valabile și în acest caz.

Rezistențele mari de intrare ale voltmetrelor electronice impun precauții speciale cu privire la apariția unor tensiuni perturbatoare care pot conduce la erori importante, mai ales la măsurarea de tensiuni reduse. După cum acționează, se deosebesc *tensiuni perturbatoare serie* și *de mod comun*.

Tensiunile perturbatoare serie pot fi de c.c. sau de c.a. și modul în care ele influențează este ilustrat în figura 3.48.

Perturbațiile continue deranjează măsurarea numai dacă variază în timp, deoarece atunci cînd sînt constante ele pot fi compensate prin ajustări ale zeroului. Cele alternative sînt de cele mai multe ori tensiuni cu frecvența de 50 Hz, care apar fie datorită cuplajelor electrice sau magnetice cu diferite circuite alimentate de la rețea, fie provin chiar de la sursa de măsurat. În cazul circuitelor de rezistență mare predomină efectul cuplajelor capacitive și pentru evitarea lor se procedează la ecranarea electrostatică completă a circuitului. În circuitele de rezistență mică devin importante efectele cuplajelor magnetice care, potrivit legii inducției, fiind dependente de aria străbătută de flux, pot fi reduse prin utilizarea de montaje bifilare cu firele răscucite.

Explicația erorilor provocate de tensiunile perturbatoare alternative rezidă în neliniaritățile caracteristicii de transfer a amplificatorului, care capătă astfel proprietăți de redresare și generează o tensiune continuă ce se înseriază cu aceea de măsurat. Pentru evidențierea calității amplificatorului și, respectiv, a voltmetrului electronic de c.c. sub acest aspect, se folosește așa-numitul *raport de rejecție serie*:

$$RRS = 20 \log \frac{U_a}{U_{ce}}, \quad (3.155)$$

în care  $U_a$  este valoarea tensiunii alternative, iar  $U_{ce}$  este valoarea tensiunii continue echivalente. Valori uzuale pentru  $RRS$  sînt 30 ... 50 dB la 50 Hz, ceea ce înseamnă că măsurînd o tensiune continuă peste care se suprapune una alternativă, egală în amplitudine, rezultă erori în jur de 1%.

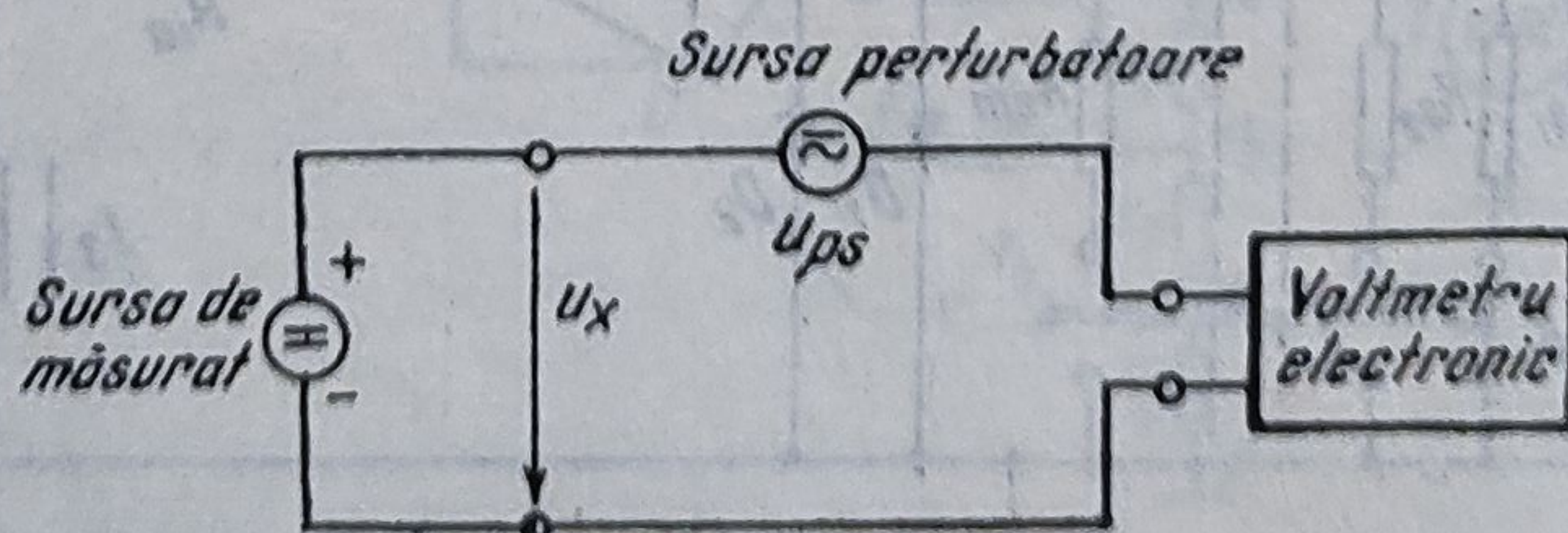


Fig. 3.48. Tensiune perturbatoare serie.



Un mijloc eficient de eliminare a tensiunilor perturbatoare serie alternative este prevederea în intrare a unui filtru trece jos, cu o frecvență de tăiere corespunzătoare, dar aceasta face să crească timpul de răspuns.

În ceea ce privește tensiunile perturbatoare de mod comun, generarea lor, maniera în care acționează și cum pot fi rejecitate rezultă din figura 3.49.

În figura 3.49 *a*, în care conexiunile între sursa care generează pe  $U_x$  și voltmetrul electronic  $VE$  se fac printr-un conductor principal („fir cald”) și printr-un conductor de masă (conectat de obicei la carcasă), datorită faptului că bornele de masă sînt situate la distanță, ele nu se mai află practic la același potențial, apărînd o tensiune perturbatoare serie  $U_{ps}$ . Prin utilizarea unui amplificator diferențial,  $VE$  va avea „intrări flotante”, adică izolate față de masă și atunci tensiunea perturbatoare devine de mod comun (fig. 3.49, *b*). Uneori și bornele sursei sînt flotante, între ele și masă putînd exista o tensiune ca în figura 3.49, *c*, în acest caz tensiunea de mod comun provenind chiar de la sursă.

Soluțiile pentru astfel de situații le reprezintă amplificatoarele instrumentale cu factor de rejecție de mod comun ridicat, iar atunci cînd este necesară și separarea galvanică amplificatoarele cu izolare.

Tensiunile perturbatoare de mod comun pot fi la rîndul lor continue sau alternative. Factorul de rejecție de mod comun în c.c. depinde și de rezistențele de izolație ale conexiunilor, iar cel în c.a. de capacitățile între acestea și masă. Cu cît rezistențele de izolație sînt mai mari și capacitățile mai reduse, factorii respectivi sînt mai buni. [8].

Îmbunătățirea rejecției de mod comun atît în c.c. cît și în c.a. se obține prin ecranare. Acest procedeu, denumit și *tehnică de gardare*, constă în prevederea unei carcase metalice închise, în care sînt introduse toate circuitele voltmetrului și care este izolată atît față de bornele de intrare, cît și față de masă.

Anumite tipuri de amplificatoare instrumentale și cu izolare galvanică (v. fig. 3.43) sînt prevăzute cu o asemenea ecranare.

O bornă exterioară a aparatului marcată cu  $G$  permite conectarea electrică la ecran. În cazul acestor voltmetre conexiunile se fac prin cablu bifilar ecranat, al cărui ecran se conectează la borna  $G$  a voltmetrului, iar la sursă la una din borne (cea față de care se consideră tensiunea perturbatoare de mod comun în figura 3.49, *c*). Prin ecranare se micșorează considerabil conductanța și capacitatea directă între bornele active și masă [23], [8].

Conectarea cu cablu ecranat poate fi utilă și în cazul în care voltmetrul nu este ecranat. Dacă sursa este cu borne flotante, ecranul se conectează la masa voltmetrului ca în figura 3.50.

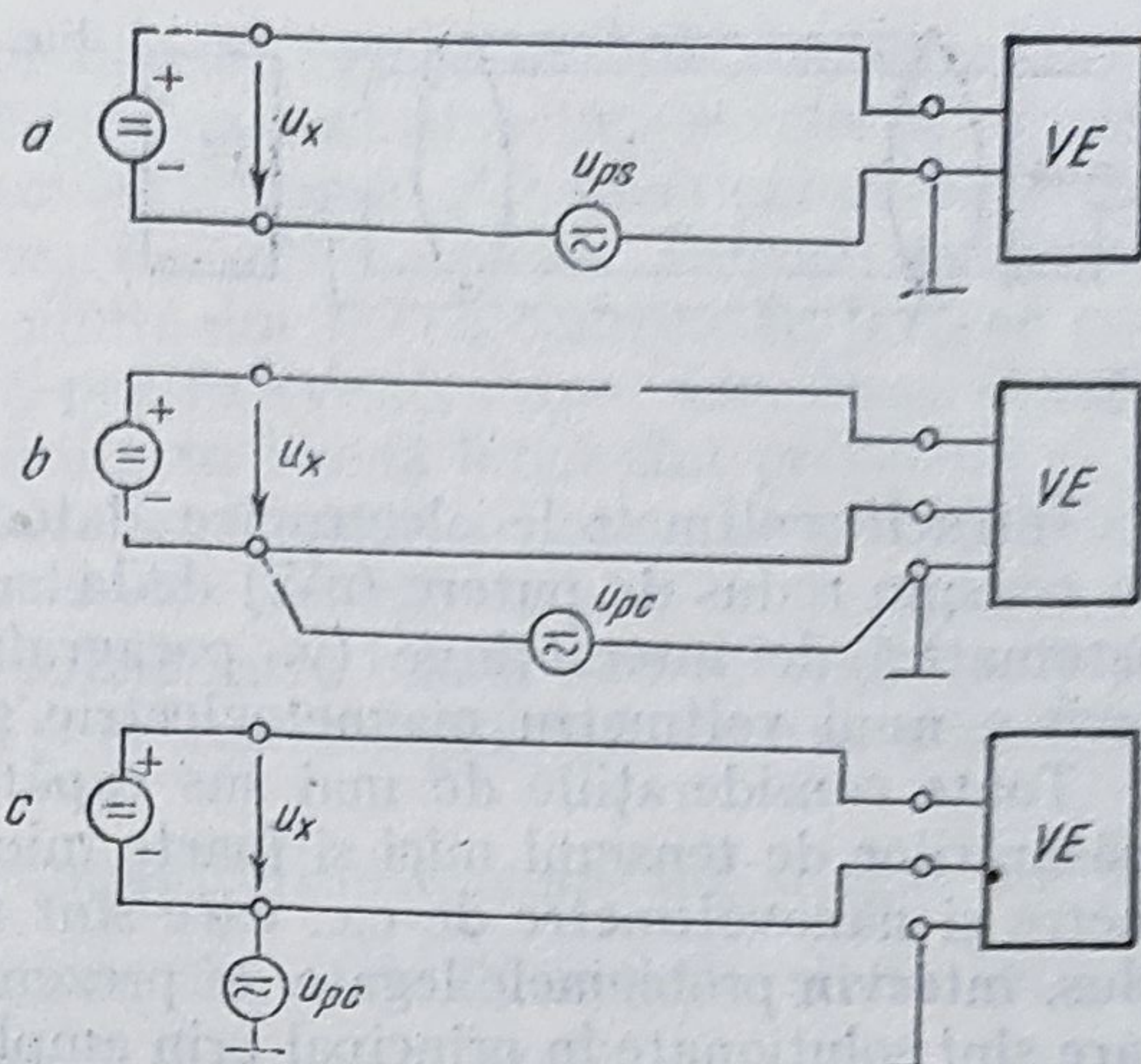


Fig. 3.49. Tensiuni perturbatoare de mod comun: *a* —  $VE$  cu o bornă de intrare la masă; *b* —  $VE$  cu intrări flotante; *c* —  $VE$  cu intrări flotante și  $U_{pc}$  la sursă.



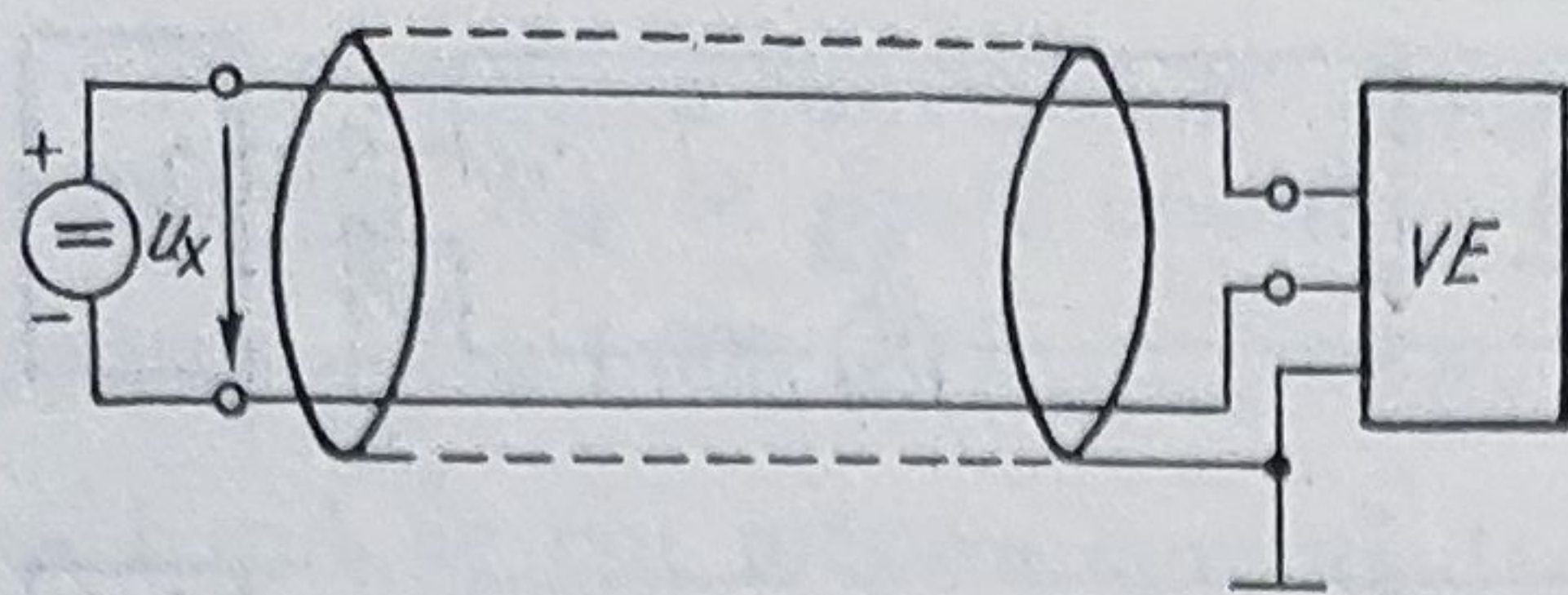


Fig. 3.50. Exemplu de conectare prin cablu ecranat.

Întrucât voltmetrele electronice datorită impedanței mari de intrare au un consum redus de putere (nW) de la sursa care generează pe  $U_x$ , eroarea sistematică de interacțiune (v. paragraful 2.2.3) este sensibil mai redusă decât a unui voltmetru magnetoelectric și adesea neglijabilă.

Toate considerațiile de mai sus capătă o importanță deosebită în cazul măsurărilor de tensiuni mici și foarte mici, adică în realizarea de microvoltmetre și nanovoltmetre de c.c. care sînt folosite și ca detectoare de nul. În plus, intervin problemele legate de prezența tensiunii de decalaj și a derivatei, care sînt soluționate în principal prin amplificatoare cu modulare-demodulare. De asemenea trebuie să se țină seama de tensiunea de zgomot termic în rezistența internă a sursei și de cea a amplificatorului, care în aceste domenii de tensiuni mici (nV) devin comparabile cu tensiunea de măsurat (v. paragraful 3.2.3).

O altă sursă de erori o pot constitui tensiunile termoelectromotoare generate în conductoare neomogene de gradienti de temperatură, care pot ajunge la valori  $0,2 \dots 3 \mu\text{V/K}$ . Pentru reducerea lor se urmărește executarea tuturor elementelor de conexiune din același metal și uniformizarea temperaturilor prin plasarea joncțiunilor în zone cît mai apropiate.

### 3.6.3. Amplificatoare electronice de curent alternativ

În aparatura de măsurat curenți și tensiuni alternative, în general, se utilizează *amplificatoare de bandă largă*. În unele aplicații particulare, în care intervin surse de frecvențe fixe, apar și *amplificatoare selective* acordate pe anumite frecvențe.

**Amplificatoarele de curent alternativ de bandă largă (ABL)**, la fel ca și cele de c.c., pot fi realizate cu componente discrete într-o proiectare adaptată nemijlocit aplicației, sau pot fi alese dintr-o gamă destul de largă de tipuri integrate. Multe dintre amplificatoarele operaționale și instrumentale de c.c. pot fi utilizate și în c.a. pînă la frecvențe relativ ridicate.

Funcționarea în curent alternativ este caracterizată de dependența factorului de amplificare de frecvență:

$$A(f) = |A(f)| e^{j\varphi(f)}.$$

De regulă, pentru AO și AI sînt date reprezentările grafice sub formă de diagrame Bode ale factorului de amplificare în circuit deschis  $|A(f)|_{ab}$ . Pe baza acestor caracteristici se stabilește banda de frecvență a amplificatorului  $f_B$  adică frecvența la care factorul de amplificare scade cu 3 dB față de cel în c.c. În unele specificații, în loc de  $f_B$  definită ca mai sus, se dă frecvența  $f_u$  corespunzătoare scăderii factorului de amplificare la valoare unitară  $A(f_u) = 1$  [ $f_u \gg f_B$ , ținînd seama că  $A(0) \gg 1$ ].



Întrucît  $AO$  sînt prevăzute cu circuite de reacție externe, caracteristicile de frecvență sînt în mare măsură dependente de structura și valorile elementelor acestor circuite. Banda de frecvență a unui  $AO$  funcționînd în circuit închis poate să difere sensibil de cea în circuit deschis. Întrucît în circuit închis ar putea rezulta instabilități, multe din  $AO$  au compensări interne care asigură o margine de fază suficientă pentru evitarea unor asemenea situații. Acele  $AO$  care sînt destinate utilizărilor în bandă largă sînt prevăzute și cu posibilități de compensare de fază externe (capacități), care permit ajustarea convenabilă a lărgimii de bandă în funcție de aplicații.

În figura 3.51 se poate vedea raportul între banda de frecvență în circuit deschis și în circuit închis, precum și efectul compensării externe pentru un  $AO$  în montaj inversor.

La frecvențe joase factorul de amplificare este constant și egal cu cel în c.c.  $|A_0| = \frac{R_2}{R_1}$ , depinzînd numai de circuitele de reacție și de intrare.

La frecvențe înalte, unde factorul de reacție începe să devină mai mare decît amplificarea în circuit deschis,  $|A_0|$  variază după o caracteristică care se apropie de cea în circuit deschis. Efectul compensării constă în menținerea pantei de  $-6$  dB/octavă, care asigură stabilitatea, în zona de intersecție a celor două caracteristici *Bode*.

Deoarece, așa cum se poate observa din figura 3.51, banda de frecvență în circuit închis depinde de  $|A_0|$ , adesea se specifică produsul *amplificare · bandă de frecvență*.

În circuit închis, la un factor de amplificare moderat se poate obține o bandă de frecvență suficient de largă chiar dacă banda în circuit deschis este scăzută. Astfel, pentru un  $AO$  modest avînd  $A = 10^5$ ,  $f_B = 10$  Hz se poate obține pentru  $|A_0| = 100$ ,  $f_{B0} = 10$  kHz.

Dacă este necesar ca atît amplificarea cît și banda de frecvență să fie mai mari, se conectează mai multe amplificatoare în serie.

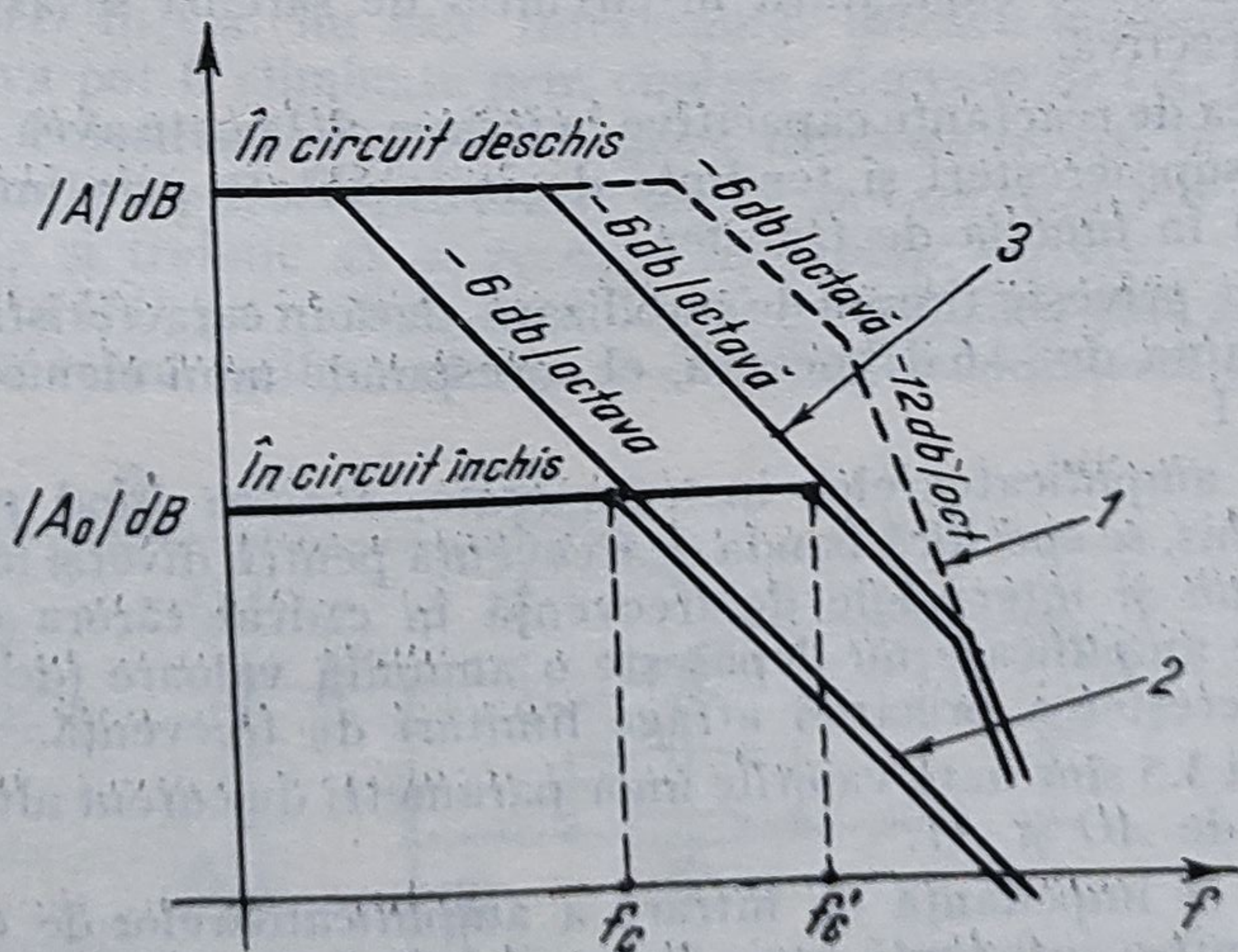


Fig. 3.51. Banda de frecvență în circuit închis și influența compensării:

- 1 — fără compensare; 2 — numai cu compensare internă; 3 — cu prevederea și a compensării externe;  $f'_c > f_c$  — frecvențe de frîngere.



Mentținerea constantă a factorului de amplificare în banda de frecvență definește *liniaritatea amplificatorului în c.a.*

Alți parametri importanți pentru funcționarea în c.a., mai ales în cazul semnalelor sub formă de impulsuri sau undă rectangulară, sînt  *timpul* sau *viteza de creștere* (slew-rate) și  *timpul de stabilizare*, care se definesc asemănător ca în paragraful 2.3.2. Acești parametri caracterizează regimul tranzitoriu și dacă nu sînt corelați cu frecvența semnalului pot introduce distorsiuni importante chiar și în cazul semnalelor sinusoidale. Astfel, pentru  $u(t) = U \sin 2\pi ft$  viteza de variație este:

$$\frac{du(t)}{dt} = 2\pi f U \cos 2\pi ft.$$

Rezultă de aici că viteza de creștere  $V_c$  a amplificatorului:

$$V_c \geq \left| \frac{du(t)}{dt} \right|_{\max} = 2\pi f U, \quad (3.156)$$

de unde rezultă limitarea de frecvență din acest punct de vedere:

$$f \leq \frac{V_c}{2\pi U} \quad (3.157)$$

Întrucît această limitare depinde de amplitudine, viteza de creștere se specifică pentru valorile nominale la ieșire ( $U_o$ ,  $I_o$ ) și frecvența dedusă pe această cale definește banda de frecvență de putere maximă.

Viteza de creștere este condiționată de capacitățile care intervin în circuitele amplificatorului. În condițiile unei compensări interne se precizează pentru ce valoare a capacității în circuitul de sarcină se asigură viteza de creștere respectivă.

Conectarea de reactanțe capacitive în ieșirea AO poate avea efecte nedorite, apariția de supracreșteri și tendințe de instabilitate prin introducerea unui al doilea pol în funcția de transfer.

În ceea ce privește timpul de stabilizare, dacă în caracteristica de frecvență se asigură panta de  $-6$  dB/octavă, el corespunde unui element de întârziere de ordinul I.

În cazul amplificatoarelor instrumentale, acestea fiind prin natura lor în circuit închis, se specifică banda de frecvență pentru diverși factori de amplificare, precum și intervalele de frecvență în cadrul cărora eroarea asupra factorului de amplificare nu depășește o anumită valoare (de exemplu 1%). În general, creșterea preciziei atrage limitări de frecvență.

În tabelul 3.5 sînt date valorile unor parametri de curent alternativ pentru unele tipuri de AO și AI.

Referitor la impedanța de intrare a amplificatoarelor de c.a., ea constă în general dintr-o rezistență mare în paralel cu o capacitate redusă. În cazul celor cu tranzistoare cu efect de cîmp, la frecvențe medii se obține  $R_i = 10^{11} \Omega \parallel C_i = 2...5$  pF. Pentru variația impedanțelor raportate la intrarea și la ieșirea amplificatorului în c.a. se folosesc efectele „Miller” și „boot-strap” [23].



Parametrii de c.a. ai AO și AI.

Nr. crt.	Parametrii Tip de amplificator	Banda de frecvență 3 dB [Hz]	Banda de frecvență $A = 1$ [MHz]	$A \times f_B$ [MHz]	Banda la putere maximă [kHz]	Viteza de creștere [V/s]	Țimp de răspuns [μs]
1	AO de uz general	10 .. 100 (în circuit deschis $A = 10^5 \dots$ $\dots 10^6$ )	0,5...3	—	1... 100	0,1... 1,5	—
2	AO de bandă largă	100... 1 000 (în circuit deschis $A = 10^4 \dots 10^5$ )	10... 100	10... 1 700	100... 500	5... 1 000	0,01... 1,5
3	AI	1,5 kHz... ... 150 kHz ( $A_0 = 1 000$ ... 1 în circuit închis)	—	—	5... 20 kHz ( $A_0 \leq 100$ )	0,2... 1,2	20... 500 ( $A_0 = 1 \dots$ 1 000)

Prin cuplaje de c.a. se poate limita banda de frecvență și la frecvențe inferioare. În figura 3.52 este reprezentat un astfel de etaj cuplat în c.a., cu reacție negativă globală.

Capacitatea  $C_B$  asigură efectul de „boot-strap” pentru rezistența de polarizare  $R_B$ . Frecvențele critice care delimitează banda de 3 dB sînt date de:

$$f_j = \frac{1}{2\pi R_j C_j} \quad \text{și} \quad f_i = \frac{1}{2\pi R_i C_i}. \quad (3.158)$$

Utilizarea AMD în c.a. nu este interesantă, întrucît tensiunea continuă de decalaj și deriva pot fi eliminate prin cuplaje adecvate de c.a. (capacități, transformatoare). Folosirea lor poate să apară necesară numai în cazul unor semnale lent variabile (de frecvențe foarte joase), la care cuplajele susmenționate devin dificile și trebuie să se recurgă la cuplaje directe.

Performanțele AMD, în ipoteza unor astfel de utilizări, sînt determinate în principal de frecvența oscilatorului care comandă modulatorul și demodu-

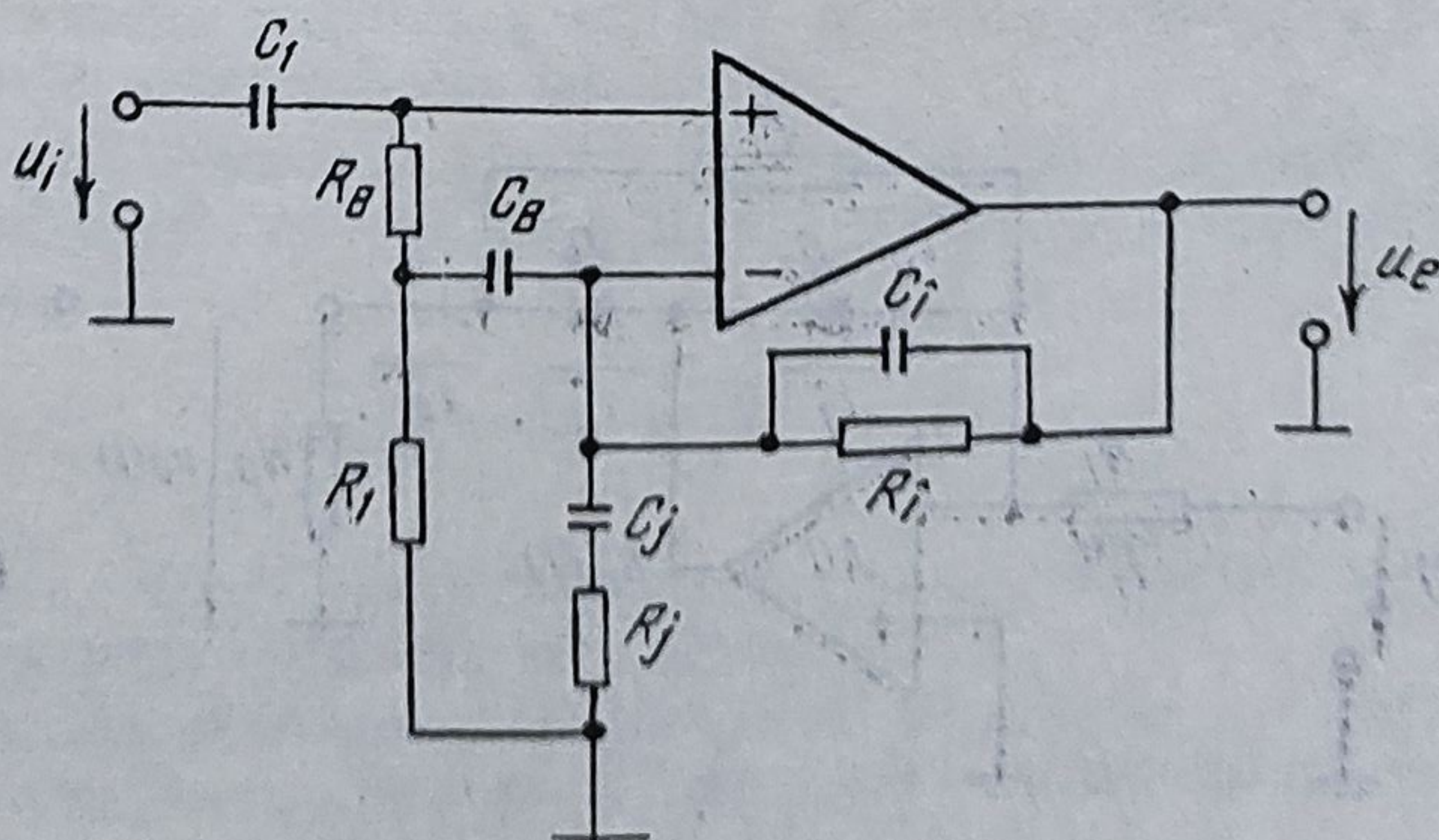


Fig. 3.52. Amplificator cu cuplaj în c.a.



latorul. În raport de aceasta, conform teoremei eșantionării, se poate deduce frecvența maximă a semnalului alternativ care poate fi amplificat.

Referitor la problema amplificării cu separare galvanică, în c.a. ea se rezolvă simplu folosind transformatoare, ceea ce face ca amplificatoarele cu izolare galvanică descrise în paragraful 3.6.1 să nu prezinte aceeași importanță ca în c.c.

### 3.6.4. Aparare electronice pentru măsurări de tensiuni și curenți alternativ i

Asemănător ca în curent continuu, voltmetrele electronice de c.a. reprezintă aparatele din această categorie cele mai frecvent întâlnite.

Întrucât aparatul indicator și în cazul voltmetrelor electronice de c.a. este de tip magnetoelectric, principiul de funcționare se bazează pe conversia c.a. — c.c. Astfel schema funcțională tipică este cea reprezentată în figura 3.53.

După caracterul conversiei din c.a. în c.c. se deosebesc trei tipuri de voltmetre electronice: *de valori medii*, *de valori de vîrf* și *de valori efective*.

● **Voltmetre electronice de valori medii.** Elementul component principal îl constituie convertorul c.a.—c.c., care constă din combinații de AO cu circuite de redresare monoalternanță sau dublă alternanță. Asocierea AO avînd factor de amplificare mare în circuit deschis cu diode redresoare are drept scop realizarea unei redresări de precizie, eliminînd unele neajunsuri ale schemelor de redresare simple determinate de neliniaritățile diodelor la semnale mici și de dependența caracteristicilor acestora de temperatură.

Schema unui redresor de precizie cu AO este redată în figura 3.54.

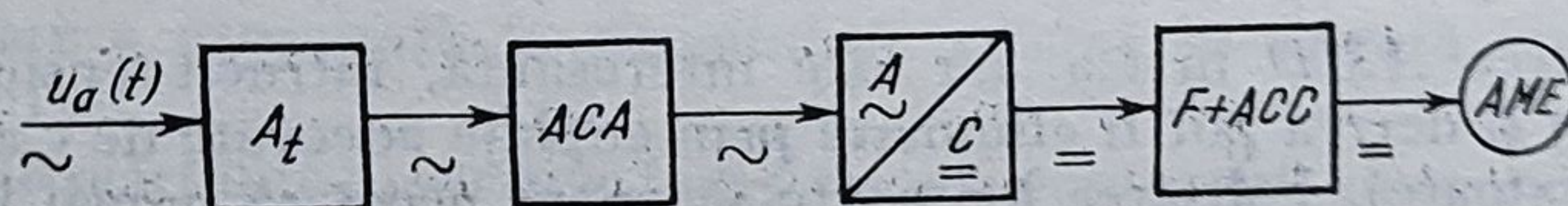


Fig. 3.53. Schema funcțională a unui voltmetru electronic de c.a.:  $A_t$  — atenuator; ACA — amplificator de c.a.; A/C — convertor din c.a. în c.c.; F + ACC — filtru și amplificator de c.c.; AME — aparat indicator magnetoelectric.

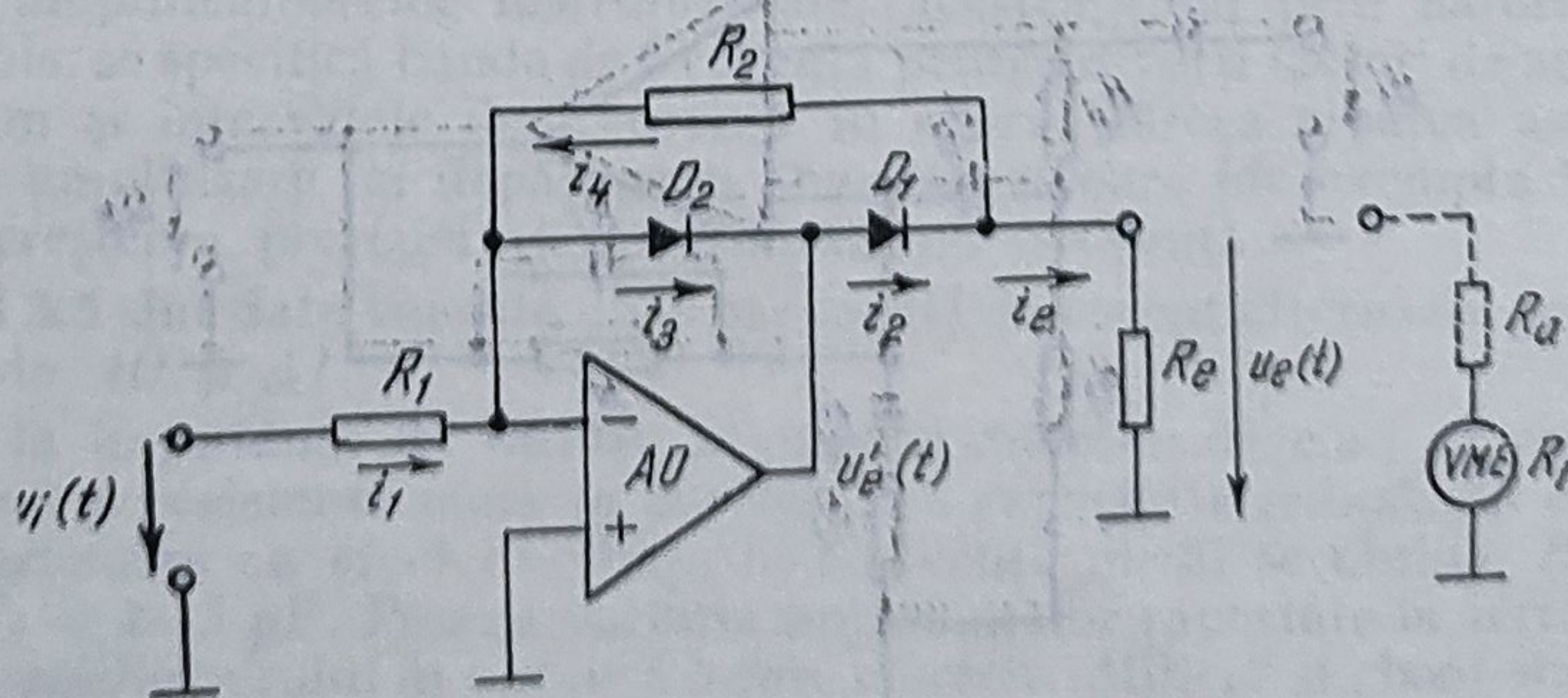


Fig. 3.54. Schema de redresare monoalternanță cu AO.



Analiza funcționării acestei scheme se face considerînd  $AO$  ideal și ținînd seama de ecuația diodei:

$$U_D = \frac{mKT}{q} [\ln(i_D + I_S) - \ln I_S] = f(i_D), \quad (3.159)$$

unde  $m$  este un factor care depinde de tipul semiconductorului. Din relația precedentă se observă dependența neliniară  $U_D = f(i_D)$  îndeosebi la valori mici.

În semialternanța negativă a tensiunii de intrare  $u_i(t) = U_{im} \sin \omega t$ , datorită aplicării acesteia pe borna inversoare  $u_e'(t) > 0$ , dioda  $D_2$  este blocată și  $i_2 = 0$ . Presupunînd rezistența de sarcină din ieșire suficient de mare pentru ca  $i_e = \frac{u_e}{R_e} \cong 0$ , rezultă  $i_2 \cong i_4 \cong -i_1$ , de unde se deduce:

$$\frac{u_e'(t)}{R_{D1} + R_2} = -\frac{u_i(t)}{R_1}. \quad (3.160)$$

Întrucît  $u_e'(t) = R_{D1}i_2 + u_e(t)$ , se obține:

$$u_e(t) = -\frac{R_2}{R_1} u_i(t), \quad (3.161)$$

în care nu intervine  $R_{D1}$ .

Dacă se ține seama de valoarea finită  $A$  a factorului de amplificare în circuit deschis al  $AO$  și de ecuația neliniară a diodei, relația exactă pentru această semialternanță este:

$$u_e(t) = \frac{-\frac{R_2}{R_1} u_i(t) - \frac{1}{A\beta} f(i_2)}{1 + \frac{1}{A\beta}}, \quad (3.162)$$

unde  $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

Din (3.162) se observă că influența căderii de tensiune pe  $D_1$  și deci erorile de neliniaritate și cu temperatura vor fi cu atît mai reduse cu cît  $A$  este mai mare.

În semialternanța pozitivă a intrării  $u_e'(t) < 0$ , dioda  $D_2$  conduce, prin ea trecînd întreg curentul din intrare.

Dioda  $D_1$  este blocată și teoretic la ieșire  $u_e(t) = 0$  (potențialul masei). În aceleași condiții în care s-a dedus (3.162), expresia corespunzătoare a ieșirii este de forma:

$$u_e(t) = -\frac{f(i_3)}{A} \frac{R_e}{R_2 + R_e}, \quad (3.163)$$

ceea ce denotă o valoare foarte redusă, ce poate fi inferioară tensiunii de decalaj a  $AO$  și a cărei influență este neglijabilă.

Un dezavantaj al schemei analizate îl constituie prezența capacității diodei  $D_2$  direct în reacția  $AO$ , ceea ce limitează considerabil frecvența maximă de utilizare.



Relațiile precedente ilustrează comportarea schemei ca un redresor monoalternanță. Prin conectarea în locul rezistenței  $R_e$  a unui voltmetru magnetoelectric, acesta mediază tensiunea  $u_e(t)$  și va da o indicație (v. tabelul 3.1):

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1} S_u \frac{U_{im}}{\pi}, \quad (3.164)$$

în care  $S_n$  este sensibilitatea de tensiune a voltmetrului, iar  $\frac{U_{im}}{\pi}$  reprezintă valoarea medie a tensiunii redresate monoalternanță.

Se pot obține și variante, cum sînt cele din figura 3.55, care redresează ambele alternanțe în aceleași condiții de precizie.

Schema din figura 3.55, *a* este una dintre cele mai utilizate, fiind uneori denumită *redresor operațional*. Curentul prin aparat, care în acest caz este un miliampermetru magnetoelectric, este:

$$I_a = \frac{|u_i(t)|}{R_1}. \quad (3.165)$$

Dacă amplificarea în buclă deschisă este suficient de mare, circuitul corectează practic orice neliniaritate a diodelor și de asemenea compensează variațiile cu temperatura atît ale diodelor cît și ale bobinei aparatului magnetoelectric. Deoarece amplificarea cu reacție crește cînd rezistențele diodelor și bobinei cresc și scade cînd acestea variază în sens invers, aceste variații se reflectă în tensiunea de ieșire din amplificator și ca urmare nu au efect asupra curentului prin aparat. Tensiunea  $u_i(t)$  se aplică pe borna neînversoare, ceea ce asigură impedanță mare de intrare. Capacitatea  $C$  este prevăzută pentru filtrare.

Schema din figura 3.55, *b* este compusă din două AO, permițînd ieșire în tensiune redresată bialternanță. Pentru valorile de rezistență din figură rezultă:

$$u_e(t) = |u_i(t)|, \quad (3.166)$$

montajul fiind denumit și *convertor de valoare absolută* (pentru alte valori se poate amplifica). Spre deosebire de schema precedentă, aparatul este un voltmetru magnetoelectric și are una din borne conectată la masă. Dacă în paralel cu rezistența de reacție a lui  $AO_2$  se prevede o capacitate, aceasta realizează

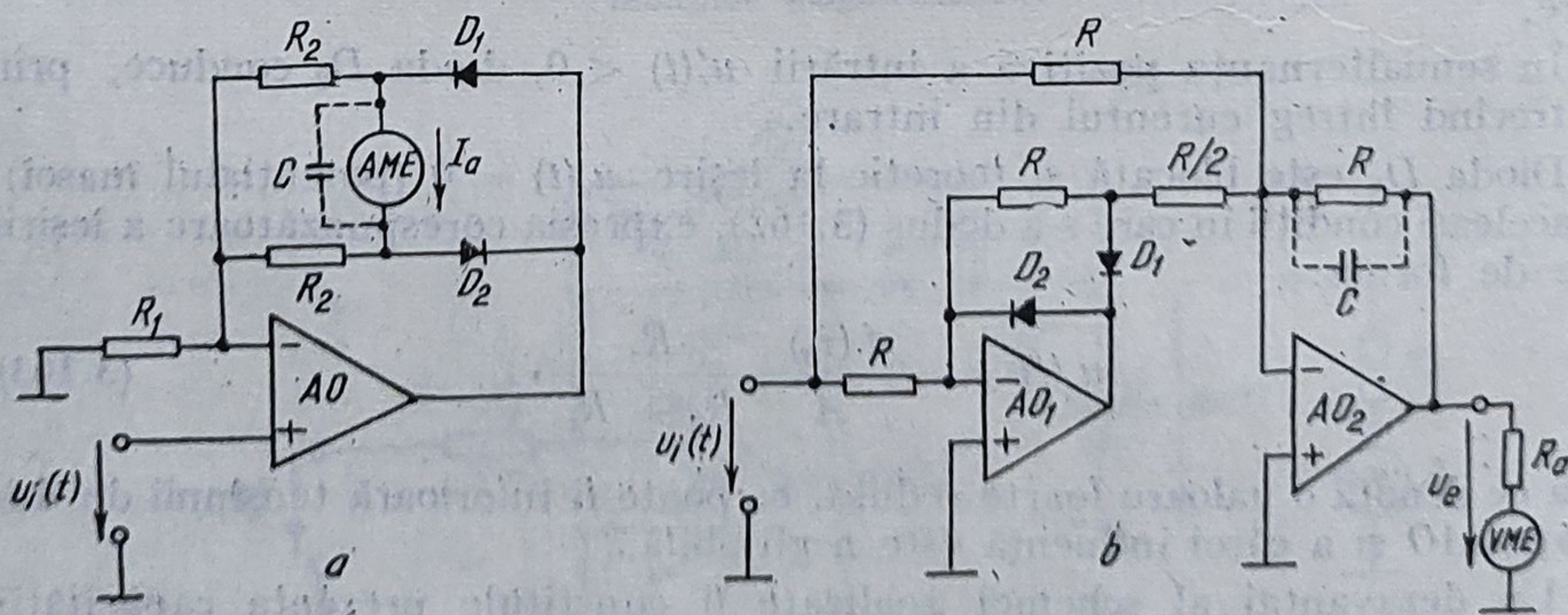


Fig. 3.55. Scheme de redresare bialternanță cu AO:  
a — cu un singur AO; b — cu două AO.



și o operație de mediere (filtru operațional trece-jos). Constanta de timp a filtrului  $\tau = RC$ , pentru o mediere corespunzătoare, trebuie să fie  $\tau > \frac{1}{f_{min}}$ , unde  $f_{min}$  este limita inferioară a domeniului de frecvențe pen'ru tensiunile de măsurat.

În absența filtrării, medierea este efectuată de către aparatul magnetoelectric, indicațiile acestuia corespunzând valorilor medii redresate bialternanță (v. tabelul 3.1). În cazul când sînt prevăzute filtre, se ține seama și de efectele acestora (la etalonare).

Voltmetrele electronice de valoare medie bazate pe schemele precedente se construiesc pentru frecvențe de  $10 \dots 10^5$  Hz. La frecvențe înalte apar erori suplimentare datorate scăderii amplificării și vitezei de creștere limitate a AO, capacităților dielectricilor și capacităților parazite. Ca urmare, la frecvențe mergînd pînă la 10 MHz, trebuie utilizate diode speciale (de comutație, cu capacitate mică Schottky) și AO de bandă largă cu viteză de creștere mare.

**Atenuatoare.** De regulă, voltmetrele electronice de valori medii sînt prevăzute cu mai multe intervale de măsurare, cuprinse între 1 mV și 300 V (în succesiunea 1, 3, 10). Valoarea minimă, limitată de zgomotul amplificatorului de c.a. din intrare, este cea care impune amplificările etajelor corespunzător sensibilității aparatului magnetoelectric. Pentru tensiuni mai mari se utilizează în intrare un atenuator rezistiv (divizor) în trepte, care determină intervalele respective.

În curent alternativ, îndeosebi pentru funcționarea la frecvențe înalte, atenuatoarele nu pot fi construite sub forma unor simple divizoare rezistive deoarece, așa cum se arată în figura 3.56 a, intervine în paralel capacitatea de la intrarea amplificatorului, formînd un filtru trece-jos, care limitează banda de frecvență la  $f_B = \frac{1}{2\pi C'_i (R_1 \parallel R_2)}$ .

Divizorul fiind plasat la intrarea voltmetrului, el determină impedanța de intrare a acestuia  $R_i = R_1 + R_2$  care uzual trebuie să fie de  $1 \dots 10$  M $\Omega$ . Din expresia pentru  $f_B$  și ținînd seama că  $C'_i$  este cel mult de ordinul zecilor de pF, rezultă reducerea benzii de frecvență la ordinul zecilor de kHz.

Pentru a putea opera cu frecvențe înalte se folosesc divizoarele compensate prezentate în figura 3.56, b. Condiția ca factorul de atenuare să nu depindă de frecvență este ca  $R_1 C_1 = R_2 C_2$ , în  $C_2$  fiind inclusă și  $C'_i$ . Datorită capacităților parazite, fiind dificil de obținut și reglat valori mai reduse, se impune

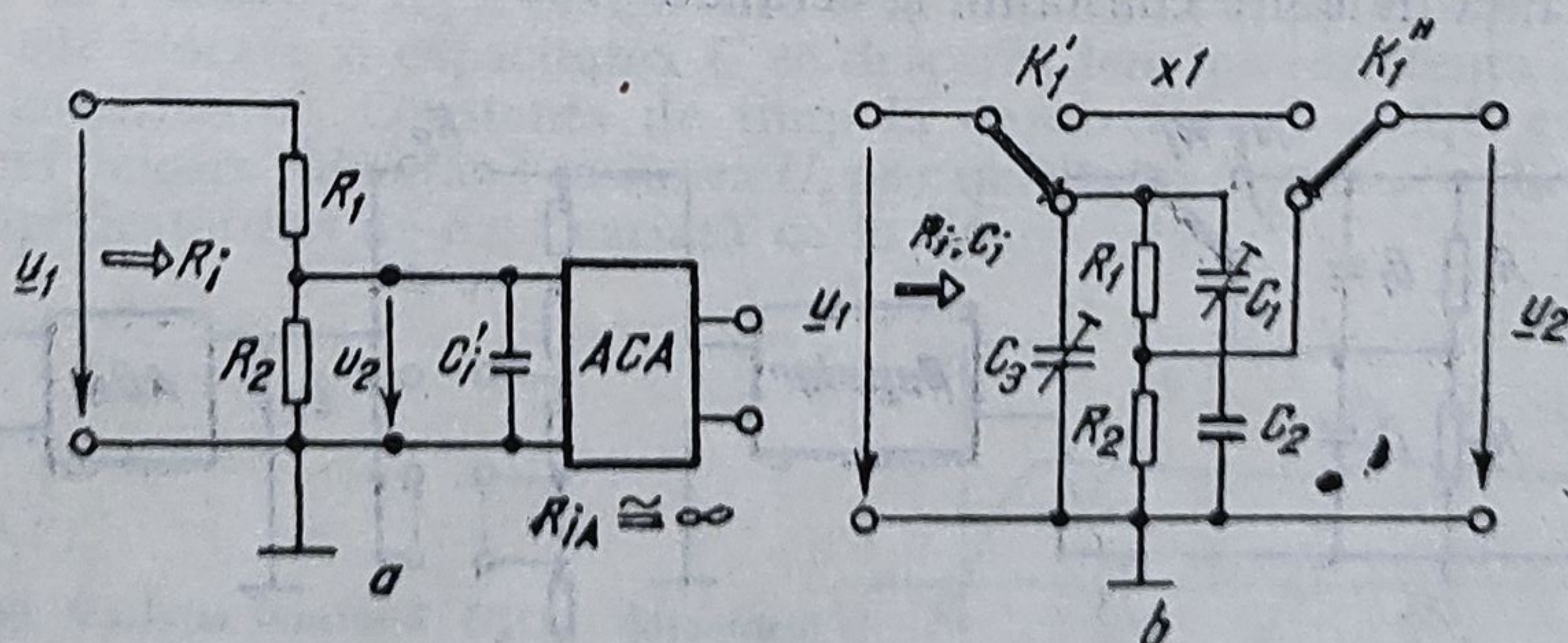


Fig. 3.56. Compensarea atenuatorului;  
a — atenuator necompensat; b — atenuator compensat.



$C_1 > 1 \text{ pF}$  și se folosește în acest scop un condensator trimer prin ajustarea căruia se asigură egalitatea  $R_1 C_1 = R_2 C_2$ , în care  $C_2 \geq C_1$ , iar  $R_1$  și  $R_2$  sînt impuse prin factorul de atenuare fixat:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad (3.167)$$

independent de frecvență. În mod asemănător se procedează și pentru celelalte trepte de atenuare.

Deoarece diversele trepte de atenuare se schimbă cu un comutator mecanic ( $K_1, K_2$ ) acesta poate introduce capacități parazite  $C_p$ , avînd ca efect variația capacității de intrare  $C_i$  de la o treaptă la alta. Pentru a evita acest neajuns se prevăd trimerele  $C_3$  ajustate pe fiecare treaptă, astfel ca  $C_i$  să rămîna constantă. Un exemplu de atenuator compensat poate fi:  $R_1 = 999 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 \cong 2 \text{ pF}$ ,  $C_2 = 2 \text{ nF}$ ,  $C_3 \cong 8 \text{ pF}$ ,  $C_p \cong 15 \text{ pF}$  rezultînd  $R_i = 1 \text{ M}\Omega$  și  $C_i \cong C_1 + C_3 + C_p = 25 \text{ pF}$  (în  $C_i$  s-a neglijat  $C_2$  față  $C_1$ ).

Atenuatoarele compensate se pot folosi pînă la frecvențe de  $100 \text{ MHz}$ .

În anumite cazuri, atenuatoarele compensate sînt situate din punct de vedere constructiv într-un cap de măsură denumit *sondă atenuatoare* și care este conectată la aparat printr-un cablu coaxial. Referitor la figura 3.56, *b*, elementele  $R_1, C_1$  sînt situate în sondă,  $R_2$  reprezintă rezistența de intrare a voltmetrului,  $C_2$  este formată din capacitatea de intrare și cea a cablului coaxial ( $C_3$  lipsește). Sonda permite conectarea directă la punctul de măsură cu avantajul că reduce capacitatea de intrare (se micșorează totodată și sensibilitatea).

Pentru a evita efectul de șuntare produs de divizor față de intrarea în amplificatorul de c.a. (ambele impedanțe fiind de același ordin de mărime pe primele trepte), la unele voltmetre electronice se plasează în intrare un etaj repetor cu amplificare unitară, dar cu impedanță de intrare mare ( $1 \dots 10 \text{ M}\Omega$ ) și impedanță de ieșire redusă. Atenuatorul se plasează la ieșirea repetorului (fig. 3.57) și poate fi realizat cu rezistențe de  $10 \Omega \dots 1 \text{ k}\Omega$ , asupra cărora influența capacităților parazite devine neglijabilă.

Menținerea unui atenuator compensat la intrarea repetorului rămîne totuși necesară, întrucît nu este posibilă aplicarea directă a unor tensiuni mari; el va avea însă un număr redus de trepte, de exemplu  $\text{mV}$  și  $\text{V}$ , fiind mai simplu de construit.

Divizoarele rezistive plasate între etaje se realizează adesea în variante cu impedanță de ieșire constantă și ecranate [23].

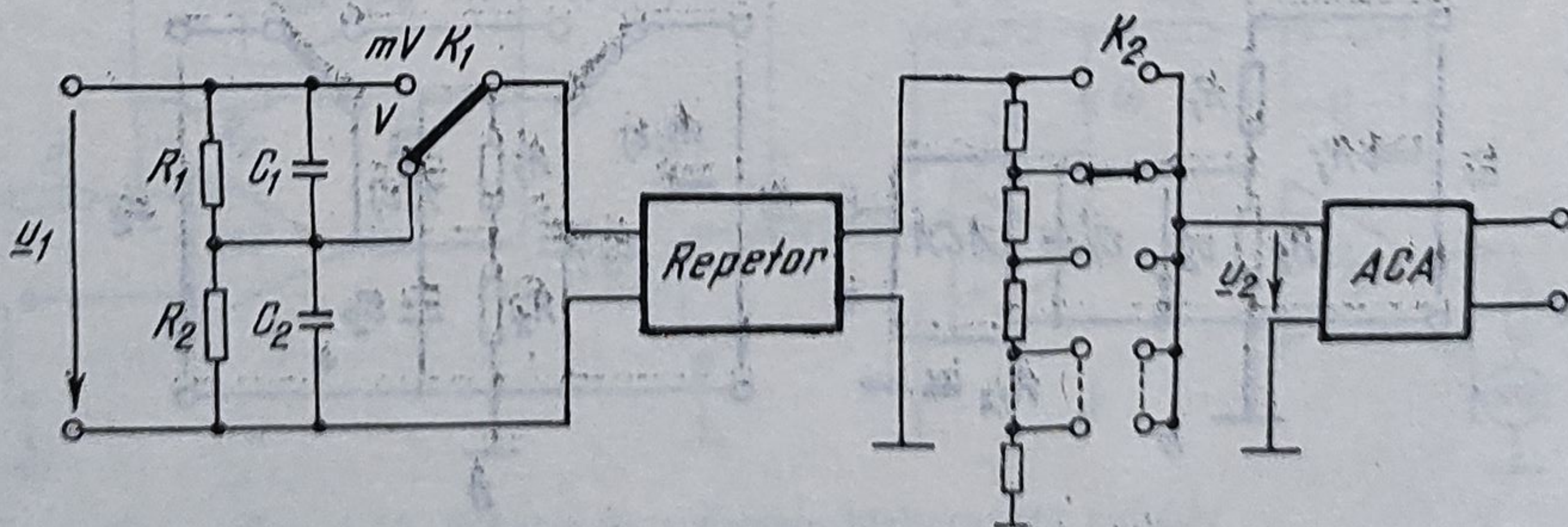


Fig. 3.57. Atenuator în două etaje și repetor.



Pentru a asigura erori cât mai reduse ale factorului de atenuare se folosesc componente de precizie ridicată. De exemplu, notînd cu  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  toleranțele rezistențelor  $R_1$  și  $R_2$  din figura 3.56 față de valorile ideale cu care s-a calculat (3.167), rezultă o eroare a raportului de divizare real:

$$|\varepsilon| = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \cdot \left[ 1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right]. \quad (3.168)$$

Dacă  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \pm 1\%$  se poate ajunge la o eroare de pînă la  $2\%$  a raportului de divizare real.

Precizia voltmetrelor electronice de valori medii depinde de precizia blocurilor componente; atenuatorul, amplificatorul de c.a., redresorul operațional și aparatul magnetoelectric. Din cauza comportării diferite în raport cu frecvența, precizia nu este conservată în toată banda (de regulă către extremități este mai redusă).

Scara voltmetrelor electronice de valoare medie este gradată de obicei în valori efective, specificîndu-se valabilitatea sa pentru mărimi sinusoidale. În cazul folosirii pentru tensiuni nesinusoidale, trebuie reținut că indicația reprezintă corect valoarea medie, cea efectivă fiind afectată de erori în raport de conținutul de armonici, așa cum s-a arătat în paragraful 3.3.4.

● **Voltmetre electronice de valori de vîrf.** Aparatele din această categorie au structura unui voltmetru electronic de c.c. (fig. 3.53), prevăzut în intrare cu așa-numitul *detector de vîrf* (un circuit format din asocierea unei diode cu o capacitate). În figura 3.58 sînt reprezentate schemele de principiu uzuale pentru măsurarea valorilor de vîrf.

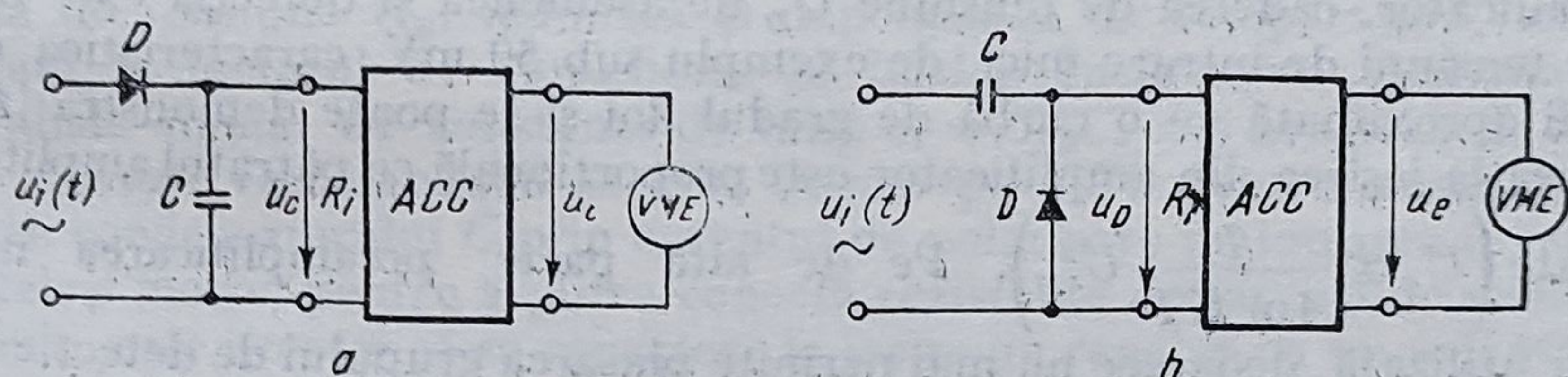


Fig. 3.58. Scheme de voltmetre electronice de valori de vîrf:

a — serie; b — derivație.

Considerînd schema *a* cu dioda de detecție în serie, avînd la intrare  $u_i(t) = U_{im} \sin \omega t$ , în timpul semialternanței pozitive dioda  $D$  conduce și capacitatea  $C$  se încarcă rapid. Constanta de timp la încărcare  $\tau_i = R_D C$  este determinată de rezistența  $R_D$  a diodei care este mică. În semialternanța negativă, dioda este blocată și capacitatea  $C$  se descarcă lent pe rezistența de intrare  $R_i$  în amplificator. Constanta de timp la descărcare  $\tau_a = R_i C$  este mare,  $R_i$  avînd valoare ridicată. Tensiunea  $U_c$  pe capacitatea  $C$ , care se aplică la intrarea amplificatorului de c.c., variază ca în figura 3.59.

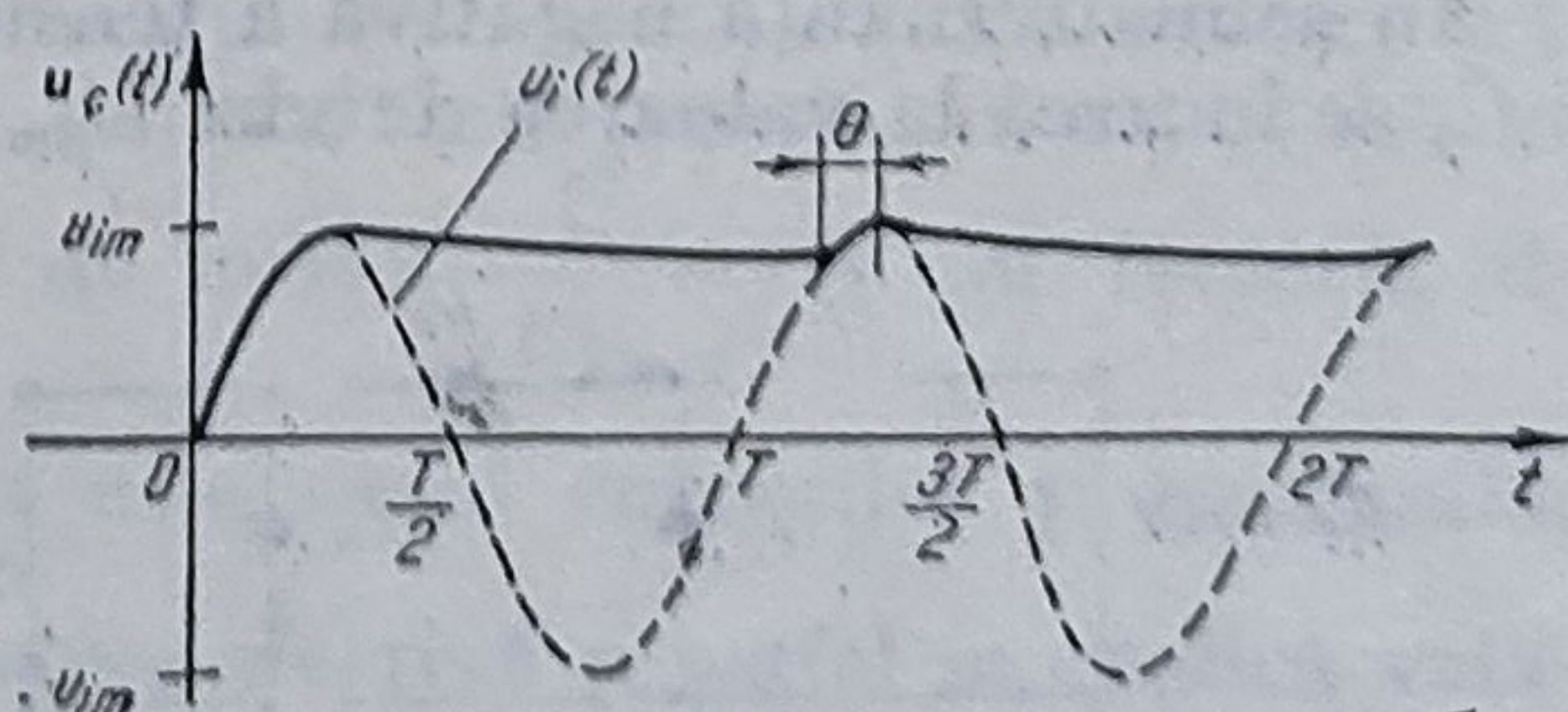


Fig. 3.59. Variația tensiunii  $U_c$  la detectorul de vîrf tip serie:

$\theta$  — unghiul de deschidere al diodei.



Se observă că pentru  $R_D C \ll T = 2\pi/\omega$ , încărcarea capacității  $C$  la  $+U_{im}$  se poate face chiar în prima perioadă (la frecvențe mai înalte poate dura mai multe perioade). Dacă  $R_D C \gg T$  descărcarea este foarte redusă, capacitatea  $C$  rămânând practic încărcată la valoarea de vîrf  $U_c = +U_{im}$  (unghiul de deschidere  $\theta \cong 0$ ).

Amplificatorul de c.c. asigură adaptarea de nivel și de impedanță pentru voltmetrul magnetoelectric, a cărui indicație va fi proporțională cu  $U_{im}$ .

Schema din figura 3.59, *b* funcționează asemănător, cu deosebirea că asigură blocarea eventualei componente continue care ar fi suprapusă peste tensiunea alternativă; din acest motiv, este mai frecvent utilizată.

Grupul de detecție alcătuit din dioda  $D$  și capacitatea  $C$  se plasează într-o sondă care poate fi aplicată direct la punctul de măsurat. Se obține avantajul scurtării legăturilor în c.a. și deci reducerea capacităților parazite, ceea ce permite măsurări pînă la frecvențe foarte înalte (zeci și sute de MHz).

Ca dezavantaje care limitează utilizarea voltmetrelor de vîrf se pot menționa erorile care apar în cazul tensiunilor nesinusoidale, precum și producerea de erori suplimentare la valori mici ale tensiunii de măsurat. Erorile datorite formelor de undă distorsionate derivă din faptul că gradarea scării se face în valori efective, ținînd seama de relația existentă între valoarea de vîrf și cea efectivă în regim sinusoidal [23]. În plus, dacă forma de undă nu este simetrică, apar indicații diferite la inversarea conexiunilor.

Sensibilitățile voltmetrelor electronice de vîrf nu pot fi prea mari din cauza erorilor la nivele mici de tensiune provocate de caracteristica neliniară a diodei (relația 3.159). La tensiuni de intrare relativ mari, de peste 1 V, rezistența în sens direct a diodei  $R_D$  este redusă în comparație cu rezistența de intrare în amplificator, căderea de tensiune  $U_D$  de asemenea și detecția este liniară. Pentru tensiuni de intrare mici, de exemplu sub 50 mV, caracteristica diodei poate fi aproximată cu o curbă de gradul doi și se poate demonstra [43] că tensiunea la ieșirea din amplificator este proporțională cu pătratul amplitudinii măsurate ( $U_c \cong \frac{q}{4mKT} U_{im}^2$ ). Pe de altă parte, preamplificarea în c.a.

este rar utilizată, deoarece nu mai permite plasarea grupului de detecție într-o sondă, anulînd astfel avantajele menționate în cazul utilizării acesteia.

Cu sondă de măsurare avînd capacitatea de 1—2 pF se obțin precizii de 1 ... 2% pînă la frecvența de 100 MHz și 5 ... 10% la frecvențe ce pot ajunge la 1 GHz.

Intervalul uzual de măsurare pentru grupul de detecție este 50 mV ... 30 V. Pentru extinderea intervalului se folosesc atenuatoare [8] realizîndu-se, de obicei, un aparat cu mai multe scări, uneori și gradate diferit pentru domeniile sub 5 V.

Prin adăugarea a încă unui grup diodă-capacitate la cele din figura 3.58 se obține un detector vîrf la vîrf ca în figura 3.60, care permite măsurarea diferenței dintre valoarea maximă pozitivă și cea negativă.

În semialternanța negativă a tensiunii de intrare  $u_i(t)$ , dioda  $D_1$  conduce și  $C_1$  se încarcă la valoarea de vîrf  $U_{im}$  cu polaritatea din figură. În semialter-

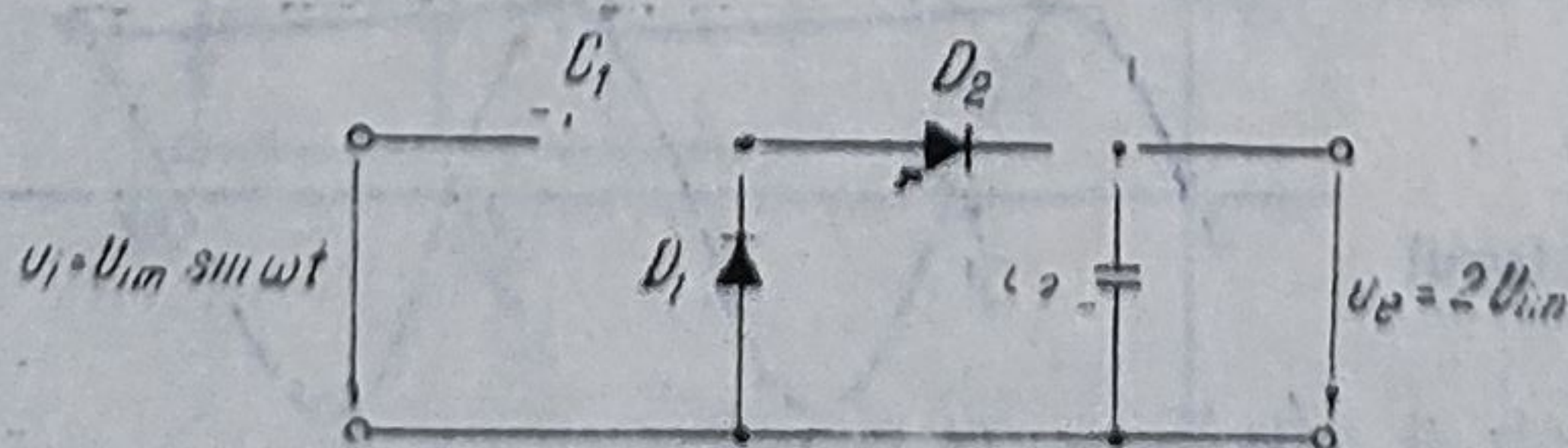


Fig. 3.60. Detector vîrf la vîrf.



nanța pozitivă  $D_1$  este blocată și  $D_2$  conduce. Ca urmare, la bornele capacității  $C_2$  se aplică tensiunea de pe  $C_1$  plus cea a sursei, adică  $U_{im} + U_{im} \sin \omega t$  cu  $\sin \omega t > 0$ . În aceleași condiții privind constantele de timp ca la detecția simplă, rezultă  $U_{C2} = 2 U_{im}$ .

Avantajul detectorului vîrf la vîrf constă, pe de o parte, în creșterea sensibilității iar, pe de altă parte, în eliminarea erorilor care pot apărea în cazul formelor de undă nesimetrice.

Detectoare de vîrf pentru aplicații mai puțin pretențioase ca precizie dar cu aplicații mai largi se pot obține din combinații ale grupurilor de detecție cu amplificatoare operaționale. Schemele unor astfel de detectoare sînt prezentate în figura 3.61.

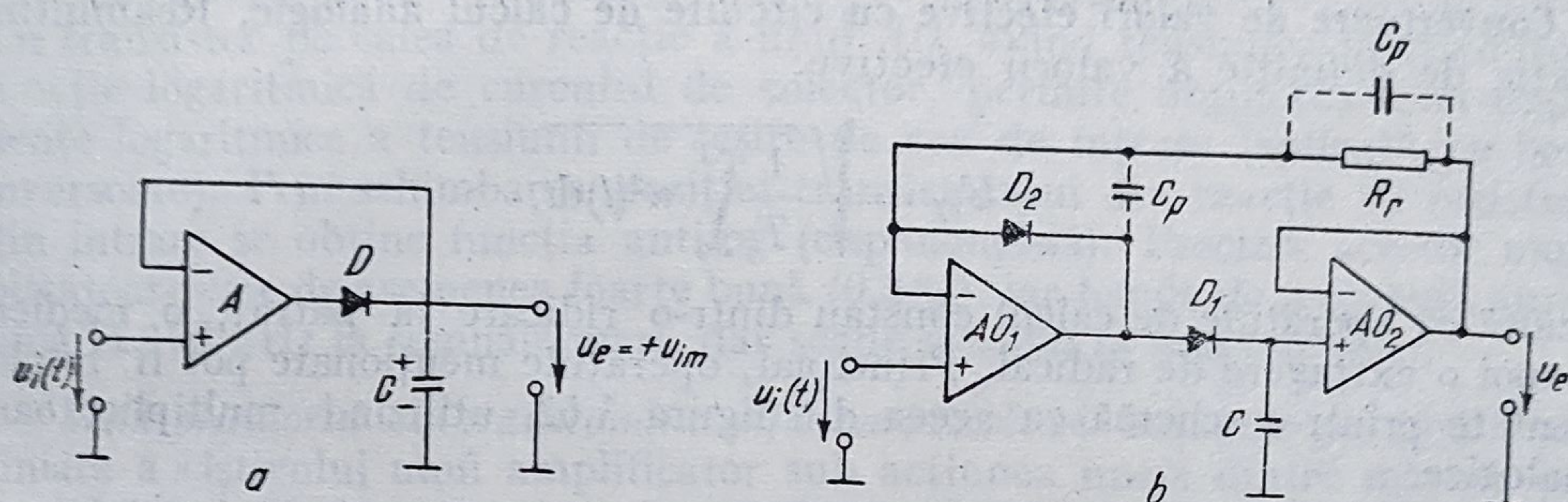


Fig. 3.61. Detector de vîrf cu AO:

a — cu un singur AO; b — cu două AO ( $AO_2$  — repetor).

În schema din figura 3.61, a, întrucît dioda  $D$  se află într-o buclă dereacție, căderea de tensiune  $U_D$ , neliniară și dependentă de temperatură, intervine raportată la factorul de amplificare al buclei. Încărcarea condensatorului nu depinde numai de constanta de timp  $\sigma_i = R_D C$ , ci și de viteza de creștere a AO. AO este recomandabil să aibă intrare pe TEC pentru a minimiza descărcarea condensatorului  $C$  prin curentul de polarizare pe intrarea inversoare. Din același motiv, pentru a putea conecta rezistențe de sarcină de valori mici sau medii, este necesar să se conecteze la ieșire un repetor cu impedanță mare de intrare.

Schema din figura 3.61, b întrunește această condiție, repetorul  $AO_2$  fiind inclus în bucla de reacție, ceea ce asigură precizie ridicată. Dioda  $D_2$  se deschide pentru tensiuni  $U_i < U_e$ , nepermițînd saturarea la valori negative a ieșirii  $AO_1$  (ca la montajul anterior). Capacitățile  $C_p$  îmbunătățesc stabilitatea buclei și previn supracreșterile care pot să apară la variații bruște ale intrării (se are în vedere că  $AO_1$  are sarcină capacitivă). Pentru a asigura o constantă de descărcare a capacității  $C$  cît mai mare este indicat ca  $AO_2$  să fie cu TEC în intrare.

● **Voltmetre electronice de valori efective.** Mărimea cea mai reprezentativă pentru un semnal alternativ este valoarea efectivă, care conține și informație referitoare la puterea asociată semnalului respectiv. Valoarea medie și cu atît mai puțin valoarea de vîrf, în general, nu posedă această calitate. Numai în acele cazuri în care factorul de formă  $\frac{U_{ef}}{U_{r med}}$ , sau factorul de

vîrf (creastă)  $\frac{U_{max}}{U_{ef}}$  sînt cunoscute, cum este cazul curenților și tensiunilor sinusoidale, se pot stabili relații cu valoarea efectivă și astfel se explică vala-



bilitatea scărilor voltmetrelor de valori medii și de vîrf numai pentru regimuri sinusoidale. Pe de altă parte, folosirea directă a aparatelor feromagnetice și electrodinamice este limitată la un domeniu restrîns de frecvențe relativ joase și de valori începînd de la ordinul volților. Aparatele termoelectrice se folosesc în principal ca ampermetre, aplicarea lor la măsurări de tensiuni de nivel mic implicînd dificultăți de obținere a curentului de încălzire necesar.

Considerentele susmenționate au făcut ca voltmetrele electronice de valori efective (adevărate, indiferent de forma de undă) să se bazeze fie pe convertoare cuprinzînd circuite electronice de calcul analogic care realizează operațiile cuprinse în relația de definiție a valorii efective, fie pe utilizarea convertoarelor electrotermice asociate cu AO.

**Convertoare de valori efective cu circuite de calcul analogic.** Reamintind relația de definiție a valorii efective:

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt},$$

rezultă că operațiile de calcul constau dintr-o ridicare la pătrat, o mediere și apoi o extragere de radical. Principal, operațiile menționate pot fi implementate printr-o schemă ca aceea din figura 3.62, utilizînd multiplicatoare analogice.

Deoarece realizează prin blocuri distincte operațiile corespunzătoare relației de definiție, schema din figura 3.62 reprezintă un convertor de valoare efectivă de tip explicit.

Elementul principal al unui astfel de convertor îl constituie *multiplicatorul analogic*. Există mai multe tehnici de efectuare pe cale electronică a multiplicării analogice, dintre care se menționează:

*Multiplicatorul cu lege pătratică*, care realizează produsul pornind de la expresia:

$$u_x u_y = \frac{1}{4} [(u_x + u_y)^2 - (u_x - u_y)^2]. \quad (3.169)$$

Suma și diferența tensiunilor de intrare  $u_x$ ,  $u_y$ , ca și diferența patratelor acestora, pot fi obținute cu ajutorul unor amplificatoare operaționale, iar ridicarea la patrat se obține prin aproximarea liniară pe porțiuni cu o rețea de diode și rezistențe. Această tehnică oferă o bandă largă (1 MHz) și precizie ridicată (0,5%), dar compensarea cu temperatura a rețelei neliniare este complicată și costisitoare.

*Multiplicatorul bazat pe modularea în amplitudine* de către  $u_x$  și în durată de către  $u_y$  a unui tren de impulsuri dreptunghiulare și efectuarea produsului

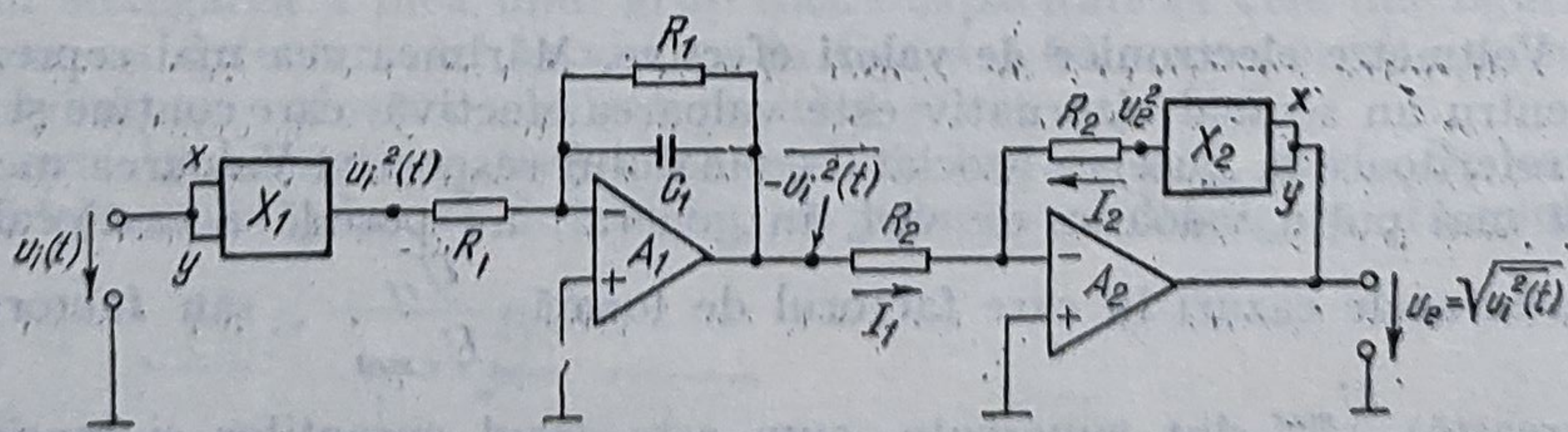


Fig. 3.62. Convertor de valori efective de tip explicit:

$X_1, X_2$  — multiplicatoare analogice.



prin calculul ariei impulsurilor obținute ( $Ku_xu_y$ ). Metoda aceasta asigură o precizie foarte bună (0,1%), dar banda de trecere este limitată la ordinul 10 kHz, deoarece frecvența impulsurilor nu poate fi prea mare din cauza modulării în durată, iar determinarea ariei se face prin mediere (filtru trece-jos).

*Multiplicatorul cu sumare logaritmica* care funcționează potrivit unui principiu asemănător cu cel al riglei de calcul:

$$u_e = u_x u_y = \text{antilog} [\log u_x + \log u_y]. \quad (3.170)$$

Pentru logaritmare și antilogaritmare se folosesc amplificatoare neliniare. Un tranzistor pe calea de reacție a unui AO, avînd tensiunea bază-emitor o funcție logaritmica de curentul de colector, permite obținerea unei dependențe logaritmice a tensiunii de ieșire de cea de intrare (aplicată pe borna inversoare). Prin schimbarea poziției tranzistorului din reacție cu rezistența din intrare se obține funcția antilog (exponențială). Precizia acestor multiplicatoare este de asemenea foarte bună (0,2%), iar banda de frecvență ajunge pînă la 100 kHz la semnale mari, dar scade sensibil la semnale mici.

*Multiplicatorul cu transconductanță variabilă* se bazează pe modificarea liniară a cîștigului unui amplificator sub acțiunea uneia dintre mărimi ( $u_x$ ), cealaltă ( $u_y$ ) fiind mărimea de intrare în amplificator. Ieșirea va fi de forma  $u_e = A(u_x) u_y = Ku_x u_y$ .

Denumirea provine din faptul că elementele active folosite sînt tranzistoare bipolare cu siliciu, la care se obține o transconductanță variabilă care depinde liniar de curentul de colector, conform relației:

$$\frac{dI_c}{dU_{BE}} = \frac{q}{KT} I_c. \quad (3.171)$$

Proprietatea de multiplicare se poate observa imediat, considerînd variații mici  $\Delta I_c$ ,  $\Delta U_{BE}$ :

$$\Delta I_c = \frac{q}{KT} I_c \Delta U_{BE}. \quad (3.172)$$

Precizia acestor multiplicatoare printr-o bună împerechere a tranzistoarelor utilizate ajunge pînă la 0,5 ... 1%, iar banda de frecvență 1 ... 10 MHz.

Primele două variante de multiplicatoare pot fi construite cu componente discrete, iar ultimele sînt în prezent disponibile sub forma de circuite integrate hibride sau monolitice. Cele mai răspîndite sînt cele cu transconductanță variabilă.

Detalii privind schemele și performanțele multiplicatoarelor analogice se găsesc în [39], [44], [45], [47].

În schema din figura 3.62 multiplicatorul  $X_1$  servește pentru ridicarea la patrat a tensiunii de măsurat. Amplificatorul  $A_1$  cu elementele  $R_1$ ,  $C_1$  de pe reacție formează un filtru trece-jos care, pentru  $R_1 C_1 \ll T$  perioada tensiunii alternative, mediază intrarea, obținîndu-se la ieșire valoarea medie patrată  $-\overline{u_1^2(t)}$ . Semnul minus provine din aplicarea semnalului  $\overline{u_1^2(t)}$  pe borna inversoare a amplificatorului  $A_1$ .



Amplificatorul  $A_2$  avînd în reacție  $X_2$  realizează funcția extractor de radical, după cum se poate deduce ușor scriind egalitatea curenților  $I_1$  și  $I_2$ :

$$-\frac{\overline{u_i^2(t)}}{R_2} \cong -\frac{U_e^2}{R_2},$$

de unde rezultă:

$$U_e = \sqrt{\overline{u_i^2(t)}}. \quad (3.173)$$

Schema din figura 3.62 prezintă dezavantajul că la variații în raportul 10:1 ale tensiunii  $u_i$ , tensiunea de la ieșirea multiplicatorului  $X_1$  variază în raportul 100:1, ceea ce impune condiții grele amplificatorului operațional la nivel mic al tensiunii de intrare. Pentru evitarea acestor dificultăți se preferă schema din figura 3.63, care reprezintă un convertor de valoare efectivă de tip implicit.

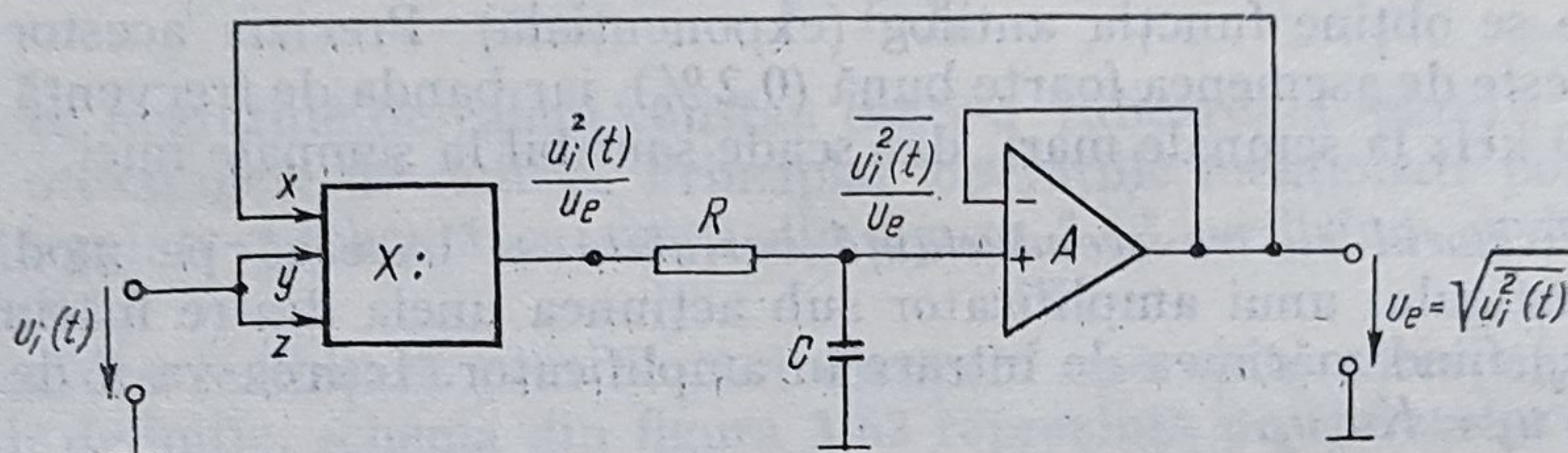


Fig. 3.63. Convertor de valori efective de tip implicit:  
X — multiplicator și divizor analogic.

Acest convertor folosește în intrare un bloc de calcul analogic care admite trei mărimi de intrare, realizînd operația de multiplicare a două dintre ele și împărțirea cu cea de a treia.

Efectuarea operației de împărțire se poate face folosind un multiplicator pe reacția unui AO, ca în figura 3.64.

Operația de împărțire rezultă imediat scriind egalitatea curenților  $I_1$  și  $I_2$ , adică:

$$\frac{u_z}{R_1} = -\frac{(-u_x u_e)}{R_2} = \frac{u_x u_e}{R_2}, \quad (3.174)$$

de unde:

$$u_e = \frac{R_2}{R_1} \frac{u_z}{u_x}. \quad (3.175)$$

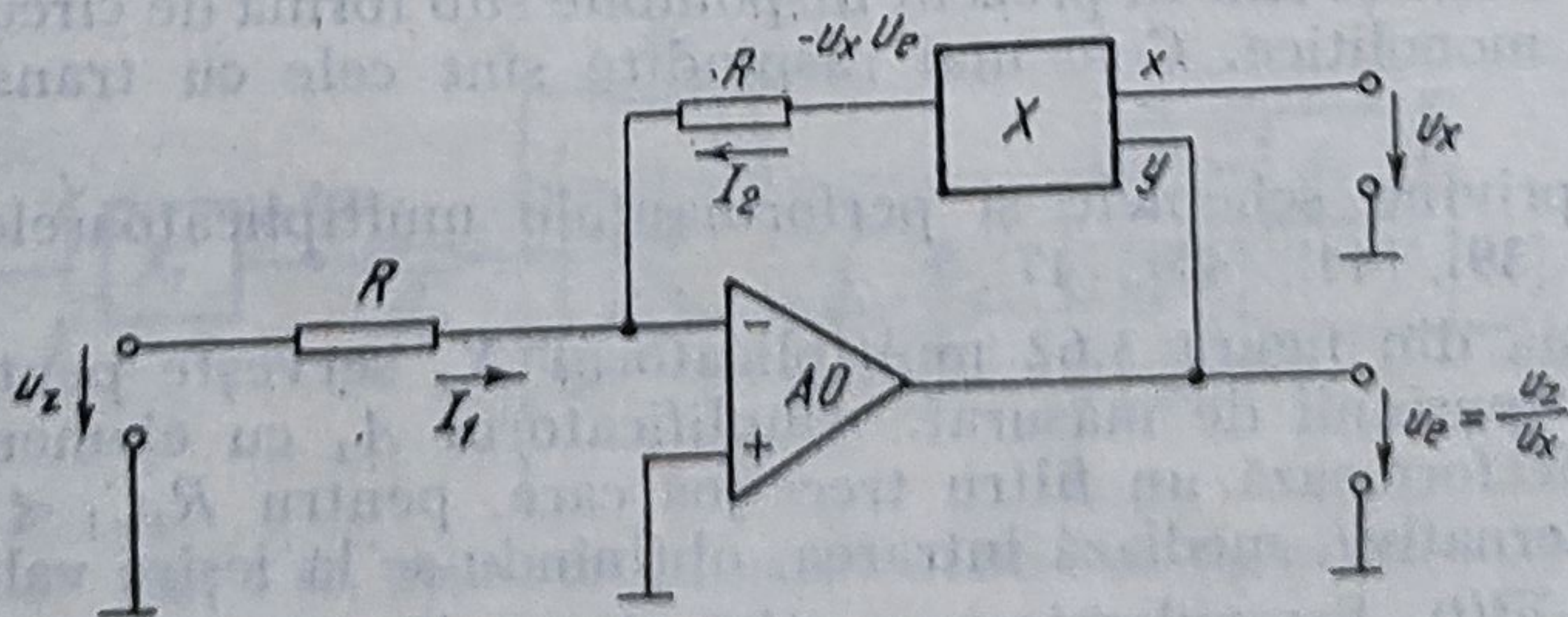


Fig. 3.64. Schema de principiu a unui divizor analogic.



Multiplicatorul se comportă ca o rezistență variabilă controlată prin  $u_z$ , care modifică factorul de amplificare al buclei.

Această soluție nu este convenabilă, întrucât implică un multiplicator în intrare care să dea  $u_i^2(t)$ , conducând la aceleași dificultăți semnalate anterior.

O modalitate mai bună de realizare a operației de împărțire constă în utilizarea de blocuri de calcul logaritmice, la fel ca la multiplicatoare.

Dacă în varianta de multiplicator cu amplificatoare logaritmice se folosesc trei blocuri de logaritmare, se poate obține o relație de forma:

$$u_e = \frac{u_z u_y}{u_x} = \text{antilog} [\log u_y + \log u_z - \log u_x], \quad (3.176)$$

corespunzătoare operațiilor combinate de înmulțire-împărțire. Există circuite integrate care permit obținerea unor relații mai complexe, de forma:

$$u_e = u_y \left( \frac{u_z}{u_x} \right)^m, \quad (3.177)$$

unde exponentul  $m$  poate fi ajustat la valori cuprinse între 0,2 și 5 cu ajutorul unor rezistențe exterioare [47].

Un astfel de circuit permite obținerea directă atât a unui cuadrator ( $m=2$ ), cât și a unui extractor de radical ( $m=0,5$ ). Datorită posibilităților de efectuare și a altor operații corespunzătoare, obținerii de funcții exponențiale, trigonometrice etc., aceste circuite sînt denumite și *convertoare multifuncționale*.

Prevăzînd în schema din figura 3.63 un multiplicator-divizor avînd la intrările de multiplicare  $u_i(t)$  și la cea de împărțire tensiunea  $u_e$  luată printr-o legătură directă de la ieșire, urmat de un filtru pasiv RC care efectuează medierea, se obține  $\frac{\overline{u_i^2(t)}}{u_e}$ .

Ieșirea din filtru se conectează la intrarea unui repetor cu AO a cărui relație de funcționare fiind:

$$u_e = \frac{\overline{u_i^2(t)}}{u_e}$$

conduce la:

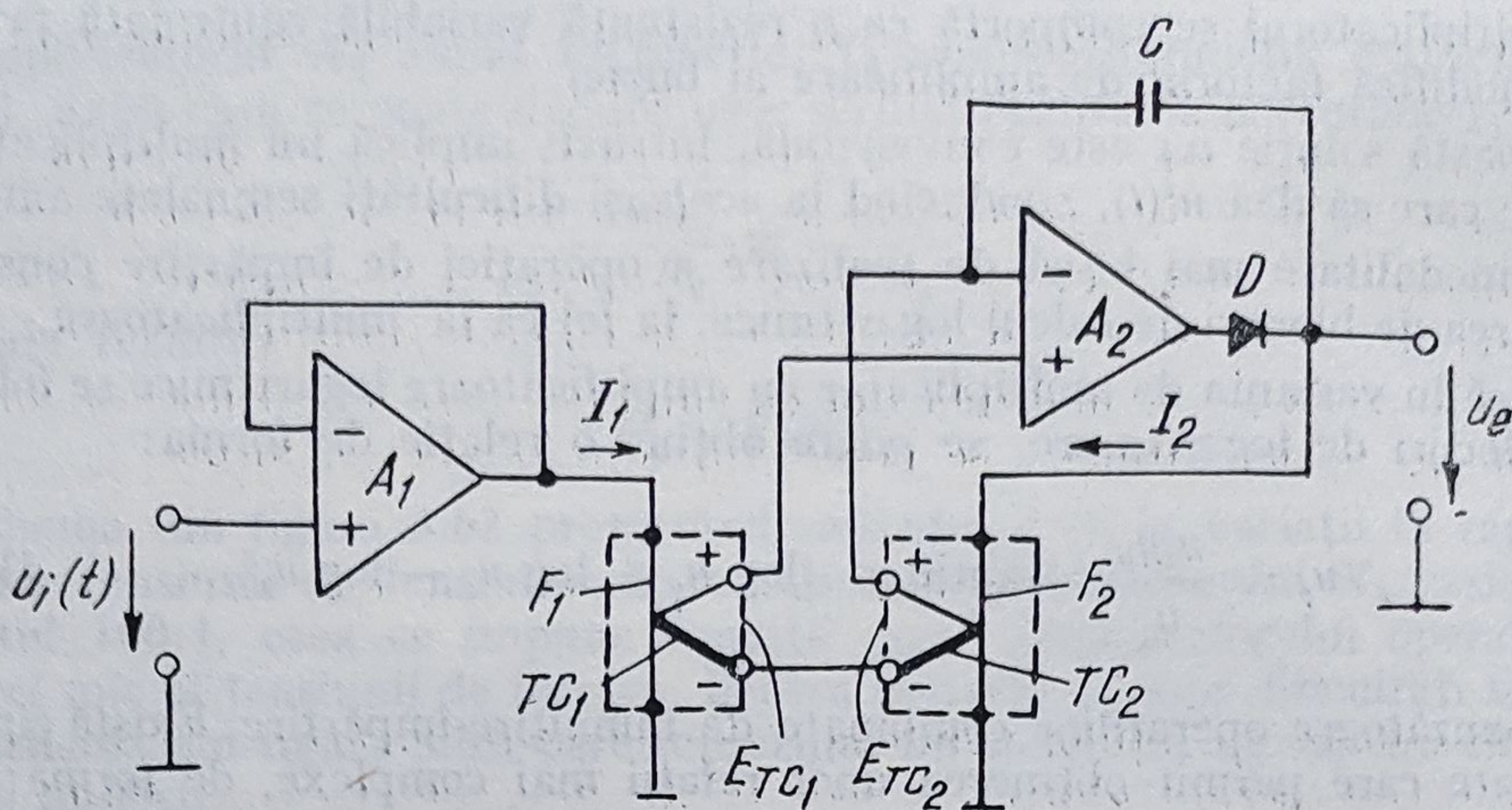
$$u_e = \sqrt{\overline{u_i^2(t)}}. \quad (3.178)$$

Repetorul asigură totodată și impedanță mare de intrare pentru semnalul de la ieșirea filtrului, absolut necesară pentru realizarea medierii cu componente pasive.

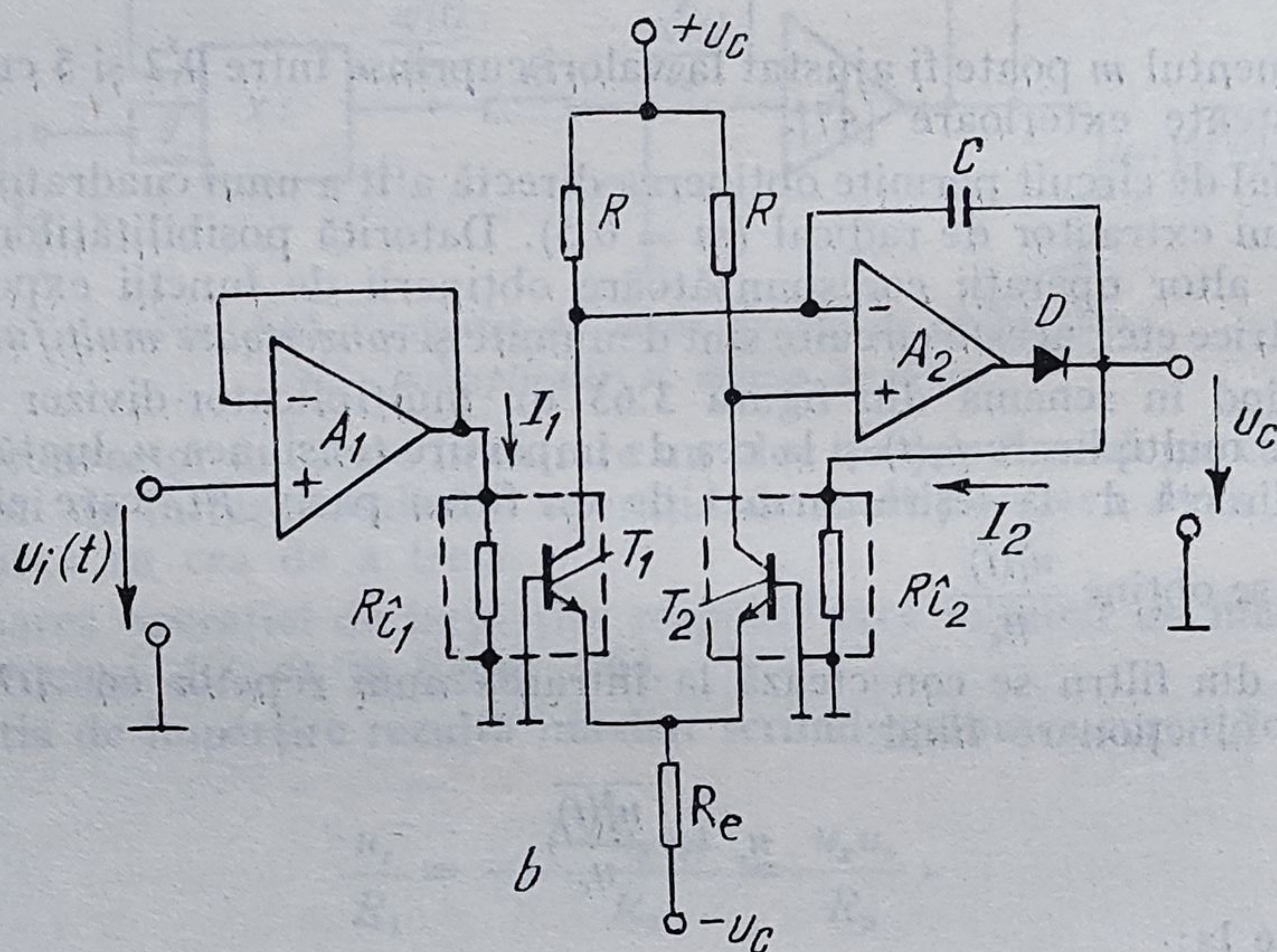
Convertorul de valoare efectivă de tip implicit oferă o precizie bună 0,5 ... 1%, pe intervale de măsurare 10 mV ... 10 V, bandă de frecvență pînă la 100 kHz și factori de creștere de valori mari.

**Convertoare de valori efective cu dispozitive electrotermice și amplificatoare electronice.** Aceste convertoare se bazează pe utilizarea a două dispozitive electrotermice în montaj diferențial, funcționînd pe principiul sistemelor de urmărire. În figura 3.65, *a* și *b* sînt reprezentate două variante de convertoare de acest tip.





a



b

Fig. 3.65. Conversoare de valori efective cu dispozitive electrotermice:  
a — cu fire încălzitoare  $F_1, F_2$  și termocupluri  $TC_1, TC_2$ ; b — cu rezistențe de încălzire  $R_{i1}, R_{i2}$  și tranzistoare  $T_1, T_2$ .

În schema din figura 3.65, a dispozitivele electrotermice sînt ansambluri fir încălzitor-termocuplu, de tipul celor descrise în paragraful 3.3.2. Ținînd seama că tensiunea de măsurat  $u_i(t)$  se aplică printr-un repetor, curentul  $I_1$  prin  $F_1$  va fi proporțional cu ea și tensiunea continuă  $E_{TC1}$  proporțională cu  $I_{1ef}^2$ . În mod asemănător  $E_{TC2}$  este proporțională cu  $U_e^2$  (care este continuă). Ținînd seama că amplificatorul în circuit deschis are un factor de amplificare suficient de mare ( $10^5$ ), rezultă că tensiunea aplicată diferențial în intrare este menținută aproximativ zero, adică  $E_{TC1} - E_{TC2} \cong 0$ , de unde se vede că  $E_{TC2}$  urmărește variațiile tensiunii  $E_{TC1}$ . Admițînd că cele două ansambluri sînt identice și bine izolate termic între ele, curenții prin firele de încălzire



vor fi egali sub raport al efectelor termice  $I_{ief} = I_2$ , ceea ce conduce la egalitatea:

$$\frac{U_{ief}}{R_F} = \frac{U_e}{R_F},$$

adică:

$$U_e = U_{ief}, \quad (3.179)$$

în care  $R_F$  este rezistența firului încălzitor.

Condensatorul  $C$  servește pentru a preveni apariția unei componente alternative la ieșire, în cazul unor tensiuni de joasă frecvență pentru care constanta de timp termică a dispozitivului nu este suficient de mare ca să asigure medierea.

Dioda  $D$  este prevăzută pentru a asigura curentul  $I_2$  numai în caz de ieșiri pozitive ( $E_{TC1} > E_{TC2}$ ).

Relația (3.179) este valabilă oricare ar fi frecvența și forma de undă a tensiunii  $u_i(t)$ . Repetorul  $A_1$  asigură impedanța de intrare ridicată. Conectarea diferențială a termocuplurilor și funcționarea ca sistem de urmărire reduce sensibil erorile de neliniaritate. Un neajuns al schemei din figura 3.65, *a* îl constituie tensiunea relativ mică la ieșirea termocuplurilor (sensibilitatea acestora este de circa  $40 \mu\text{V/K}$ ), ceea ce reclamă ca amplificatorul  $A_2$  să aibă derivă de tensiune foarte redusă.

Dezavantajul semnalat este înlăturat de schema din figura 3.65, *b*, care folosește ca dispozitive electrotermice ansambluri constituite din rezistențe de încălzire și tranzistoare, a căror sensibilitate ajunge pînă la  $2 \text{ mV/K}$ . Din ecuațiile Ebers-Moll se știe că  $U_{BE}$  variază aproximativ liniar cu temperatura joncțiunii. Sistemul de urmărire, asemănător ca în cazul precedent, funcționează cu tensiunea diferențială în intrarea lui  $A_2$  aproximativ zero, ceea ce implică egalitatea tensiunilor bază-emitor pentru ambele tranzistoare. Obținerea acestei egalități, în condițiile unor dispozitive identice, înseamnă forțarea curentului  $I_2$  ca să aibă același efect termic cu  $I_{ief}$ , conducînd în final la aceeași relație (3.179).

Convertoarele de valori efective cu dispozitive electrotermice funcționează cu o precizie bună ( $0,1 \dots 0,2\%$ ) la frecvențe între  $20 \text{ Hz}$  și  $100 \text{ kHz}$ , mergînd pînă la  $100 \text{ MHz}$  cu erori mai mari ( $2\%$ ). Timpul de răspuns este însă relativ lung, iar precizia specificată este atinsă numai după o perioadă de încălzire de cîteva minute. Ele funcționează bine și în c.c., ceea ce permite calibrarea cu tensiuni continue care pot fi cunoscute cu precizie.

O variantă similară celei din figura 3.65 este realizată cu dispozitive electrotermice alcătuite din temistoare sau termorezistențe cu încălzire indirectă, denumite și *bolometre* [8], [9].

Există și scheme care permit calcularea așa-numitei *valori cvasiefective*, rezultată dintr-o sumă ponderată a valorii medii redresate cu valoarea de vîrf a semnalului măsurat [43].

Pentru măsurări de tensiuni alternative foarte mici, sau pentru utilizare ca detectoare de nul de c.a. se folosesc microvoltmetre electronice de c.a. funcționînd pe baza următoarelor principii:

- detecție de modul (valoare absolută) utilizînd amplificatoare selective;
- detecție sincronă (de fază sau comandată).

Unele aspecte privind detecția de modul și fază și aplicațiile acestora vor fi prezentate în volumul II al lucrării.



● **Multimetre electronice.** Pentru utilizări generale mai puțin pretențioase se construiesc aparate electronice denumite *multimetre*, întrucât ele permit următoarele categorii de măsurări:

- tensiuni continue și alternative;
- curenți continui și alternativi;
- rezistențe și capacități;
- temperatură (la unele tipuri moderne).

În principiu, ele au structuri similare cu cele ale voltmetrelor de c.c., la care se adaugă convertoare de c.a. — c.c. de tipurile descrise la voltmetrele de c.a. de valori medii. Scările în c.a. sînt gradate în valori efective, indicațiile fiind deci corecte numai în regimuri sinusoidale. Pentru măsurări de tensiuni sînt prevăzute divizoare rezistive, iar pentru curenți șunturi.

Măsurările de rezistențe și capacități se bazează pe dependența curentului într-un circuit alimentat la tensiune constantă (continuă pentru rezistențe, alternativă pentru capacități).

Măsurarea de temperatură se efectuează cu ajutorul unor sonde conținând elemente sensibile de tip termorezistență sau termocuplu, care convertesc temperatura în variații de rezistență sau de tensiune electrică continuă.

Performanțele curențe ale multimetrelor electronice sînt:

- tensiuni continue și alternative 1 mV ... 1 000 V (6 ... 12 game);
- curenți continui și alternativi 1  $\mu$ A ... 10 A (6 ... 12 game);
- impedanțe de intrare 10 ... 100 M $\Omega$  în c.c.; 10 ... 100 M $\Omega$  || 20 ... 100 pF în c.a. (la utilizare ca V);
- căderea de tensiune 10 ... 250 mV (la utilizare ca A);
- clasa de precizie 1 ... 1,5% în c.c.; 1,5 ... 5% în c.a. sinusoidal (1,5% la 45 ... 65 Hz; 2,5 ... 3% pînă la 20 kHz; 5% extensie cu sondă de î.f. la 100 MHz).

### 3.6.5. Utilizarea circuitelor electronice pentru dilatarea și comprimarea scării aparatelor de măsurat

În diversele aplicații de măsurare a mărimilor electrice se pot ivi situații diferite din punctul de vedere al intervalelor de variație ale mărimilor de măsurat. Se pot menționa două cazuri:

a) valori ridicate, dar variind grupat într-un interval restrîns, de exemplu  $U_n \pm 10\%$ ;

b) valori care variază într-un interval foarte extins, de exemplu  $U_{min} \dots (10^3 \dots 10^4) U_{min}$ ; ( $U_{min} \equiv \neq 0$ );

În ambele cazuri, un voltmetru cu un interval de variație 0 ...  $U_{max}$  (adaptat în raport de valoarea maximă) nu este satisfăcător. În primul caz, sensibilitatea sa este redusă pentru a putea indica variații fine ale mărimii de măsurat, care se situează către limita superioară, iar în al doilea caz, valorile mici nu pot fi măsurate corect din aceleași motive.

În scopul înlăturării acestor deficiențe se utilizează dispozitive și circuite electronice care permit: în situația a dilatarea scării în zona de interes, crescînd astfel sensibilitatea, iar în situația b o comprimare a scării către valori mari, conducînd la obținerea unor sensibilități care se reduc treptat.



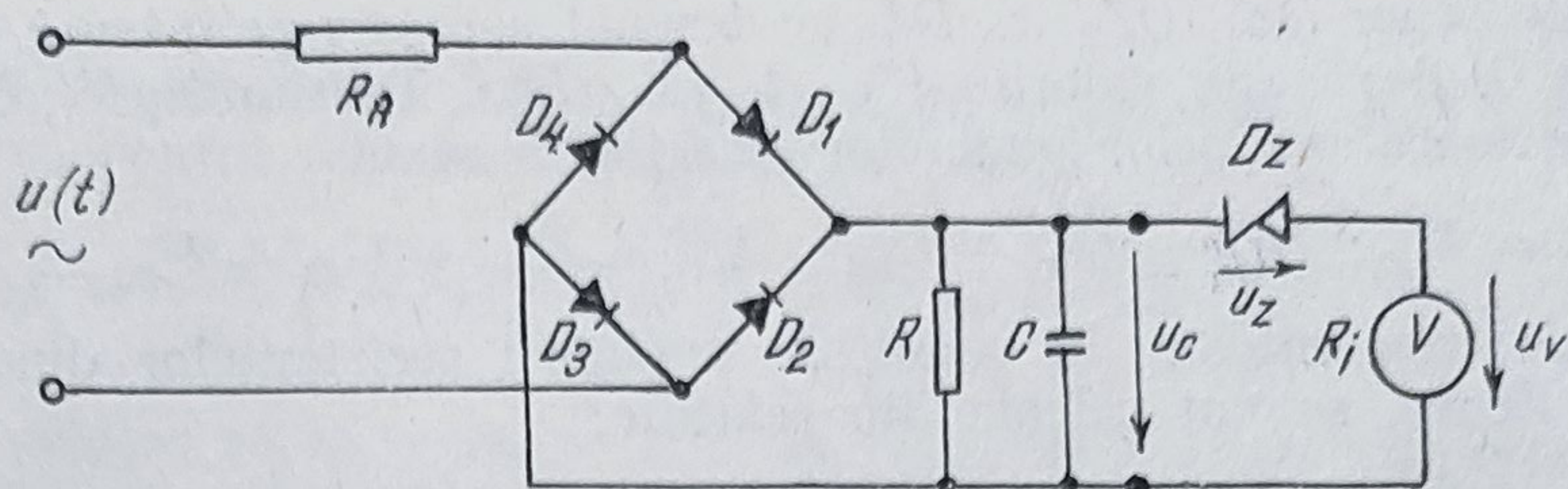


Fig. 3.66. Schema unui voltmetru de c.a. cu scară dilatată.

În figura 3.66 se prezintă o schemă simplă de voltmetru de c.a. cu scară dilatată, denumit și cu „*lupă de tensiune*”.

Elementul care asigură scara dilatată este dioda Zener  $DZ$ , care permite folosirea ca voltmetru a unui aparat magnetoelectric cu interval de măsurare redus și sensibilitate mare. Astfel, expresia curentului prin aparat este:

$$I_V = \frac{U_V}{R_i} = \frac{U_c - U_z}{R_i} = \frac{KU_{ef} - U_z}{R_i} \quad (3.180)$$

unde  $U_{ef}$  este valoarea efectivă a tensiunii alternative presupusă sinusoidală, iar  $K$  este un factor de proporționalitate dependent de rezistența  $R_A$ , de puntea de redresare și de grupul de netezire  $R, C$  (dimensionat în funcție de frecvența c.a.).

Se observă că pentru  $U_c < U_z$  dioda Zener este blocată și curentul  $I_V = 0$ , deci aparatul nu indică decât pentru valori  $U_c \geq U_z$ . Dimensionând elementele schemei astfel încât:

$$0,9 KU_{ef \max} - U_z = 0 \quad \text{și} \quad KU_{ef \max} - U_z = R_i I_{V \max}, \quad (3.181)$$

rezultă că întreaga scară a aparatului poate fi gradată pentru intervalul  $(0,9 \dots 1) U_{ef \max}$ , asigurându-se o sensibilitate de 10 ori mai mare decât prin schema uzuală fără dioda Zener.

O schemă de dilatare mai complexă, folosind mai multe diode Zener cu tensiuni de deschidere diferite este reprezentată în figura 3.67 împreună cu caracteristica pe care o realizează.

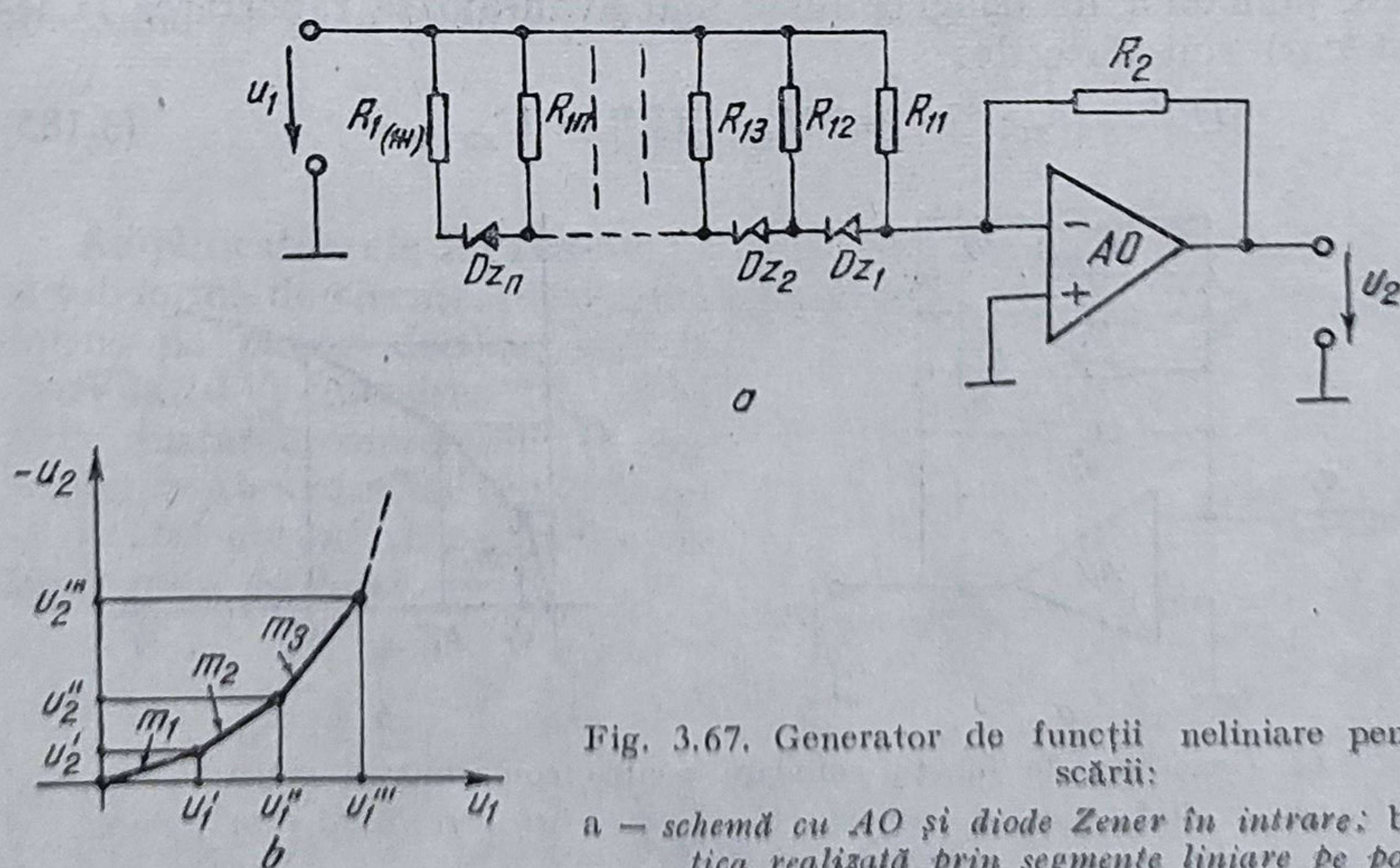


Fig. 3.67. Generator de funcții neliniare pentru dilatarea scării:

a — schemă cu AO și diode Zener în intrare; b — caracteristica realizată prin segmente liniare pe porțiuni.



Diodele Zener  $DZ_1, DZ_2, \dots, DZ_n$  se deschid succesiv pe măsură ce tensiunea  $U_1 > 0$ , depășește valorile  $U_{z1}, U_{z2}, \dots, U_{zn}$ . Tensiunile  $U'_1, U''_1, U'''_1 \dots$  corespunzătoare absciselor punctelor de frângere sînt:

$$U'_1 = U_{z1}; \quad U''_1 = U_{z1} + U_{z2}; \quad U'''_1 = U_{z1} + U_{z2} + U_{z3}, \dots \quad (3.182)$$

Pantele segmentelor, în condițiile neglijării rezistențelor dinamice ale diodelor Zener, se pot calcula din relațiile:

$$m_1 = \frac{R_2}{R_{11}}; \quad m_2 = \frac{R_2}{R_{11} \parallel R_{12}}; \quad m_3 = \frac{R_2}{R_{11} \parallel R_{12} \parallel R_{13}}, \dots \quad (3.183)$$

Pentru exemplificare, în intervalul  $U_{z2} \leq U_1 < U_{z3}$  expresia tensiunii  $U_2$  este:

$$-U_2 = \frac{R_2}{R_{13}} [U_1 - (U_{z1} + U_{z2})] + \frac{R_2}{R_{12}} (U_1 - U_{z1}) + \frac{R_2}{R_{11}} U_1, \quad (3.184)$$

din care se deduce imediat  $m_3$  și, prin generalizare, modul de calcul al coeficienților unghiulari  $m_1, m_2, \dots, m_n$ ; se observă efectul de dilatare către valori mari a variațiilor ieșirii  $U_2$  față de cele ale intrării  $U_1$ , determinat de faptul că  $m_1 < m_2 < \dots < m_n$ .

Schema din figura 3.67 face parte din categoria generatoarelor de funcții neliniare. Ea prezintă, în raport cu cea precedentă, avantajul unei măsurări cu sensibilități care cresc o dată cu valorile tensiunii  $U_1$ , cele mai performante fiind către limita superioară, dar permițînd și urmărirea variațiilor în întreg domeniul, cu determinări mai puțin precise la valori reduse.

Prin plasarea rețelei cu diode Zener pe reacția amplificatorului, așa cum se arată în figura 3.68, se obține un efect invers decît în cazul schemei precedente, adică  $m_1 > m_2 > \dots > m_n$ , ceea ce corespunde unei comprimări a variațiilor ieșirii  $U_2$  raportate la intrarea  $U_1$ .

Funcționarea acestei scheme se bazează pe faptul că la creșterea tensiunii  $U_1 > 0$ , diodele Zener  $DZ_1, DZ_2, \dots, DZ_n$  se deschid pe rînd și prin conectarea în paralel pe reacție a rezistențelor  $R_{22}, R_{23}, \dots, R_{2(n+1)}$  factorul de amplificare în circuit închis se reduce treptat.

Ordonatele punctelor de frîngere (este mai avantajoasă raportarea la ieșire în acest caz) sînt date de:

$$|U'_2| = U_{z1}; \quad |U''_2| = U_{z2}; \quad |U'''_2| = U_{z3} \dots \quad (3.185)$$

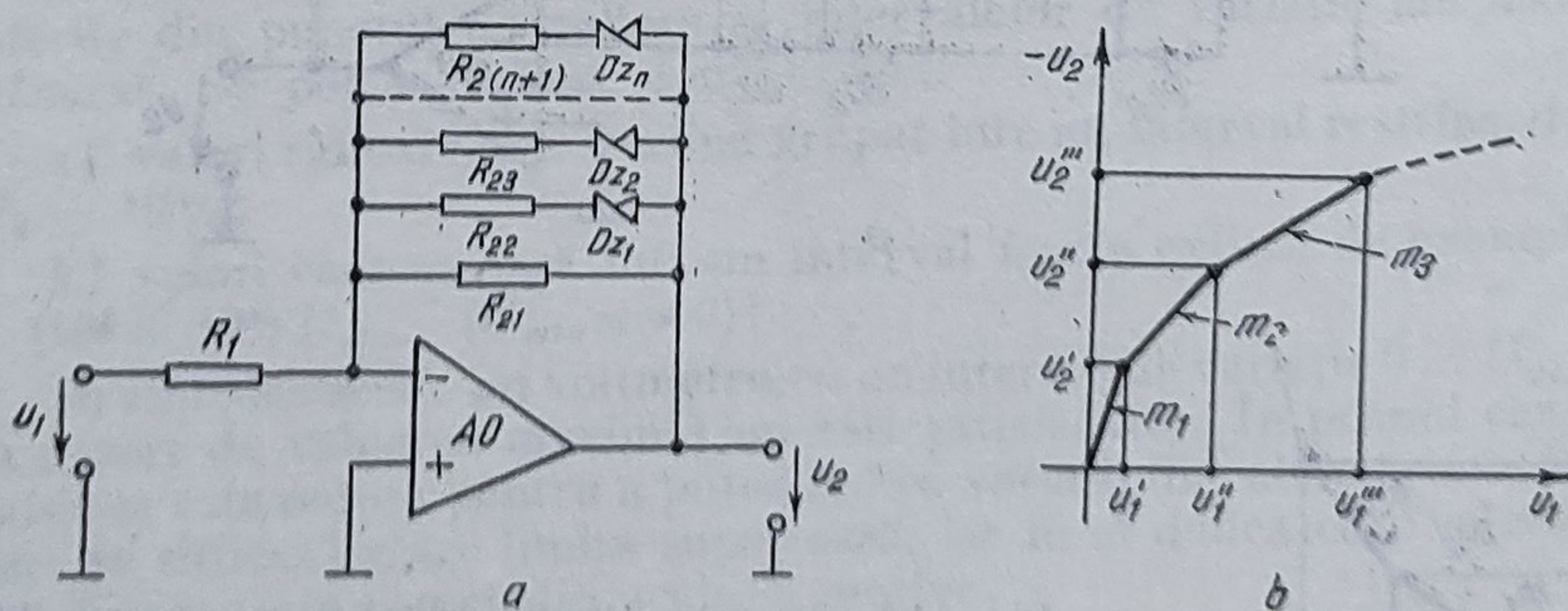


Fig. 3.68. Generator de funcții neliniare pentru comprimarea scării:  
a — schemă cu AO și diode Zener pe reacție; b — caracteristica realizată prin segmente liniare pe porțiuni.



Pantele segmentelor, deduse din exprimarea relațiilor intrare-ieșire, asemănător ca pentru schema din figura 3.67 sînt:

$$m_1 = \frac{R_{21}}{R_1}; \quad m_2 = \frac{R_{21} \parallel R_{22}}{R_1}; \quad m_3 = \frac{R_{21} \parallel R_{22} \parallel R_{23}}{R_1} \dots \quad (3.186)$$

Este evident că  $m_1 > m_2 > \dots > m_n$ , ceea ce asigură comprimarea către valori mari, a variațiilor (în valori absolute) ale ieșirii  $U_2$  în raport cu variațiile intrării  $U_1$ .

În schemele precedente, aplicarea tensiunii de intrare s-a făcut pe borna inversoare a AO, rezultînd  $U_2 < 0$ , întrucît astfel se obține o deducere simplă a coeficienților unghiulari și evidențierea directă a efectelor urmărite. Se pot realiza scheme cu funcțiuni asemănătoare cu intrări pe borna neînversoare și ieșire pozitivă.

Metoda cea mai eficientă de realizare a unei scări comprimate pentru măsurarea de mărimi cu gamă dinamică extinsă este aceea bazată pe utilizarea conversiei logaritmice. În acest scop, în lanțul de măsurare se introduce un amplificator logaritmice, rezultînd circuitul din figura 3.69.

Conform ecuațiilor Ebers-Moll, considerînd AO ideal (ceea ce pentru modul în care este conectat tranzistorul înseamnă  $U_{BC} \cong 0$ ), pentru polarizarea în sens direct a joncțiunii bază-emitor  $U_{BE} = -U_2$ , rezultă curentul de colector:

$$I_c = I_s \left( e^{\frac{-qU_2}{KT}} - 1 \right) \cong I_s e^{\frac{-qU_2}{KT}}, \quad (3.187)$$

unde:

$$I_s = \frac{\alpha_0 I_{co}}{1 - \alpha_0 \alpha_i}.$$

Ținînd seama că în aceeași ipoteză a AO ideal:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{și} \quad I_1 = I_c,$$

înlocuind pe  $I_c$  cu (3.187) și logaritmînd se obține:

$$U_2 = - \frac{KT}{q} \ln \frac{U_1}{R_1 I_s}. \quad (3.188)$$

Amplificatoarele logaritmice funcționînd pe baza acestui principiu există și sub formă de circuite integrate, admițînd în intrare un domeniu de variație întins pe patru decade, de la 1 mV la 10 V, cu ieșirea 0 ... 10 V. Prin ajustarea convenabilă a factorilor de atenuare sau amplificare se poate obține dependența de logaritmul în bază 10:

$$U'_2 = - \frac{1}{0,434} \frac{KT}{q} \lg \frac{U_1}{R_1 I_s}.$$

(3.189)

Pornînd de la schema din figura 3.69 și de la relațiile

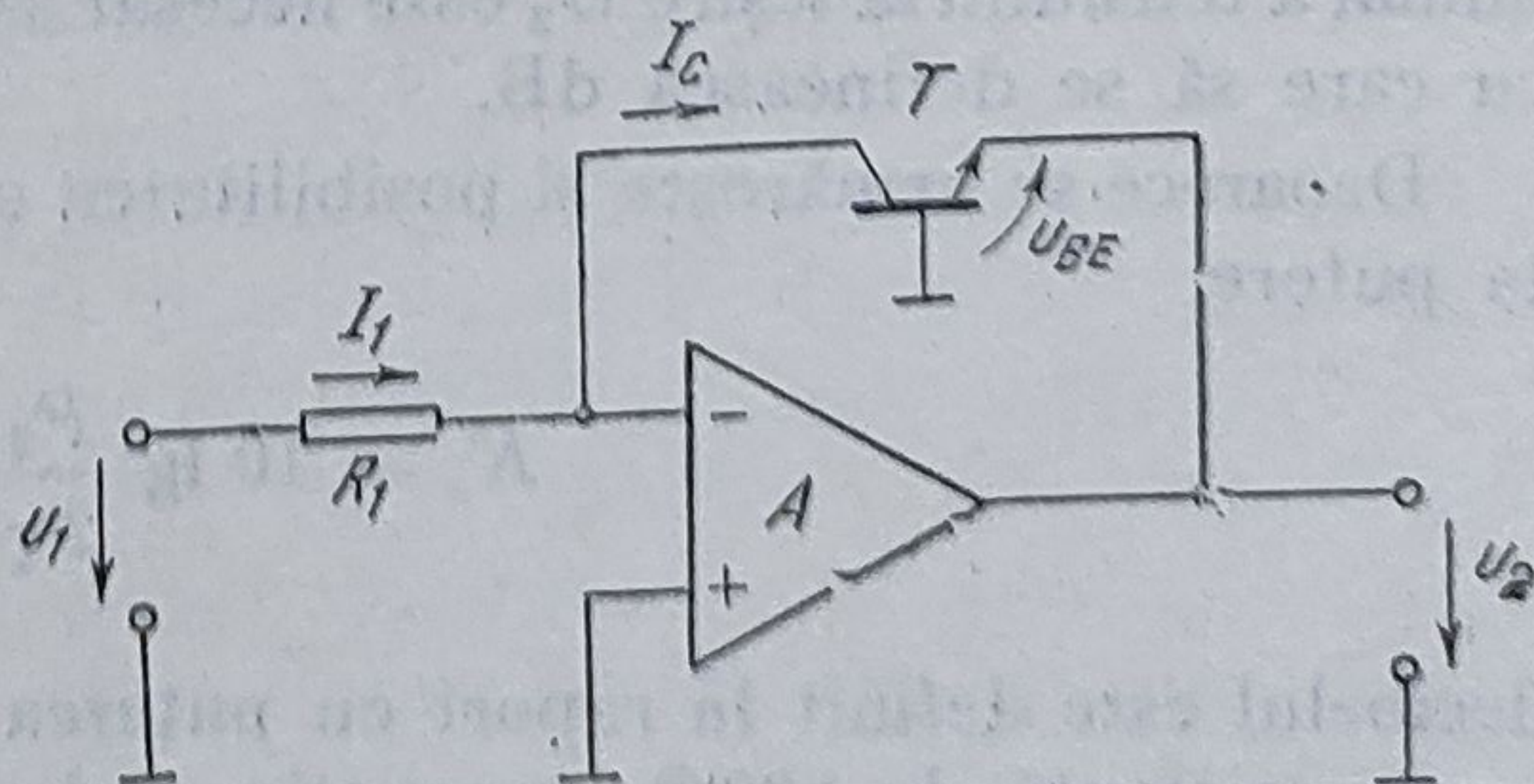


Fig. 3.69. Schema de principiu a unui amplificator logaritmice.



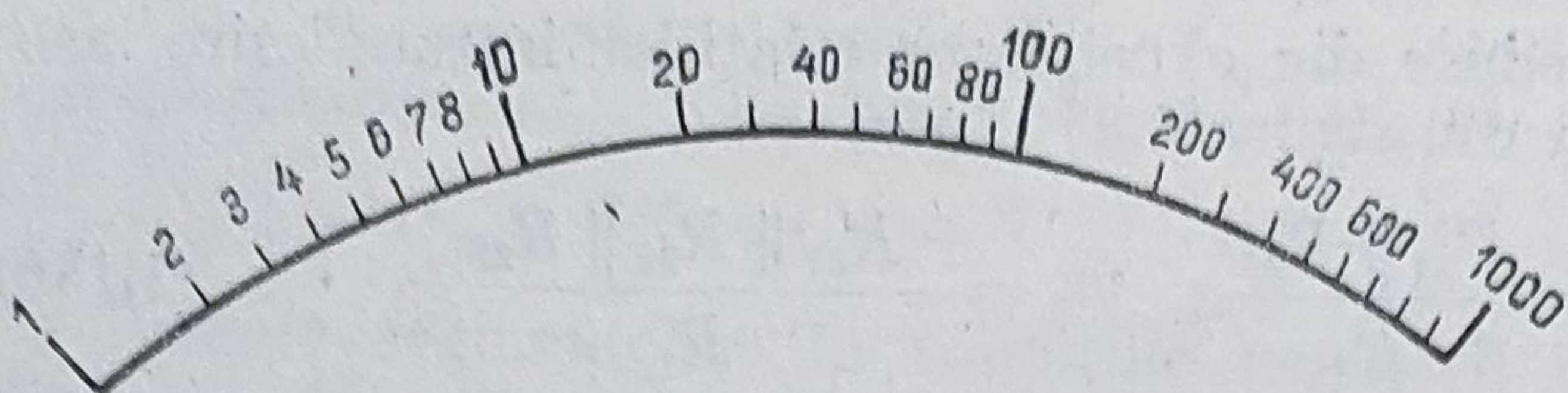


Fig. 3.70. Scară logaritmică cu trei decade.

(3.187) și (3.188) se deduce ușor că schimbând pozițiile tranzistorului din reacție cu rezistența din intrare se obține funcția exponențială (antilogaritm).

Scara unui voltmetru de acest tip, gradată direct în valori efective ale tensiunii măsurate (de exemplu  $U_1$ ), are forma logaritmică. Diverselor decade le corespund intervale egale, dar în cadrul unei decade gradarea este neliniară, conform logaritmilor valorilor respective. Un exemplu de scară logaritmică de 3 decade este dată în figura 3.70.

Se observă că pe o astfel de scară intervalul de măsurare fiind extins pe trei decade se pot măsura valori între 10 mV și 10 V cu același număr de cifre semnificative.

Importanța voltmetrelor cu scară logaritmică a început să scadă odată cu extinderea utilizării *voltmetrelor numerice*, care permit afișarea directă de 3...5 decade. Amplificatoarele logaritmice sînt însă utilizate frecvent și în asocierea cu convertoare analog-numerice, în același scop al obținerii unui efect de comprimare a variațiilor la ieșire.

Referitor la problema scării logaritmice, dar fără legătură cu conversia logaritmică, este de observat că o serie de voltmetre, chiar dintre cele fără circuite electronice, au scări logaritmice gradate în decibeli (dB). Astfel de scări gradate în mod convențional, fără a exista în mod real o dependență logaritmică între tensiunea de măsurat și cea aplicată aparatului indicator, sînt utile în aplicații privind determinări ale amplificării sau atenuării semnalelor transmise prin diverse elemente sau sisteme.

Este cunoscut că dB este o unitate adimensională, în raport cu care factorul de amplificare în tensiune al unui element avînd  $U_1$  în intrare și  $U_2$  în ieșire se exprimă prin relația:

$$K_u = 20 \lg \frac{U_2}{U_1} \quad [\text{dB}]. \quad (3.190)$$

Pentru a putea obține valoarea numerică a factorului  $K_u$  pe baza măsurării numai a tensiunii la ieșire  $U_2$  este necesar să se stabilească o referință, în raport cu care să se definească dB.

Deoarece se urmărește și posibilitatea exprimării tot în dB a amplificării în putere:

$$K_p = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{dB}], \quad (3.191)$$

decibelul este definit în raport cu puterea de referință  $P_1 = 1 \text{ mW}$  disipată pe o rezistență de  $600 \Omega$ , respectiv căderea de tensiune pe rezistență fiind  $U_1 = 0,775 \text{ V}$ .



În aceste condiții standard, pentru care sînt definite așa-numitele *nivele absolute de tensiune și de putere*:

$$K_{U_2} = 20 \lg \frac{U_2}{0,775} \quad [\text{dB}] \quad (3.192)$$

și

$$K_{P_2} = 10 \lg \frac{P_2}{0,001} \quad [\text{dB}], \quad (3.193)$$

sînt trasate scările care permit determinarea directă a factorilor  $K_{U_2}$  și  $K_{P_2}$ , măsurînd de fapt numai pe  $U_2$ .

În cazurile în care puterea în intrare  $P_1$ , sau tensiunea de intrare  $U_1$  (implicit rezistența) nu sînt cele corespunzătoare situației de referință, expresiile logaritmice ale rapoartelor între mărimile de intrare și de ieșire sînt denumite *nivele relative* și se determină cu relațiile (3.192), (3.193), fiind necesare măsurări și la intrare ( $U_1$ ,  $P_1$ ).



## Capitolul 4

# MĂSURĂRI DINAMICE ALE CURENȚILOR ȘI TENSIUNILOR ELECTRICE

### 4.1. CONSIDERAȚII GENERALE

Măsurările dinamice, după cum s-a arătat în paragraful 1.9.2, se referă la mărimi care variază rapid în timp, astfel încât pentru determinarea structurii și parametrilor modelelor matematice care le caracterizează sînt necesare dispozitive de memorare a variațiilor respective și de redare sub forma de imagini statice, apte de a fi analizate și interpretate de către un operator uman sau de către echipamente de calcul și automatizare.

Metodele și aparatele utilizate în măsurările dinamice ale curenților și tensiunilor electrice sînt diversificate în raport de modul și viteza de variație a acestor mărimi.

Mărimile periodice, dat fiind caracterul lor repetitiv pe intervale de timp finite și bine determinate, pot fi mai ușor convertite într-o imagine statică chiar și la viteze mari, prin suprapunerea sincronizată în timp a variațiilor în decursul perioadei. Pornind de la această particularitate, a fost realizat unul dintre aparatele cele mai utilizate pentru măsurări dinamice: *osciloscopul catodic*.

Situația este mai complicată în cazul mărimilor aperiodice, tranzitorii și aleatoare, ale căror variații nerepetîndu-se implică determinări pe durate ce nu pot fi totdeauna prestabilite și care pot fi foarte diferite. Aparatele destinate acestor măsurări comportă în mod necesar elemente de memorare care pot efectua concomitent și operația de redare, sau aceasta se poate face prin intermediul unor dispozitive distincte, uneori într-o etapă ulterioară procesului de măsurare și memorare. Ele alcătuiesc categoria așa-numitelor *aparate înregistratoare*, caracterizate prin aceea că memorarea și redarea se realizează prin transpunerea variațiilor mărimii măsurate pe un suport care poate fi, de exemplu, hîrtie obișnuită pe care înscrisura se face cu cerneală.

Prin cuplarea cu un aparat de fotografiat sau de filmat, cu funcționare sincronizată, se pot folosi și osciloscoapele uzuale pentru înregistrarea unor mărimi neperiodice rapid variabile.



În vederea obținerii unor performanțe superioare, pentru măsurarea și memorarea unor mărimi avînd viteze de variație ridicate, în ultimele decenii s-a dezvoltat tehnica înregistrării pe bandă magnetică.

Un progres însemnat, cu privire la măsurările asupra mărimilor neperiodice de bandă largă și care necesită durate mici de înregistrare, l-a reprezentat realizarea osciloscopului catodic cu memorie, a cărui funcționare nu mai implică un caracter repetitiv al semnalului de vizualizat.

În ceea ce privește problematica măsurării propriu-zise, trebuie precizat că mărimile care se aplică la intrarea aparatelor enumerate sînt tensiuni electrice (curenții pot fi ușor convertiți în tensiuni și preluarea unei tensiuni într-un circuit se face în paralel, fără a necesita întreruperea acestuia). Ca urmare, cel puțin în cazul aparatelor înregistratoare, pentru conversia variațiilor de tensiune în deplasare se folosesc dispozitive de tipul celor descrise la măsurările statice de curenți și tensiuni, adaptate pentru realizarea unor viteze de răspuns cît mai ridicate. Sînt utilizate de asemenea sisteme de urmărire prin intermediul cărora se realizează automatizarea metodelor de compensare, la care deplasarea organului de înregistrare se face de către un servomotor.

În cazul osciloscopului, elementul mobil este un fascicul de electroni, generat de către tubul catodic și care se deplasează în funcție de valorile instantanee ale tensiunii de măsurat, formînd imaginea pe ecranul luminescent al tubului.

În toate cazurile se păstrează caracterul analogic, în sensul definit în paragraful 1.10.4, determinat prin similitudinea între variațiile continue ale mărimii de măsurat și deplasarea elementului mobil care descrie imaginea lor.

Măsurările dinamice au o gamă largă de aplicații, atît de laborator cît și industriale. Aplicațiile de laborator, în principal cu scopuri de cercetare, se disting prin măsurări de tensiuni rapid variabile și pe durate scurte. Oscilosoapele catodice și înregistratoarele cu viteză mare sînt aparatele specifice acestor utilizări. Aplicațiile industriale se referă la înregistrarea anumitor parametri importanți pentru analiza condițiilor de desfășurare a proceselor tehnologice. Aceste aplicații necesită înregistrări îndelungate de mărimi lent variabile și pot fi obținute în condiții avantajoase cu aparatele înregistratoare de viteze reduse.

Aria de aplicație a aparatelor pentru măsurări dinamice trebuie privită prin prisma modalităților deosebite de variate de conversie în tensiuni electrice, cu ajutorul traductoarelor cu dinamică adecvată, a numeroase mărimi neelectrice.

Extinderea utilității se obține și prin posibilitățile pe care le au unele din aceste aparate de a permite înregistrarea simultană pe același suport a mai multor mărimi variabile, ceea ce asigură avantaje semnificative în efectuarea de măsurări comparative și stabilirea de corelații privind evoluția în timp.

Sintetizînd aspectele generale de mai sus, în tabelul 4.1 se prezintă o clasificare a aparatelor pentru măsurări dinamice pe baza *principiilor* de funcționare și performanțelor pe care le realizează.



## Clasificarea aparatelor pentru măsurări dinamice

Caracteristici Denumirea aparatului	Bandă de frecvență [Hz]	Precizia (eroarea tolerată) [%]	Principiul de funcționare
1) Osciloscoape			
1a) Osciloscop catodic de uz general	$\leq 100$ MHz max 300 MHz	2...5%	— afișarea pe ecranul unui tub catodic prin devierea unui fas- cicul de electroni — numai pentru semnale peri- odice
1b) Osciloscop cu eșantic- nare	18—20 GHz	5...10%	— același ca la punctul 1a, cu deosebire că se afișează o singură valoare (eșantion) pe perioadă
1c) Osciloscop cu memorie	$\leq 100$ MHz	3...5%	— același ca la punctul 1a, folo- sind un tub special cu grilă de memorare — pentru orice tip de semnal
2) Înregistratoare grafice			
2a) cu acțiune directă: — cu peniță pe hîrtie obișnuită — cu inscriptor termic sau electric pe hîrtie specială — cu inscriptor optic pe hîrtie fotosensibilă	$\leq 1...2$ Hz $\leq 100$ Hz $\leq 10$ kHz	1...2,5	— afișarea deviației unui aparat magnetoelectric pe o diagramă, cu linie continuă sau prin puncte
2b) cu compensare auto- mată — tip Y-t  — tip X-Y	$\leq 1...2$ Hz $\leq 10$ Hz	0,25...0,5 0,1...0,5	— afișarea deplasării unui servo- motor inclus într-un sistem de urmărire, care efectuează com- pensarea automată — înscriere pe o diagramă, simi- lar ca la punctul 2.a
3) Înregistratoare magnetice			
3a) cu înregistrare directă	100 Hz... ...500 kHz	5...10	— memorarea pe banda magne- tică la fel ca la înregistrările acustice — redarea sub formă de semnale electrice
3b) cu înregistrare prin modulație în frecvență	0...50 kHz	1	— același ca la punctul 3a, dar prin conversia tensiune-frecven- ță a semnalului



## 4.2. OSCILOSCOPUL CATODIC

Osciloscopul catodic este un aparat care permite vizualizarea într-un sistem de coordonate  $X, Y$  a unui grafic luminos reprezentând dependența a două tensiuni electrice variabile  $u_x(t)$ ,  $u_y(t)$ , ale căror valori instantanee corespund absciselor și respectiv ordonatelor diverselor puncte ale graficului. Dacă tensiunea  $u_x$  care determină deplasările pe axa orizontală  $OX$  variază liniar, imaginea obținută exprimă dependența de timp a tensiunii  $u_y$  generatoare a deplasărilor pe axa verticală  $OY$ . Rezultă astfel posibilitatea de a analiza evoluția în timp a mărimii  $u_y$  și prin calibrarea celor două axe pot fi măsurati parametrii ce caracterizează această evoluție.

Transformarea tensiunilor  $u_x(t)$  și  $u_y(t)$  într-un semnal optic se realizează pe ecranul luminiscent al unui tub catodic prin bombardarea acestuia de către un fascicul de electroni poziționat, prin intermediul unor câmpuri electrostatice sau electromagnetice, în funcție de valorile instantanee ale acestor tensiuni. Inerția extrem de redusă a electronilor asigură reproducerea unor variații foarte rapide.

Funcțiile de bază susmenționate definesc așa-numitele *osciloscoape de uz general*. În paralel au fost dezvoltate tipuri speciale de osciloscoape destinate unor aplicații particulare: analizoare de spectru, caracteriograme, monitoare medicale, pentru service *TV* și auto etc.

În cadrul prezentului capitol vor fi tratate osciloscoapele de uz general. Există o gamă diversă de asemenea osciloscoape. O clasificare succintă a lor, avînd drept criterii unele performanțe principale și varietatea operațiilor pe care le pot efectua poate fi următoarea:

● **După banda de frecvență:**

— *osciloscoape funcționînd în timp real*, acoperind benzi de frecvență de la c.c. pînă la 100 ... 300 MHz (cele care au limita superioară de pînă la 10 MHz sînt considerate de joasă frecvență);

— *osciloscoape cu timp translatat*, cunoscute și sub denumirea de *osciloscoape cu eșantionare*, destinate frecvențelor foarte înalte, mergînd pînă la 10 ... 20 GHz.

● **După durata imaginii pe ecran:**

— *osciloscoape cu persistență fixă*, necesitînd reîmprospătarea permanentă a imaginii (prin caracterul periodic al semnalului);

— *osciloscoape cu memorie*, care rețin imaginea pe durată lungă;

— *osciloscoape cu persistență variabilă* (controlată).

● **După numărul de semnale care pot fi vizualizate simultan:**

— *osciloscoape cu un canal*;

— *osciloscoape cu două canale sau cu mai multe canale*.

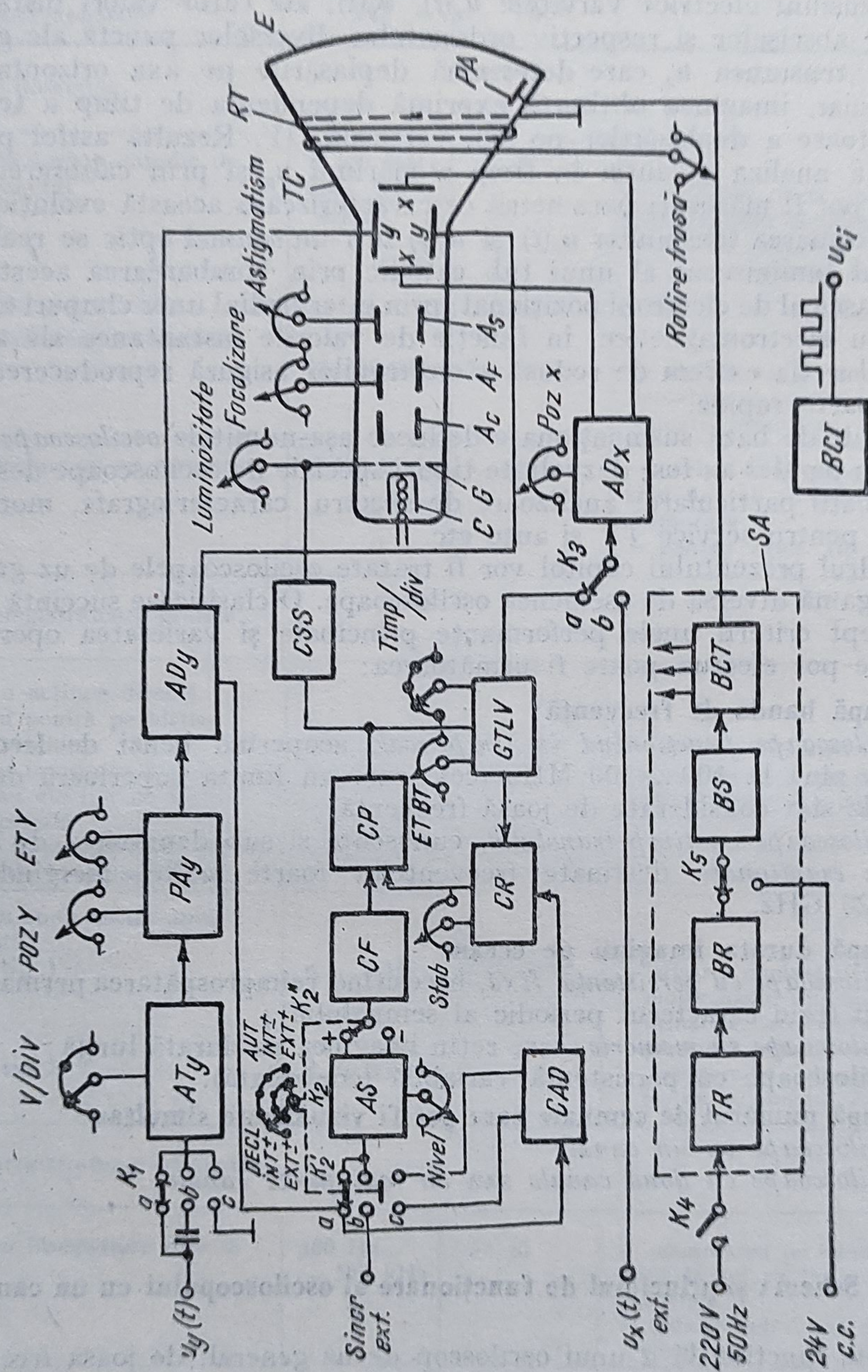
### 4.2.1. Schema și principiul de funcționare al osciloscopului cu un canal

Schema funcțională a unui osciloscop de uz general, de joasă frecvență (10 MHz), cu un singur canal, este reprezentată în figura 4.1.

În principiu, această schemă corespunde osciloscopului *E-0102*, fabricat de Întreprinderea de Aparatură Electronice de Măsură și Industriale.

Semnificația elementelor componente evidențiate pe schemă, cu dispozitivele de reglaj aferente situate pe panoul frontal, este următoarea:





[Fig. 4.1. Schema funcțională a osciloscopului catodic cu un canal.



*TC* este tubul catodic, elementul principal pe ecranul căruia se formează imaginea (este un tub electronic cu vid înaintat, conținând la interior mai mulți electrozi);

*C* — catodul care emite electroni;

*G* — grila de control a intensității luminoase;

*A<sub>C</sub>*, *A<sub>F</sub>*, *A<sub>S</sub>* — un ansamblu de anodi de accelerare, focalizare și corectare a astigmatismului;

*XX* și *YY* — sistemele de plăci de deflexie electrostatică pe orizontală și pe verticală;

*PA* — anodul de postaccelerare;

— în scopul obținerii unei intensități și a unei grosimi convenabile a imaginii, electrozii *G*, *A<sub>F</sub>*, *A<sub>S</sub>* sînt prevăzuți cu dispozitivele de reglaj *LUMINOZITATE*, respectiv *FOCALIZARE* și *ASTIGMATISM*;

— în exteriorul tubului se află bobina *RT*, care prin deflexie electromagnetică corectează abateri de la orizontalitate ale deflexiei *XX*. Aceste corectări se fac folosind potențiometrul de reglaj *ROTIRE TRASĂ*;

— la partea frontală a *TC* se află ecranul *E* pe care se formează imaginea. Pentru efectuarea de măsurări pe ecranul *E* se află trasat un caroiaj cuprinzînd 10 diviziuni pe orizontală și 6 diviziuni pe verticală;

*K<sub>1</sub>* — comutatorul de intrare pe canalul *Y*, prin intermediul căruia se aplică tensiunea de vizualizat  $u_y(t)$ . Poziția *a* se folosește pentru conectarea de tensiuni continue (sau alternative, avînd și componentă continuă), *b* numai pentru tensiuni alternative și *c* pentru punerea la masă a intrării în vederea poziționării;

*AT<sub>y</sub>* — atenuatorul în trepte prin care tensiunea de intrare  $u_y(t)$  se aduce în gama corespunzătoare deflexiei admise pe verticală, asigurîndu-se totodată o impedanță de intrare ridicată. Diversele trepte de atenuare se obțin cu ajutorul unui comutator gradat *V/DIV*, ale cărui poziții determină valorile *coeficienților de deviație* pe verticală;

*PA<sub>y</sub>* — preamplificatorul de pe canalul *Y* cu impedanță de intrare ridicată (adaptată cu cea a atenuatorului), care pe lîngă o primă amplificare permite și deplasarea spotului pe verticală, dispunînd pentru aceasta de un potențiometru *POZ Y*. Pentru efectuarea de corecții ale factorului de amplificare al canalului, astfel încît să se respecte valoarea afișată de comutatorul *V/DIV*, preamplificatorul este prevăzut și cu un potențiometru de etalonare *ET Y*;

*AD<sub>y</sub>* — amplificatorul diferențial de deviație pe verticală, care amplifică semnalul de vizualizat la nivelul necesar plăcilor de deflexie *YY*;

*K<sub>2</sub>* — comutatorul de selectare a modurilor de generare și sincronizare a bazei de timp (tensiunea internă liniar variabilă aplicată pe canalul de deflexie orizontală), alcătuit din secțiunile *K<sub>2</sub>'* și *K<sub>2</sub>''*. Secțiunea *K<sub>2</sub>'* prin contactul *c* determină funcționarea bazei de timp în regim declanșat, atunci cînd este închis și în regim automat dacă este menținut deschis; prin contactele *a* și *b* se selectează modul de sincronizare, internă pentru contactul *a* închis și externă pentru *b* închis. Secțiunea *K<sub>2</sub>''* servește pentru declanșarea bazei de timp pe panta crescătoare a semnalului de sincronizare (+), sau pe cea descrescătoare (−). Pe panoul frontal, comutatorul dublu *K<sub>2</sub>* notat *SINCRONIZARE* are funcțiile *DECLANȘAT-AUTOMAT*, *INTERN-EXTERN*, ± și prin poziționare adecvată se pot obține combinațiile necesare regimurilor menționate pentru baza de timp;



*AS* — amplificatorul de sincronizare, prin care se asigură adaptarea de impedanță și amplificarea necesară a semnalului de sincronizare, în vederea aplicării pe canalul bazei de timp. Polaritatea semnalului de sincronizare poate fi inversată cu comutatorul  $K_2''$ , iar cu potențiometrul *NIVEL* se poate introduce o componentă continuă, care deplasează semnalul alternativ către valori pozitive sau negative. Prin aceste reglaje se pot modifica condițiile de declanșare a bazei de timp;

*CF* — circuitul formator care generează impulsuri cu frecvența semnalului de sincronizare și defazate față de acesta în raport de reglajele arătate anterior;

*CP* — circuitul poartă prin intermediul căruia se comandă (declanșează) pornirea și oprirea bazei de timp. De asemenea, *CP* comandă aprinderea spotului la deplasarea acestuia de la stînga către dreapta ecranului (cursa directă);

*GTLV* — generatorul tensiunii liniar variabile care se aplică pe canalul de deflexie orizontală, constituind baza de timp pentru obținerea imaginii desfășurate a tensiunii  $u_y(t)$ . Viteza de deplasare a spotului pe orizontală poate fi modificată în trepte cu un comutator *TIMP/DIV*. Gradarea comutatorului este făcută în valori care exprimă inversul vitezei de deplasare și care poartă denumirea de *coeficienți de baleiaj*. Diversele valori ale coeficienților de baleiaj permit obținerea de imagini ușor de analizat într-o gamă largă de frecvențe ale tensiunii  $u_y(t)$ . Un potențiometru de etalonare *ET BT* este prevăzut pentru corectarea deviațiilor care pot apărea față de valoarea afișată de comutatorul coeficienților de baleiaj *TIMP/DIV*;

*CR* — circuitul de reținere care, în cadrul sistemului în circuit închis pe care îl formează împreună cu *GTLV* și *CP*, furnizează semnalul de reacție pentru comanda revenirii și menținerii spotului pe poziția de așteptare din stînga ecranului în momentul cînd, la finele cursei directe, a atins poziția din extrema dreaptă. Stabilitatea imaginii pe ecran este condiționată de stabilitatea acestei bucle, care poate fi asigurată fixînd un anumit nivel al semnalului de comandă dat de *CR* cu potențiometrul *STAB*;

*CSS* — circuitul de stingere a spotului, care pe durata cursei inverse (de la dreapta la stînga) aplică o tensiune de negativare puternică grilei *G*, blocînd fasciculul de electroni;

*CAD* — circuitul de autodeclanșare cu ajutorul căruia se obține funcționarea automată a bazei de timp. În absența semnalului de intrare  $u_y(t)$  acest circuit determină regimul relaxat al bazei de timp, care permite vizualizarea sub forma unei linii orizontale a nivelului zero pentru deplasarea pe verticală. În momentul aplicării unui semnal  $u_y(t)$ , *CAD* comandă trecerea automată în regim declanșat;

$K_3$  — comutatorul pentru conectarea canalului de deflexie pe orizontală. Pe poziția *a*, la acest canal se aplică baza de timp internă, iar pe poziția *b* se poate aplica un semnal extern  $u_x(t)$ . În ultimul caz pe ecran va apărea graficul  $u_y = f(u_x)$ ;

$AD_x$  — amplificatorul de deflexie pe orizontală, care îndeplinește aceleași funcțiuni ca  $AD_y$ . Întrucît pe acest canal se aplică în principal baza de timp internă de amplitudine calibrată, nu este prevăzut un atenuator în trepte care să permită modificarea sensibilității. Ca urmare, la utilizarea de semnale externe  $u_x(t)$ , amplitudinea acestora trebuie să se situeze într-o gamă impusă de către factorul de amplificare al  $AD_x$ . Potențiometrul *POZ X*



servește pentru deplasarea spotului pe orizontală (poziția inițială a deplasării);

S.4 — sursele de alimentare constând din transformatorul de rețea  $TR$ , blocul de redresare  $BR$ , care furnizează o tensiune continuă filtrată, dar nestabilizată, de 24 V c.c., blocul de stabilizare  $BS$  care generează o tensiune continuă stabilizată de 20 V și blocul convertor de tensiune continuă  $BCT$  (invertor, transformator și mai multe circuite de redresare) prin intermediul căruia se obțin tensiunile continue pentru diversele circuite electronice, inclusiv tensiunile înalte pentru electrozii tubului catodic;

$K_4, K_5$  — comutatoare prin care  $BSA$  poate fi conectat la rețeaua de c.a. (220 V, 50 Hz), sau la o sursă de c.c. (baterie) de 24 V, aplicată direct la intrarea în  $BS$ ;

$BCI$  — blocul de calibrare internă care constă dintr-un circuit astabil care generează tensiunea  $U_{CI}$  sub formă de impulsuri rectangulare, cu amplitudine și frecvență constantă. Acest bloc servește pentru verificarea și eventual corectarea etalonării deviației pe verticală cu potențiometrul  $ET Y$  și a bazei de timp cu potențiometrul similar  $ET BT$ .

Pentru o sumară explicare a funcționării generale a osciloscopului catodic se consideră cazul aplicării la intrarea canalului  $Y$  a unei tensiuni sinusoidale  $u_y(t) = U_m \sin \omega t$  și baza de timp funcționând în regim declanșat, cu sincronizare internă. Tensiunea  $u_y(t)$  după atenuarea și amplificarea necesară este transmisă plăcilor de deflexie verticală  $YY$ , care deviază fasciculul de electroni, astfel încât poziția sa pe ecran corespunde valorilor instantanee  $u_y(t)$  conform relației:

$$Y(t) = S_y u_y(t), \quad (4.1)$$

unde  $S_y$  este sensibilitatea deflexiei pe verticală, exprimată în [DIV/V].

Este de observat că  $S_y$  este determinată de poziția comutatorului  $V/DIV$  al atenuatorului  $AT_y$ . Indicațiile acestuia, după cum s-a menționat, reprezintă coeficienții de deviație  $C_y$ , care au semnificația inversului sensibilității:  $C_y = \frac{1}{S_y}$ . Selectarea lor se face avînd în vedere ca deviația maximă pe verticală să se înscrie convenabil pe ecran.

La sistemul de plăci de deflexie orizontală,  $GTLV$  prin  $AD_x$  aplică tensiunea în dinți de ferăstrău  $u_x(t)$  de forma din figura 4.2.

Tensiunea  $u_x(t)$  determină deviația spotului în direcție orizontală. Intervalul de timp  $t_a$  corespunde cursei directe (active) a spotului de la stînga la dreapta ecranului, interval în care are loc formarea imaginii. Timpul  $t_i \ll t_a$  reprezintă timpul foarte scurt în care spotul este readus în poziția inițială din stînga ecranului. Pe această durată, fasciculul de electroni este blocat

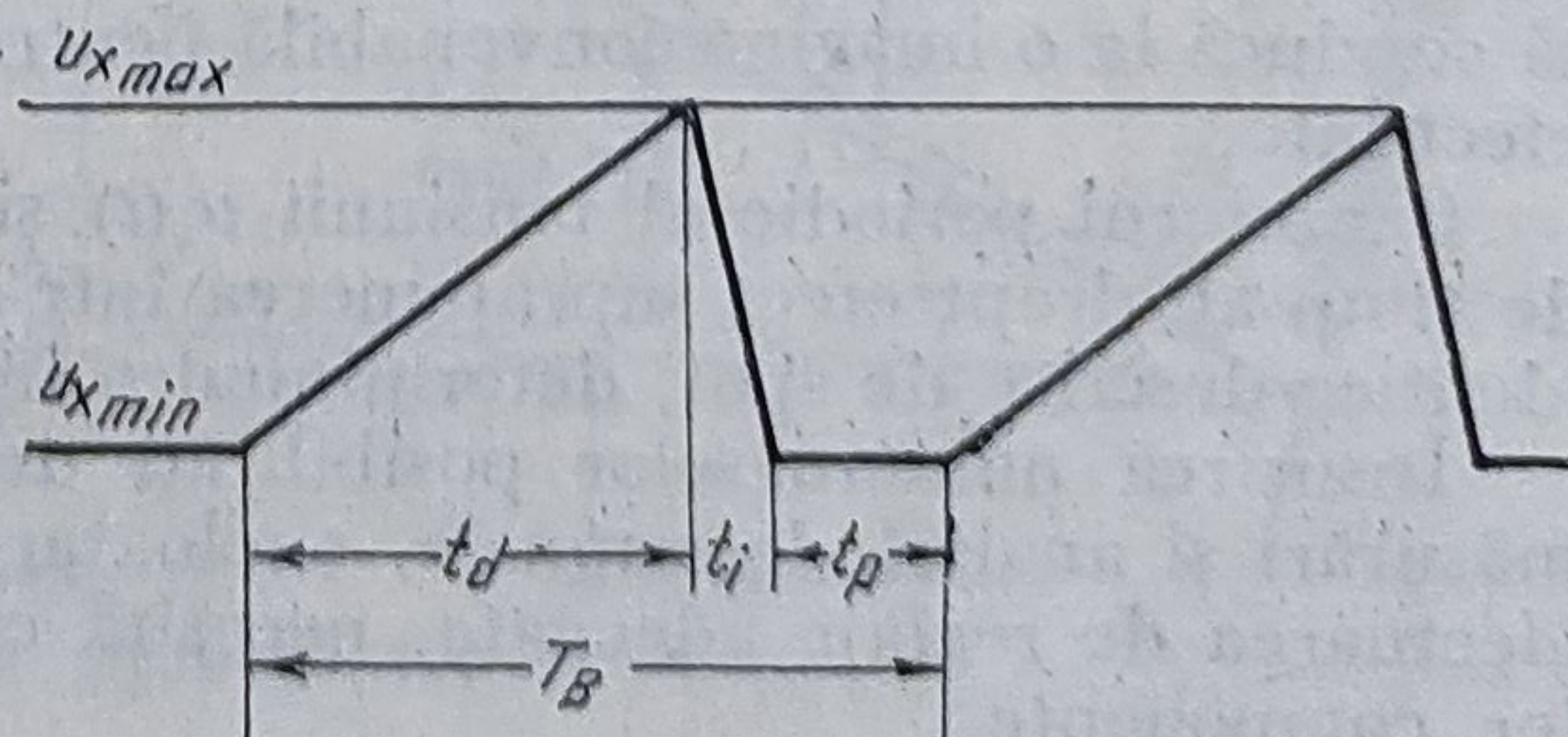


Fig. 4.2. Variația tensiunii care reprezintă baza de timp.



prin CSS, pentru a nu apărea pe ecran traiectorii perturbatoare suprapuse peste imaginea utilă.

Valorile  $U_{x \min}$ ,  $U_{x \max}$  sînt astfel calibrate încît asigură baleierea completă a ecranului de la extrema stîngă la cea dreaptă. Variația liniară a tensiunii  $u_x(t)$  pe intervalul  $t_d$  este cea care asigură caracterul de bază de timp.

Periodizarea bazei de timp este corelată cu aceea a semnalului de vizualizat  $u_y(t)$  de către blocurile canalului de sincronizare (AS, CF, CP, CR). În regim declanșat, GTLV nu reia ciclul imediat după revenirea la  $U_{x \min}$ , ci așteaptă ca  $u_y(t)$  să ajungă la valoarea pentru care au fost fixate condițiile de sincronizare prin  $K_2'' (\pm)$  și potențiometrul NIVEL. Apare astfel intervalul de pauză  $t_p$ , în care spotul staționează în stînga ecranului.

Suma  $t_d + t_i + t_p = T_B$  reprezintă *perioada bazei de timp*. Se poate defini o sensibilitate de deflexie pe orizontală  $S_x$  similară cu cea de pe verticală:

$$X(t) = S_x u_x(t), \quad (4.2)$$

respectiv un coeficient de deviație  $C_x = \frac{1}{S_x} [\text{V/DIV}]$ . Pentru baza de timp interesează însă nu deplasarea spotului, ci viteza sa, care se reprezintă sub forma:

$$v_X = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{\Delta X}{\Delta u_x} \frac{\Delta u_x}{\Delta t} = S_X v_{UB}, \quad (4.3)$$

unde  $v_{UB} = \frac{\Delta u_x}{\Delta t}$  este viteza de variație a tensiunii  $u_x$  exprimată în  $[\text{V/TIMP}]$ .

Pe porțiunea liniar variabilă viteza  $v_{UB}$  este constantă și egală cu panta  $\frac{U_{x \max} - U_{x \min}}{t_d}$ .

Comutatorul GTLV afișează valori ce reprezintă inversul vitezei  $v_X$ ,  $C_{vX} = \frac{1}{v_X}$ , așa-numiții coeficienți de baleiaj și care se exprimă în  $\text{TIMP/DIV}$  (timpul necesar pentru parcurgerea unei diviziuni a ecranului).

Rezultă că în cadrul cursei active fasciculul de electroni este deplasat orizontal proporțional cu timpul (viteză constantă) și concomitent deviat pe verticală proporțional cu valorile instantanee ale tensiunii  $u_y(t)$ . Imaginea care se obține reprezintă graficul variației în timp al tensiunii de vizualizat. În raport de modul în care viteza reală de variație a tensiunii  $u_y(t)$ , respectiv perioada sa, sînt corelate cu baza de timp, imaginea care apare poate fi mai comprimată sau mai dilatată. Aceasta se reflectă în apariția pe ecran a unui număr mai mare sau mai mic de perioade întregi sau chiar a unei fracțiuni de perioadă. Cu comutatorul  $\text{TIMP/DIV}$  se poate selecta viteza care să conducă la o imagine convenabilă pentru analiza și măsurările care trebuie efectuate.

Caracterul periodic al tensiunii  $u_y(t)$  și funcționarea sincronizată a bazei de timp au drept efect suprapunerea într-o succesiune rapidă a traiectoriilor identice descrise de spot, determinînd o imagine stabilă pe ecran.

Însușirea numeroaselor posibilități de utilizare a osciloscopului pentru măsurări și analiză de semnale, exploatarea sa la performanțe maxime prin efectuarea de reglaje adecvate, necesită cunoașterea aprofundată a blocurilor componente.



### 4.2.2. Tubul catodic

Există mai multe tipuri de tuburi catodice folosite pentru oscilosoape, clasificarea lor putînd să se facă după diverse criterii.

După numărul de fascicule de electroni independente (spoturi), se deosebesc *tuburi cu un singur fascicul, cu două sau mai multe fascicule*. Modul în care se efectuează deplasarea fasciculului de electroni le diversifică în *tuburi cu deflexie electrostatică și tuburi cu deflexie electromagnetică*.

În funcție de absența sau prezența unei accelerări suplimentare a electronilor în zona dintre plăcile de deflexie și ecran se disting *tuburi monoaccelerator și postaccelerator*.

Diferențieri apar și prin modalitățile de stingere a spotului pe durata cursei inverse, care pot fi *cu blocare prin negativarea grilei, sau prin deviere cu un sistem de deflexie special*.

Caracteristicile de luminiscentă ale peliculelor cu fosfor folosite pentru formarea imaginii diversifică tuburile catodice în raport de *persistență* (intervalul de timp necesar pentru reîmprospătare) și *după lungimea de undă a radiației luminoase* (culoare). În ceea ce privește *caroiajul* care formează diviziunile pe ecran, acesta poate fi *cu rețea în interiorul tubului sau în exterior*.

Alte criterii se referă la valorile unor parametri cum sînt: dimensiunile și intensitatea spotului, contrastul, liniaritatea, viteza de înscriere etc.

Osciloscopul corespunzător schemei din figura 4.1 cuprinde un tub catodic cu deflexie electrostatică, cu un singur generator de fascicul de electroni și este prevăzut cu anod de postaccelerare. Radiația emisă de stratul fluorescent al ecranului este de culoare verde și are o persistență medie ( $< 2s$ ).

În figura 4.3 este redată principal o secțiune printr-un tub catodic de tipul menționat.

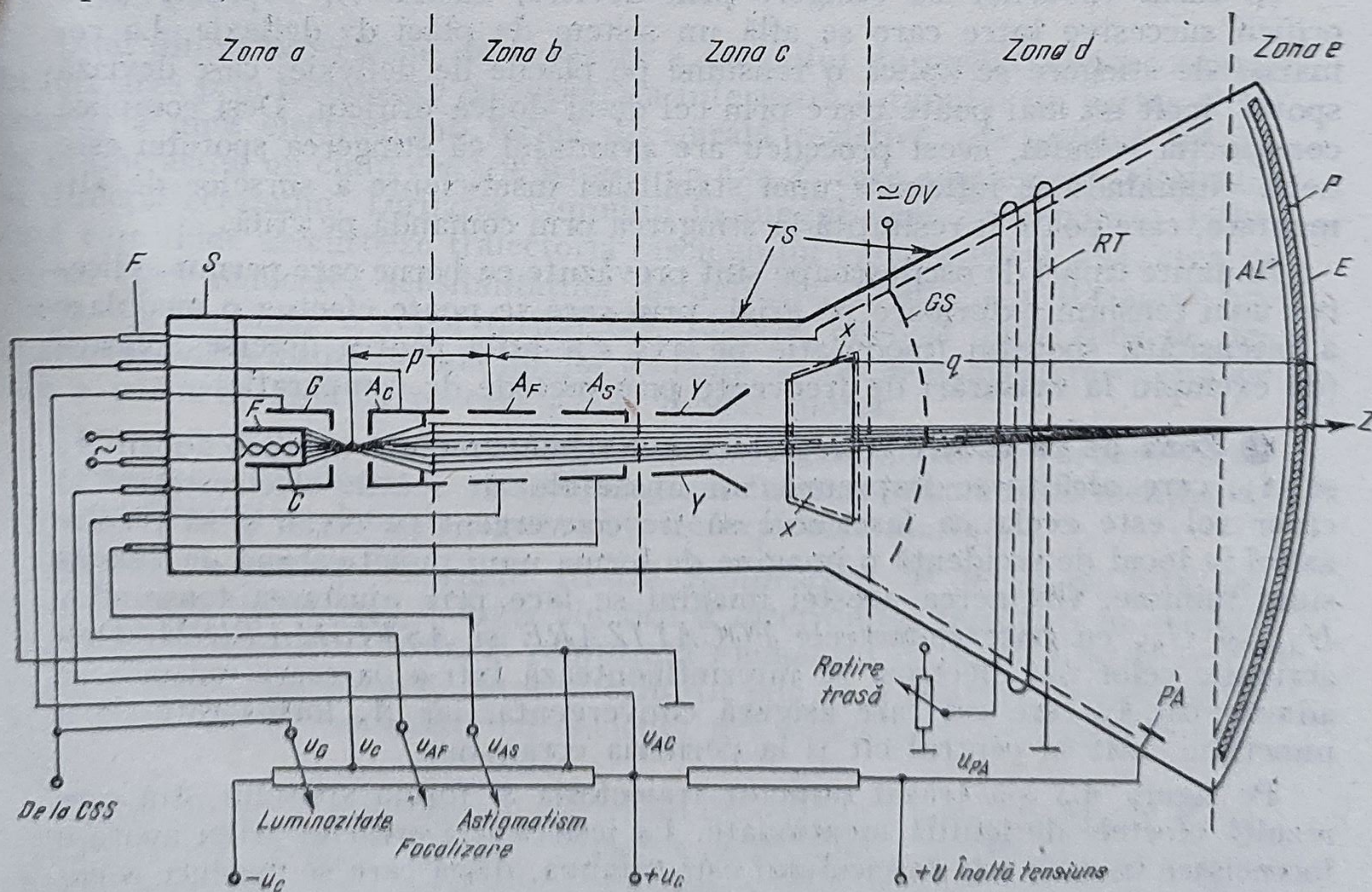


Fig. 4.3. Secțiune printr-un tub catodic.



Pe figură se poate observa forma exterioară a tubului de sticlă  $TS$ , compus dintr-o parte cilindrică și una tronconică, la unul din capete fiind dispus ecranul  $E$ , iar la celălalt soclul  $S$  cu fișele de conexiuni  $F$ . În interiorul tubului, vidat la circa  $10^{-8}$  mmHg, se află electrozii care generează, formează și determină deflexia fasciculului de electroni.

La partea inferioară a figurii s-au simulat sursele de alimentare, de o manieră care relevă ordonarea potențialelor diversilor electrozi.

Urmărind succesiunea fenomenelor care se produc în tubul catodic, se disting cinci zone:

● **Zona generării fasciculului de electroni** are structura unei triode, constând din catodul  $C$ , grila  $G$  și anodul de accelerare  $A_c$ . Catodul  $C$ , cu încălzire indirectă prin filamentul  $F$ , emite electroni prin efect termionic. Grila  $G$ , cunoscută și sub denumirea de *cilindru Wehnelt*, prin potențialul său  $U_G$  controlează intensitatea fasciculului emis. Anodul  $A_c$ , aflat la un potențial  $U_{Ac}$  de valoare ridicată față de catod, determină un câmp electric sub acțiunea căruia electronii sînt atrași din regiunea catodului și accelerați astfel încît la ieșirea din această zonă au o energie cinetică însemnată (la tuburile monoaccelerator această energie trebuie să fie suficientă pentru iluminarea ecranului). Atît grila cît și anodul sînt de formă cilindrică și au orificii circulare, care permit trecerea unui fascicul îngust către zona următoare.

Semnificația potențiometrului *LUMINOZITATE* este acum evidentă, în sensul că prin el se reglează  $U_G$ , astfel încît să se obțină intensitatea dorită a spotului pe ecran. Stingerea spotului se face tot în această zonă, prin aplicarea pe grila  $G$  a unei tensiuni suplimentare (de la CSS), puternic negativă, care nu mai permite anodului  $A_c$  extragerea electronilor emiși de catod.

În cazul tuburilor cu stingere prin deviere, anodul  $A_c$  cuprinde două orificii succesive între care se află un sistem de plăci de deflexie. La comanda de stingere se aplică o tensiune pe plăcile de deflexie, care deviază spotul, încît nu mai poate trece prin cel de-al doilea orificiu. Deși complică construcția tubului, acest procedeu are avantajul că stingerea spotului este netă, eliminîndu-se influența unei stabilizări insuficiente a surselor de alimentare, care poate fi resimțită la stingerea prin comandă pe grilă.

Anumite tipuri de osciloscopia sînt prevăzute cu borne care permit aplicarea unei tensiuni exterioare pe grilă, prin care se poate efectua o modulare a intensității spotului (modulație pe axa  $Z$ ), utilă pentru diverse aplicații (de exemplu la măsurări de frecvențe prin metode de comparație).

● **Zona de focalizare și corectare a astigmatismului** cuprinde anozii  $A_F$  și  $A_S$ , care alcătuiesc împreună un ansamblu de lentile electrostatice al căror rol este acela ca fasciculul să fie convergent pe ecran și să rezulte astfel la locul de incidență o imagine de forma unui punct rotund de dimensiuni minime. Obținerea acestei imagini se face prin ajustarea tensiunilor  $U_{AF}$  și  $U_{AS}$  cu potențiometrele *FOCALIZARE* și *ASTIGMATISM*. Deși acțiunile celor doi electrozi se interinfluențează într-o oarecare măsură, se admite că  $A_F$  este cel care asigură convergența, iar  $A_S$  forma rotundă a punctului, atît în centrul cît și la periferia ecranului.

Pe figura 4.3 s-a trasat punctat traiectoria și forma spotului, din care rezultă efectele de lentilă menționate. La ieșirea din orificiul grilei apare o încrucișare în care aria fasciculului este minimă, după care se produce o expansiune, pînă cînd sub acțiunea lentilei de focalizare are loc concentrarea



pe ecran. Suprafața minimă a punctului pe ecran poate fi evaluată multiplicând aria fasciculului în zona de încrucișare cu raportul  $q/p$  al distanțelor  $p$  și  $q$ , care determină raportul *image-obiect* al lentilei.

Zonele  $a$  și  $b$  de generare și formare a spotului sînt denumite și „tun electronic”.

● **Zona de deflexie electrostatică** este acea parte a tubului în care informația corespunzătoare semnalului analizat este transmisă fasciculului de electroni prin intermediul cîmpurilor electrostatice produse de plăcile de deflexie  $YY$  și  $XX$ . O serie de parametri importanți, cum sînt valorile coeficienților de deviație  $C_y$  și  $C_x$ , liniaritatea, adică menținerea la valorile fixate a acestor coeficienți în centrul sau la marginea ecranului, aria pe care o poate explora spotul (dimensiunile ecranului) depind în mare măsură de modul în care sînt realizate și situate plăcile de deflexie.

Este de observat că pentru osciloscoape se aplică aproape în exclusivitate deflexia electrostatică din cauza benzii extinse de frecvență. Tuburile cu deflexie electromagnetică (cu bobine exterioare), deși avantajoase din punctul de vedere al costului, simplității construcției, dimensiunilor reduse, ariei sporite a ecranului, sînt limitate la frecvențe relativ joase ( $< 20$  kHz), datorită întîrzierilor pe care le introduc inductivitățile bobinelor.

● **Zona de postaccelerare** este specifică osciloscoapelor de frecvențe egale sau mai mari de 10 MHz, deoarece viteza sporită cu care fasciculul de electroni baleiază ecranul reclamă, pentru obținerea unei iluminări satisfăcătoare, o energie cinetică ridicată. De aceea, spre deosebire de tuburile monoaccelerator care se rezumă numai la anodul de accelerare  $A_c$  (utilizate la  $f < 10$  MHz) se prevede anodul de postaccelerare  $PA$  situat după zona de deflexie și căruia i se aplică o tensiune pozitivă ridicată ( $U_{PA} = 5 \dots 15$  kV).

Unul dintre procedeele de realizare a anodului de postaccelerare constă în formarea prin metalizare pe suprafața interioară a tubului (în partea tronconică) a unui electrod sub formă de spirală rezistivă (de ordinul  $10^8 \Omega$ ). Se obține astfel un cîmp electric paralel cu axa  $Z$ , care accelerează electronii în direcția ecranului. Dirijarea cîmpului în lungul axei  $Z$  exercită o influență care tinde să curbeze traiectoria fasciculului către această axă, ceea ce are ca efect reducerea sensibilităților de deflexie. Pentru a evita acest neajuns, se introduce o rețea (grilă)  $GS$ , plasată imediat după zona de deflexie, care dă o formă radială liniilor de cîmp, astfel încît accelerarea se face fără a perturba direcția pe care a fost deviat spotul.

Forme speciale ale anodului  $PA$  asociate cu grile puternic curbate (*grile de expansiune*) conduc la scurtarea lungimii tubului în condițiile menținerii unor sensibilități de deflexie și suprafețe de explorare mari [43].

● **Zona ecranului** cuprinde stratul luminiscent  $P$  depus pe fața interioară, care transformă energia cinetică a electronilor incidenți în energie luminoasă și calorică. Fosforul reprezintă elementul de bază pentru realizarea stratului luminiscent, datorită calității sale de a converti energia electronilor în radiație luminoasă cu eficiență net superioară oricărei alte substanțe.

La bombardarea fosforului cu electroni de energie cinetică ridicată, apare fenomenul de emisie luminoasă denumit *fluorescență*. Radiația luminoasă persistă și la încetarea excitației, fenomenul respectiv fiind cel de fosforescență. Intervalul de timp din durata fenomenului de fosforescență în care



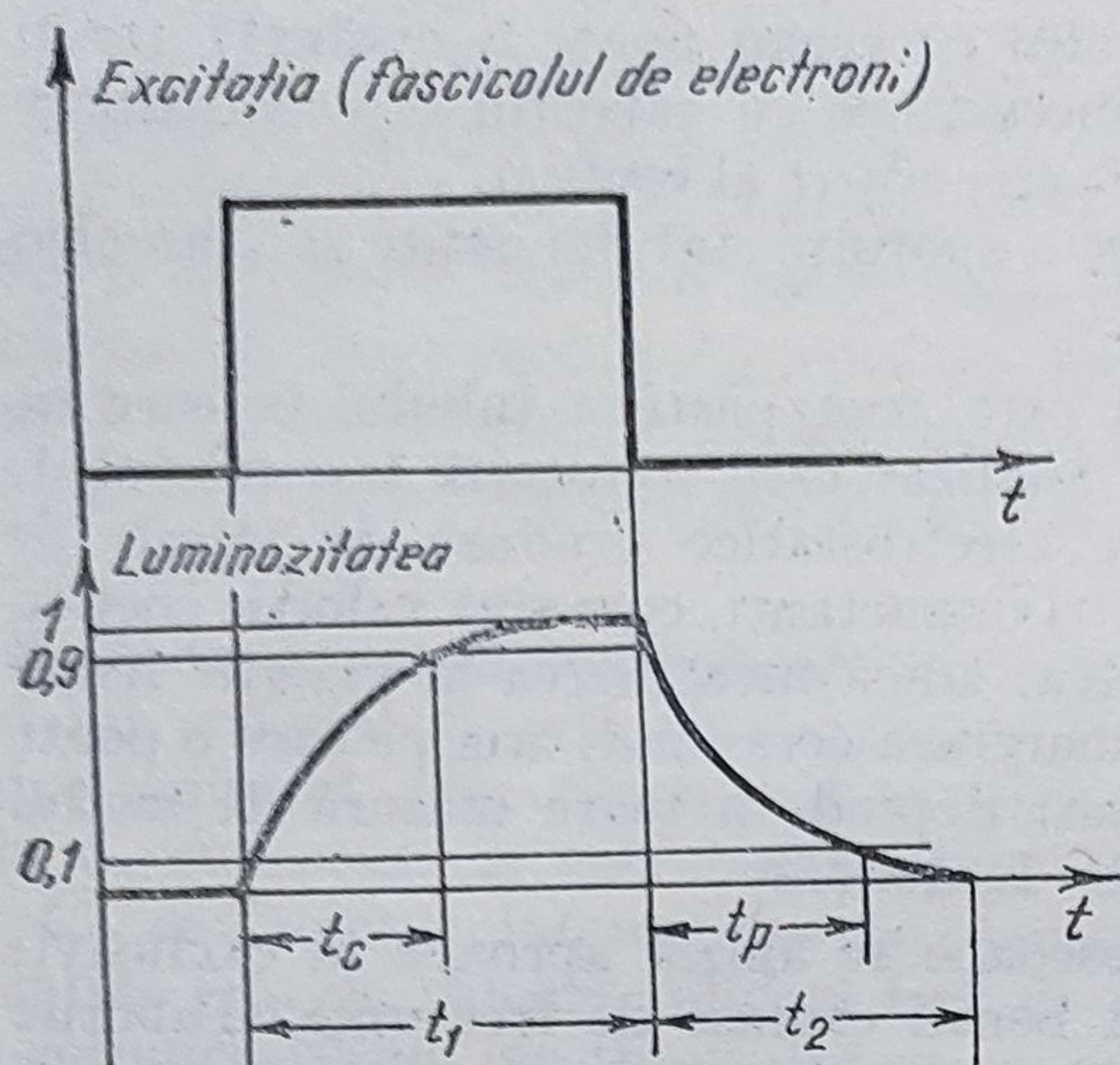


Fig. 4.4. Ilustrarea grafică a luminiscentei ecranului:

$t_c$  — timp de creștere;  $t_p$  — timp de persistență;  
 $t_1$  — timp de fluorescență;  $t_2$  — timp de fosforescență;  
 $t_1 + t_2$  — timp de luminiscentă.

— cu *persistență medie*, la care intervalul pentru această scădere este de pînă la 2 s;

— cu *persistență lungă*, la care intervalul de scădere este mai mare de 2 s, putînd ajunge la ordinul minutelor.

Pentru a putea fi utilizate la frecvențe înalte, cele mai multe tipuri de osciloscop folosesc ecrane cu fosfor cu persistență redusă, deoarece o persistență lungă sau medie ar deranja prin urmele ce rămîn, atunci cînd spotul își schimbă traiectoria.

Culorile radiației emise pot avea o paletă largă, de la albastru-violet la portocaliu. Sensibilitatea maximă a ochiului uman se situează în regiunea culorii verde-gălbui (555 nm), astfel că cele mai multe osciloscop folosite pentru vizualizarea semnalelor folosesc ecrane cu culoarea verde. În cazul aplicațiilor care prevăd fotografierea sau filmarea imaginilor de pe ecran, este indicat fosforul pentru care emisia este de culoare albastră, la care este mai sensibilă pelicula fotografică.

Energia cinetică a fasciculului de electroni la impactul cu stratul luminescent este convertită atît în energie luminoasă, cît și termică. Dacă accelerarea electronilor este excesivă, de exemplu prin poziționarea potențiometrului *LUMINOZITATE* către limita superioară a tensiunii  $U_G$  și spotul este menținut un timp mai îndelungat într-un anumit punct al ecranului, acesta poate conduce la deteriorarea fosforului (prin efect termic) în zona respectivă. Pentru a înlătura asemenea neajunsuri se procedează la depunerea unei pelicule din aluminiu (aluminizare) pe suprafața interioară a stratului de fosfor. Inițial, această peliculă a avut drept scop evitarea generării de sarcini electrice secundare la nivelul ecranului, care ar putea frîna electronii și reduce intensitatea luminoasă. În același timp, pelicula de aluminiu acționează ca un radiator termic care împiedică ridicarea locală a temperaturii. Totodată, prin aluminizare se obține o creștere a eficienței luminoase, în sensul că radiația emisă către interiorul tubului este reflectată către ecran adăugîndu-se celei directe. Pătrunderea prin stratul de aluminiu reclamă

luminozitatea scade de la 90 % la 10 % din cea inițială definește *persistența* imaginii. În figura 4.4 sînt ilustrate principalele caracteristici ale luminiscentei fosforului, considerînd un punct de pe ecran bombardat de un fascicul electronic modulat cu un impuls rectangular.

Există o mare varietate de substanțe cu fosfor pentru ecrane (circa 40) la care variază culorile de fluorescență și fosforescență precum și persistența [23], [48]. În raport de persistența radiației luminoase, ele se împart în:

— cu *persistență redusă*, la care scăderea luminozității la valoarea  $1/e$  din cea inițială se produce în mai puțin de 1 ms;



o energie sporită a fasciculului de electroni, necesitînd o creștere a potențialului de accelerare.

În vederea accentuării contrastului sau a persistenței unei componente de culoare, precum și pentru reducerea reflexiilor nedorite ale luminii ambiante pe ecran, anumite tipuri de osciloscoape sînt prevăzute cu filtre de lumină, realizate din folii de plexiglas acrilic, care se aplică pe suprafața exterioară a ecranului.

Referitor la ecran se poate conchide că intensitatea radiației luminoase este determinată atît de energia fasciculului de electroni, cît și de tipul și calitatea fosforului utilizat. Energia fasciculului este condiționată de densitatea de electroni, potențialul de accelerare și viteza de deplasare în planul ecranului, impusă de sistemul de deflexie. Se admite că luminozitatea depinde aproximativ liniar de această energie. Reiese astfel evident motivul pentru care la viteze reduse de deviație se pot obține luminozități satisfăcătoare chiar cu tuburi catodice monoaccelerator, pe cînd la frecvențe înalte sau pentru obținerea de imagini fotografice ale unor semnale cu caracter tranzitoriu sînt necesare tuburi cu densitate mare de electroni și cu anod de post-accelerare.

Pe ecran se poate vedea un caroi aj care, ținînd seama de coeficienții  $C_Y$  și  $C_{VX}$ , permite efectuarea de măsurări de amplitudine și de timp. Există două modalități uzuale de realizare a acestui caroi aj: în exteriorul tubului, sau în interiorul acestuia. Caroi ajul exterior este trasat pe o placă subțire de plexiglas, care are avantajul că este interșanjabilă, putînd fi înlocuită cu alta mai convenabilă din punctul de vedere al măsurărilor urmărite. În schimb, are dezavantajul că poate da naștere la erori de paralaxă, deoarece caroi ajul nu se află în același plan cu stratul de fosfor. Caroi ajul interior este realizat prin depunere pe fața interioară a ecranului, odată și în același plan cu fosforul, ceea ce elimină detavantajul semnalat mai sus. El este însă inamovibil și trebuie ales astfel încît să corespundă tipurilor de măsurări celor mai frecvente pentru care este destinat osciloscopul.

O altă problemă este aceea a asigurării coincidenței axelor  $X$ ,  $Y$  ale celor două perechi de plăci de deflexie cu axele caroi ajului. Pentru caroi aje exterioare, aceasta se poate face ușor, prin rotire, în regim cu baza de timp relaxată și fără semnal pe canalul de deflexie verticală, pînă cînd linia continuă luminoasă, care apare la baleierea spotului pe ecran, coincide cu axa orizontală a caroi ajului (coincidența cu axa  $Y$  rezultă automat din poziționarea perpendiculară a plăcilor de deflexie). În cazul caroi ajului interior, problema este mai dificilă, acesta fiind solidar cu tubul și inaccesibil din exterior. La asemenea tuburi, pentru corectarea unor eventuale ne-coincidențe, este prevăzută bobina  $RT$  amplasată în exteriorul tubului (în zona  $d$ ). Aceasta, străbătută de un curent ce poate fi variat prin potențiometrul *ROTIRE TRASA*, produce prin deflexie electromagnetică rotirea cu  $0 \dots 5^\circ$  a deflexiei orizontale, permițînd alinierea cu axa corespunzătoare a caroi ajului.

#### 4.2.3. Determinarea expresiilor coeficienților de deviație

Valorile coeficienților de deviație se deduc din acțiunea exercitată de cîmpurile electrostatice create de tensiunile aplicate plăcilor de deflexie asupra fasciculului de electroni. Inițial, se va considera numai efectul plăcilor de deflexie pe verticală, reprezentat schematic în figura 4.5.



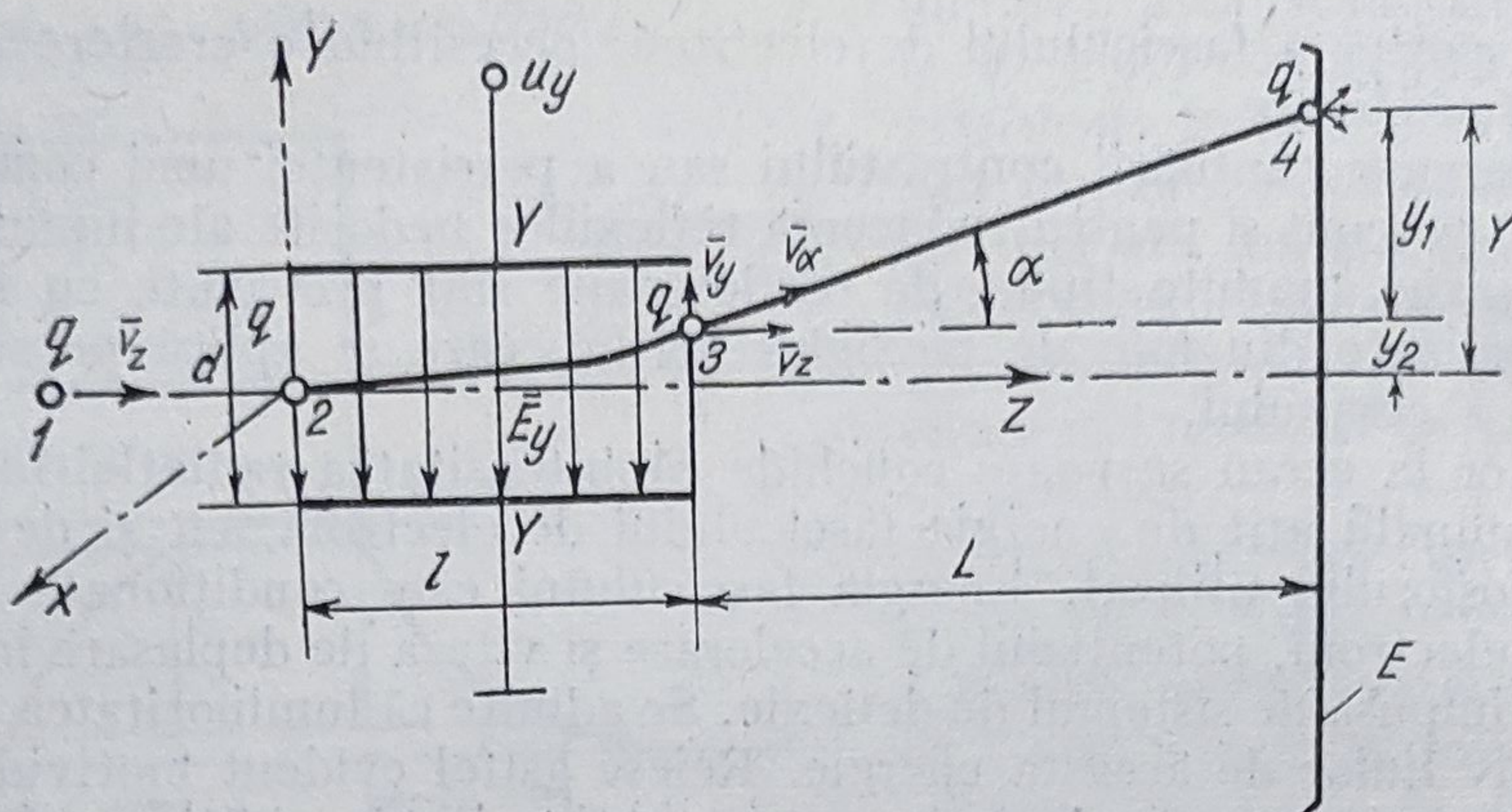


Fig. 4.5. Reprezentarea schematică a deflexiei pe verticală.

Fie un electron cu sarcina  $q$ , care în urma accelerării și formării spotului de către  $A_C$ ,  $A_F$ ,  $A_S$  se deplasează în lungul axei  $Z$  (poziția 1) cu viteza constantă  $\bar{v}_Z$  (ipoteză riguroasă pentru un tub monoaccelerator). În aceste condiții, electronul pătrunzând în spațiul dintre plăcile de deflexie  $YY$  (poziția 2) este supus acțiunii câmpului electric, determinat de tensiunea  $U_Y$ :

$$\bar{E}_Y = -\text{grad } U_Y. \quad (4.4)$$

Cele două plăci putînd fi asimilate unui condensator cu armături plane paralele, câmpul electric este uniform, dirijat în lungul axei  $Y$  și de modul  $E_Y = U_Y/d$ .

Cîmpul electric  $E_Y$  exercită asupra electronului  $q$  o forță  $\bar{F}_Y = q\bar{E}_Y$  care, ținînd seama de sarcina negativă a acestuia, are sens invers liniilor de cîmp. Forța  $\bar{F}_Y$  imprimă electronului o accelerație  $\bar{a}_Y$  pe direcția sa, conform legii a doua a dinamicii  $F_Y = ma_Y$ ,  $m$  fiind masa electronului. Ca urmare, se poate scrie:

$$q \frac{U_Y}{d} = m \frac{d^2 y}{dt^2}. \quad (4.5)$$

Integrarea ecuației diferențiale (4.5) se face admițînd, prin plasarea originii axelor de coordonate în poziția 2, la momentul  $t = 0$ , următoarele condiții inițiale:

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dt} = v_Y = 0, \quad (4.6)$$

ceea ce duce la soluția:

$$y(t) = \frac{q}{m} \frac{U_Y}{d} \frac{t^2}{2}. \quad (4.7)$$

Dacă se ține seama că, simultan, electronul se deplasează în lungul axei  $Z$  cu viteză constantă, rezultă  $t = z/v_Z$  și înlocuind:

$$y(t) = \frac{q}{m} \frac{U_Y}{d} \frac{z^2}{2v_Z^2}, \quad (4.8)$$

ceea ce arată că în zona dintre plăcile de deflexie traiectoria electronului în planul  $YZ$  este o parabolă.



Deviația și viteza electronului, atunci când părăsește zona de deflexie (poziția 3), sînt date de relațiile:

$$y(l) = \frac{q}{m} \frac{U_Y}{d} \frac{l^2}{2v_Z^2}; \quad (4.9)$$

$$v_\alpha = \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=l} = \frac{q}{m} \frac{U_Y}{d} \frac{1}{v_Z^2}. \quad (4.10)$$

În continuare, electronul se deplasează pe direcția vitezei  $v_\alpha$  (tangenta la parabolă), întrucît la tuburile monoaccelerator nu intervin alte forțe care să introducă deviații suplimentare, iar la cele cu anod postaccelerator și grilă de expansiune accelerarea se face fără a perturba direcția de deplasare.

După cum se vede pe figura 4.5, deviația pe ecran este constituită din  $Y_1 = y(l)$  și  $Y_2 = L \operatorname{tg} \alpha$ , în care  $\operatorname{tg} \alpha = v_\alpha$ . Prin urmare

$$Y = Y_1 + Y_2 = \frac{q}{m} \frac{1}{dv_Z^2} \left( \frac{1}{2} + L \right) U_Y, \quad (4.11)$$

din care reiese relația de proporționalitate dintre tensiunea  $U_Y$  aplicată plăcilor de deflexie și deviația  $Y$ . Valoarea vitezei  $v_Z$  se obține ținînd seama că energia cinetică a electronului este determinată de lucrul mecanic efectuat de deplasarea sarcinii  $q$  sub acțiunea cîmpului electric produs de tensiunea de accelerare  $U_{AC}$  pe direcția  $Z$ :

$$\frac{mv_Z^2}{2} = qU_{AC}; \quad v_Z^2 = \frac{2qU_{AC}}{m}. \quad (4.12)$$

Admițînd că amplificarea (atenuarea) pe canalul de deflexie verticală este  $A_Y$  și înlocuind (4.12) în (4.11) se deduce relația finală între semnalul de vizualizat aplicat la intrarea canalului  $u_Y$  și deplasarea spotului pe ecran:

$$Y = \frac{lA_Y}{2d U_{AC}} \left( \frac{1}{2} + L \right) u_Y. \quad (4.13)$$

Din această ultimă relație se pot găsi expresiile pentru sensibilitatea, respectiv pentru coeficientul de deviație pe verticală în regim static:

$$S_Y = \frac{Y}{u_Y} = \frac{lA_Y}{2d U_{AC}} \left( \frac{1}{2} + L \right) \cong \frac{lLA_Y}{2d U_{AC}}; \quad (4.14)$$

$$C_Y = \frac{1}{S_Y} = \frac{2d U_{AC}}{lA_Y} \frac{1}{\left( \frac{1}{2} + L \right)} \cong \frac{2d U_{AC}}{lLA_Y}. \quad (4.15)$$

Valorile aproximative nu introduc erori importante pentru  $\frac{1}{2} \ll L$ .

Din analiza relațiilor precedente rezultă că, făcînd abstracție de  $A_Y$ , factorul de transfer static al canalului, sensibilitatea depinde de parametrii constructivi și de alimentare ai tubului ( $d$ ,  $l$ ,  $L$  și  $U_{AC}$ ).

Sensibilitatea este cu atît mai bună cu cît lungimea  $l$  a plăcilor este mai mare (traectoria parabolică), cu cît distanța dintre plăci  $d$  este mai redusă (cîmpul electric de deflexie este mai intens) și cu cît plăcile sînt situate la o



distanță  $L$  mai mare față de ecran (tub lung). De asemenea, sensibilitatea variază invers cu tensiunea de accelerare  $U_{AC}$ , deoarece, la tensiuni  $U_{AC}$  mari viteza  $v_z$  fiind mare, timpul de tranzit al electronilor între plăci  $\tau = \frac{l}{v_z}$ , în care se exercită acțiunea câmpului  $E_y$ , este redus. Avînd în vedere

că tensiunea de accelerare  $U_{AC}$  nu poate scădea prea mult, întrucît se micșorează luminozitatea, creșterea sensibilității se face pe seama unor ameliorări constructive. Astfel, plăcile de deflexie verticală, la care tensiunile aplicate pot fi mult mai mici decît baza de timp aplicată celor orizontale, sînt dispuse primele, pentru ca distanța  $L$  față de ecran să fie mai mare fără a lungi exagerat tubul. Pentru a evita lovirea electronilor de plăci, sau o reducere importantă a unghiului  $\theta$  de explorare a ecranului (care ar apărea în cazul unor plăci lungi și apropiate) se utilizează plăci scurte, îndoite sau curbate, ca în figura 4.6, care înlătură acest dezavantaj, menținînd un câmp electric ridicat (în prima parte).

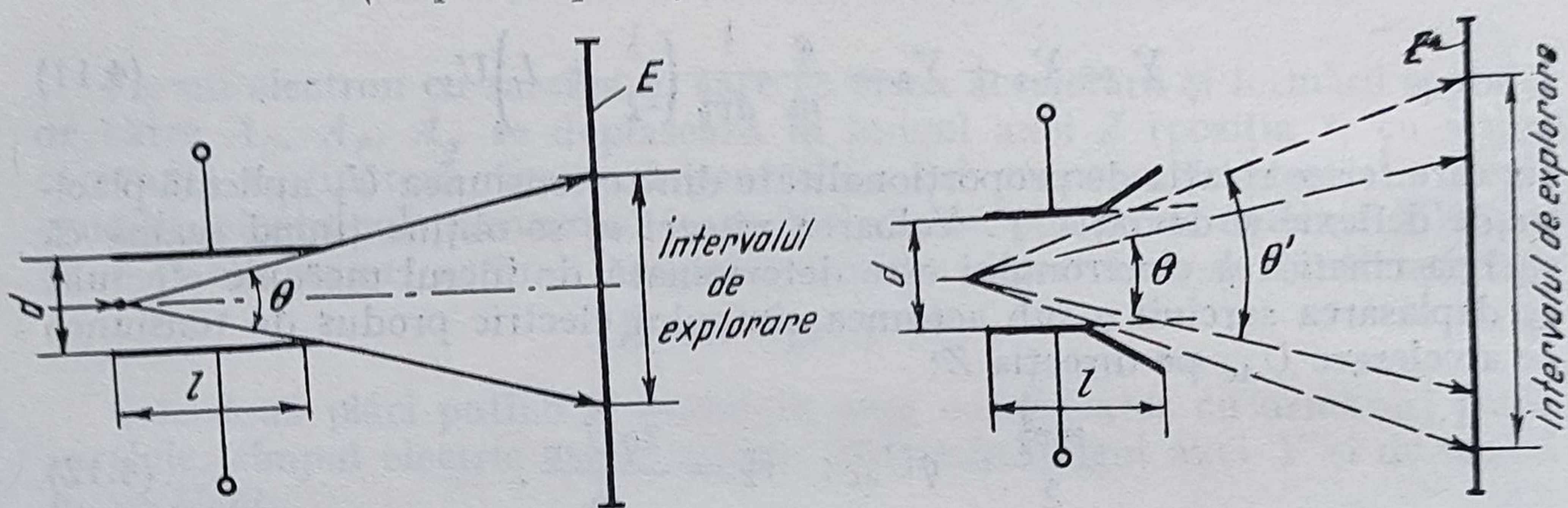


Fig. 4.6. Forme constructive ale plăcilor de deflexie:  
a — plăci; b — îndoite.

O altă problemă o constituie menținerea la aceeași valoare a sensibilității tubului în orice punct al ecranului, pe această bază definindu-se unul dintre parametrii importanți de calitate și anume *liniaritatea*. În general, se constată abateri de pînă la 2% ale sensibilității la periferia ecranului față de cea determinată pentru centrul acestuia (mai reduse, 0,5 ... 1%, la tuburile cu ecran dreptunghiular).

Sistemul de reflexie  $XX$  fiind identic, expresii similare se pot obține pentru sensibilitatea și coeficientul de deviație pe orizontală.

Din relația (4.15) apare clar că modificarea coeficientului de deviație  $C_y$  se face numai prin varierea de la comutatorul  $V/DIV$  a factorului  $A_y$ , ceilalți factori nefiind accesibili și avînd valori constante.

Gradul în care valorile reale ale coeficienților de deviație corespund celor nominale înscrise pe comutatorul  $V/DIV$  este determinant pentru precizia măsurărilor cu osciloscopul. Verificarea acestei corespondențe și corectarea abaterilor se efectuează cu ajutorul calibratorului intern. În funcție de calitatea acestuia, erorile de măsurare se pot încadra în limitele de 0,5 ... 3%.

#### 4.2.4. Caracteristicile de frecvență ale tubului catodic

Expresiile deduse anterior pentru sensibilități și coeficienții de deviație sînt valabile pentru regim static  $u_y = ct$ . Întrucît aplicațiile principale ale osciloscopului se referă la vizualizarea unor semnale care variază rapid în



timp, este important să se cunoască viteza maximă de variație a tensiunii  $u_Y(t)$ , pe care o poate urmări fasciculul de electroni. Această viteză se poate deduce din studierea mișcării electronului pentru o tensiune sinusoidală  $u_Y(t) = U_m \sin \omega t$ .

În aceste condiții, accelerația  $a_Y$  nu mai este constantă și ecuația (4.5) devine:

$$m \frac{dv_Y}{dt} = \frac{q}{d} A_Y U_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (4.16)$$

unde  $\varphi_0$  este faza tensiunii  $u_Y(t)$  la momentul inițial  $t = 0$ , când electronul supus deviației pătrunde între plăci (poziția 2 din figura 4.6). Integrând ecuația (4.16) în aceleași ipoteze ca pentru (4.5), privind condițiile inițiale și viteza  $v_Z$ , se obține la ieșirea dintre plăci viteza  $v_Y(l)$

$$v_Y(l) = \frac{q}{m} A_Y \frac{U_m}{d} \int_0^\tau \sin(\omega t + \varphi_0) dt = \frac{q}{m} \frac{U_m}{d} \frac{A_Y}{\omega} 2 \sin \frac{\omega \tau}{2} \sin \left( \frac{\omega \tau}{2} + \varphi_0 \right), \quad (4.17)$$

unde:  $\tau = \frac{l}{v_Z}$ .

Întrucât faza inițială  $\varphi_0$  diferă pentru electronii care intră succesiv în zona plăcilor, rămânând însă constantă pentru un anumit electron, se observă că valoarea maximă pentru  $v_Y(l)$  corespunde situației în care  $\frac{\omega \tau}{2} + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  și are expresia:

$$v_{Ym}(l) = \frac{q}{m} \frac{U_m}{d} \frac{2A_Y}{\omega} \sin \frac{\omega \tau}{2}. \quad (4.18)$$

În acest caz deviația spotului pe ecran, admitînd că este satisfăcută condiția  $\frac{l}{2} \ll L$ , este dată de relația:

$$Y = L \operatorname{tg} \alpha = L \frac{v_{Ym}(l)}{v_Z} = L \frac{q}{m} \frac{2A_Y}{d\omega v_Z} U_m \sin \frac{\omega \tau}{2}. \quad (4.19)$$

Sensibilitatea în regim dinamic, dedusă din expresia precedentă, este

$$S_{Yd} = \frac{Y}{U_m} = \frac{Lq}{m} \frac{2A_Y}{d\omega v_Z} \sin \frac{\omega \tau}{2}. \quad (4.20)$$

Dependența de frecvență a comportării tubului catodic în regim dinamic poate fi pusă în evidență prin raportarea sensibilității dinamice la cea statică care, calculată din (4.11) tot pentru  $\frac{l}{2} \ll L$  și ținînd seama de factorul de transfer al canalului  $A_Y$ , este de forma:

$$S_Y = \frac{q}{m} \frac{lL}{dv_Z^2} A_Y. \quad (4.21)$$

Făcînd raportul, se obține sensibilitatea relativă dependentă de pulsația  $\omega$ :

$$S_r(\omega) = \frac{S_{Yd}}{S_Y} = \frac{2v_Z}{\omega l} \sin \frac{\omega \tau}{2}.$$



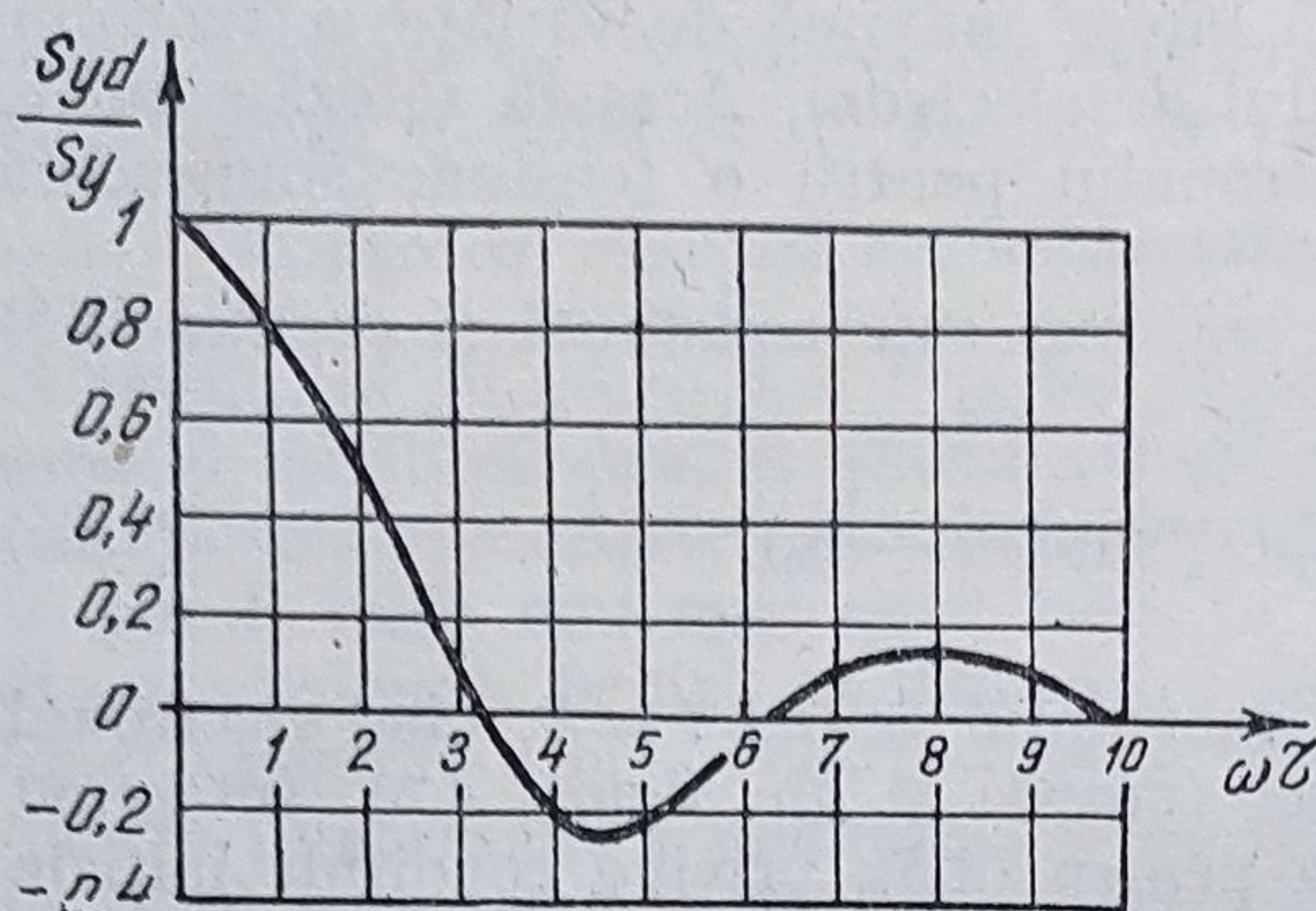


Fig. 4.7. Caracteristica de frecvență a unui tub catodic.

Înlocuind  $l = v_z \tau$ , relația de mai sus devine:

$$S_r(\omega) = \frac{\sin \frac{\omega \tau}{2}}{\frac{\omega \tau}{2}} \quad (4.22)$$

Trasarea graficului pentru sensibilitatea relativă  $S_r(\omega)$ , redată în figura 4.7, reprezintă *caracteristica de frecvență* a tubului catodic.

Se poate remarca pe figură că banda de frecvență pentru care  $S_r(\omega_B) = \frac{1}{\sqrt{2}} S_r(0)$  este  $f_B \cong \frac{1}{2\pi\tau}$ , relevînd rolul determinant al timpului de tranzit  $\tau$  pentru regimul dinamic al tubului. Pentru obținerea unei valori  $f_B$  ridicată, ceea ce înseamnă  $\tau$  redus, trebuie admis un compromis, în sensul că sensibilitatea statică va fi mai redusă ( $l$  mic,  $v_z$  mare).

Rezultă deci și din această analiză necesitatea unor tensiuni de accelerare mari la înaltă frecvență, precum și faptul că lungimea plăcilor de deflexie trebuie să fie scurtă. De exemplu, un tub avînd  $U_{AC} = 1$  kV și lungimea plăcilor  $l = 25$  mm, pentru care timpul de tranzit  $\tau = 1,3$  ns, are o bandă de frecvență  $f_B = 120$  MHz.

Un procedeu de creștere a frecvenței limită a tuburilor catodice, fără a afecta sensibilitatea statică, constă în utilizarea de plăci de deflexie distribuite.

După cum se poate vedea din figura 4.8, plăcile de deflexie distribuite sînt realizate dintr-o serie de segmente scurte, conectate prin linii de înțirziere, constînd din elemente  $LC$  închise pe impedanța caracteristică  $Z_c$ .

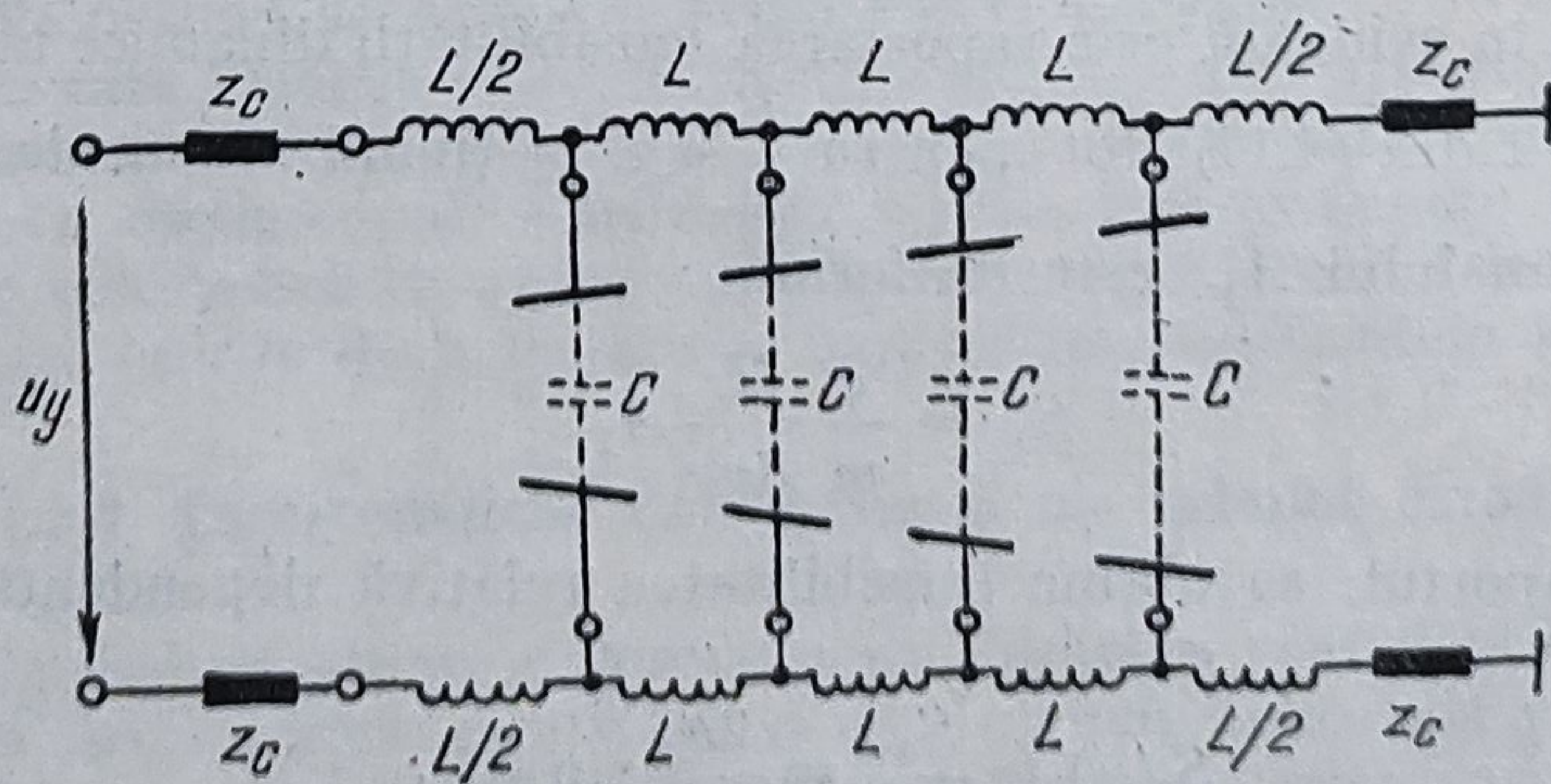


Fig. 4.8. Plăci de deflexie distribuite.



Liniile de întârziere, în care intervin și capacitățile plăcilor segmentate, sînt calculate ca să asigure întârzieri de transmisie a semnalului de la o secțiune la alta, egale cu timpul de tranzit corespunzător. În acest fel, se obține o sensibilitate ridicată a deflexiei, deoarece electronii care trec prin segmente sînt deviați la același nivel de către cîmpul electric creat de semnal pe toată durata timpului de tranzit între plăci. La variantele moderne de tuburi, liniile de întârziere sînt realizate în interiorul acestora.

Caracteristicile de frecvență ale tuburilor cu plăci de deflexie distribuite permit extinderea benzii de frecvență la valori de ordinul sutelor de MHz.

Pentru sistemul plăcilor de deflexie orizontală, problema benzii de frecvență este mai puțin dificilă, deoarece tensiunea aplicată este liniar variabilă și are viteza de variație, respectiv frecvența limită superioară, mai redusă decît  $u_y(t)$ .

#### 4.2.5. Blocurile de pe canalul de deflexie verticală

Funcțiile principale ale blocurilor de pe canalul de deflexie verticală constau în adaptarea nivelului tensiunii de intrare  $u_y(t)$  la valoarea  $U_Y$  necesară a fi aplicată plăcilor de deflexie pentru obținerea unei imagini convenabile pe ecran și asigurarea unei impedanțe de intrare suficient de mare pentru a nu afecta semnalul de vizualizat prin încărcarea sursei care îl generează. Totodată, în scopul ușurării operațiilor de măsurare, ele permit calibrarea coeficientului de deviație pe verticală.

Din expresia (4.15) a coeficientului de deviație  $C_Y$  a rezultat că numai factorul de transfer static  $A_Y$  este variabil. La rîndul său, acest factor este determinat de cele trei blocuri: atenuatorul  $AT_Y$ , preamplificatorul  $PA_Y$  și amplificatorul de deflexie verticală  $AD_Y$ , avînd astfel expresia

$$A_Y = A_T A_P A_D. \quad (4.23)$$

Dintre cei trei factori, numai cel aferent atenuatorului  $A_T$  poate fi modificat în trepte calibrate de pe panoul frontal al osciloscopului ceilalți, cel puțin pentru oscilosoapele care nu sînt prevăzute cu posibilități de funcționare în regim necalibrat, fiind de valori fixate.

● **Atenuatorul de intrare  $AT_Y$**  este un divizor de tensiune RC compensat în frecvență, de tipul celui descris în paragraful 3.6.4, figura 3.55, la voltmetrele electronice de c.a. Pentru a obține pe lîngă avantajul compensării în frecvență și pe acela al adaptării, în sensul ca rezistența și capacitatea de intrare și ieșire să se mențină constante pe toate treptele de atenuare, se folosesc scheme de forma celei reprezentate în figura 4.9.

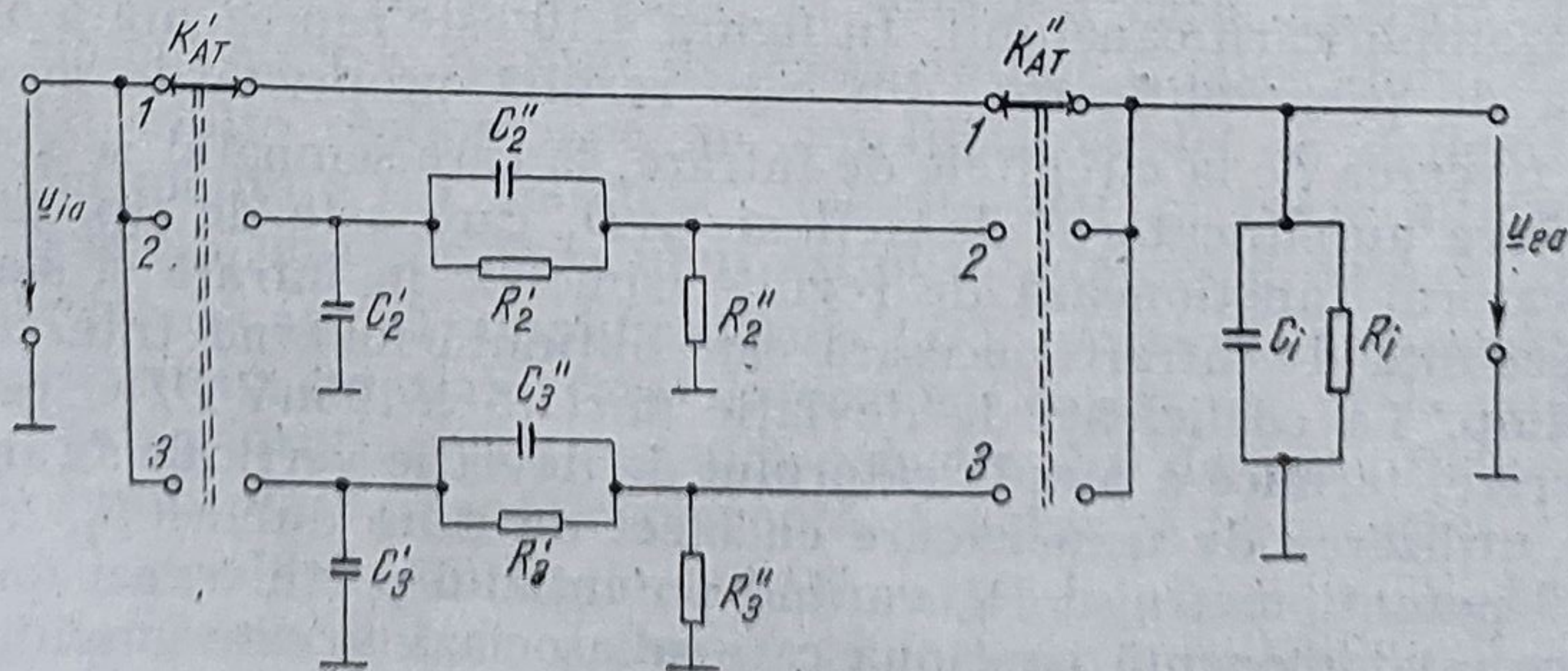


Fig. 4.9. Schema unui atenuator compensat în frecvență, cu impedanță de intrare și de ieșire constantă.



Prin alegerea convenabilă a grupurilor de capacități  $C'_K, C''_K, R'_K, R''_K$  se păstrează constantă atât expresia reală a factorului de divizare, cât și impedanța de intrare și ieșire, determinată de  $R_i \parallel C_i$ . Dacă pentru diversele trepte de atenuare, caracterizate prin factorii  $A_{Tk} = k = \left( \frac{U_{ea}}{U_{ia}} \right)_k$ , se aleg:

$$C'_k = (1 - k) C_i; \quad C''_k = \frac{k}{1 - k} C_i, \quad (4.24)$$

$$R'_k = (1 - k) R_i, \quad R''_k = \frac{k}{1 - k} R_i,$$

atunci se poate deduce ușor că atenuările rezultă la valorile dorite independent de frecvență, în condițiile conservării constante a rezistenței și capacității de intrare la cele fixate prin  $R_i$  și  $C_i$  (care alcătuiesc și etajul de ieșire al atenuatorului). Atenuatorul este astfel cel care stabilește impedanța de intrare a osciloscopului, valorile uzuale pentru cele mai multe tipuri fiind  $R_i = 10 \text{ M}\Omega$  și  $C_i = 10 \dots 60 \text{ pF}$ .

Comutarea diferitelor trepte de atenuare se face prin comutatorul  $V/DIV$  al coeficienților de deviație, prevăzut cu mai multe secțiuni ( $K'_{AT}, K''_{AT}$  pe figura 4.10), care are 10—12 poziții corespunzătoare unor valori calibrate între  $5 \text{ mV}/DIV$  până la  $20 \text{ V}/DIV$  în scara 1, 2, 5, 10.

Anumite tipuri de osciloscopia au comutatorul  $V/DIV$  combinat cu un potențiomtru, care permite modificarea continuă a coeficienților de deviație între două trepte calibrate. Acest potențiomtru, denumit uneori *vernier*, intervine nu în cadrul atenuatorului, ci al preamplificatorului sau al amplificatorului de deflexie. Prin acționarea sa, coeficienții de deviație nu mai respectă valorile calibrate indicate de comutatorul  $V/DIV$ , ceea ce face ca acest regim să fie semnalizat de către o lampă care se aprinde. Pentru efectuarea de măsurări în acest regim necalibrat, util pentru obținerea unor imagini convenabile la anumite nivele de semnal, este necesară etalonarea cu calibratorul intern (de altfel chiar și pentru treptele calibrate se recomandă o verificare în acest sens, pentru a conta pe o anumită precizie de măsurare).

● **Preamplificatorul  $PA_Y$**  este blocul care realizează o primă amplificare a semnalului de la ieșirea atenuatorului, asigurând totodată o impedanță de intrare ridicată (compatibilă cu aceea a atenuatorului), precum și posibilitatea efectuării unor reglaje privind poziționarea spotului pe verticală sau modificarea amplificării canalului. În figura 4.10 este reprezentată o schemă simplificată de preamplificator, din care rezultă proprietățile menționate.

Făcînd trecerea de la circuitele de intrare, la care semnalul se aplică față de masă către amplificatorul de deflexie  $AD_Y$ , care este de tip diferențial, preamplificatorul funcționează de regulă asimetric în intrare și simetric în ieșire. Impedanța de intrare necesară este obținută folosind tranzistoare cu efect de câmp. La coeficienți de deviație mici ( $5 \dots 10 \text{ mV}/DIV$ ), pentru reducerea derivei termice a amplificatorului de deviație verticală în ansamblu, se impune utilizarea de tranzistoare cu efect de câmp duble ( $T_1, T_2$ ). Prin intermediul potențiometrului  $P_1$ , variînd potențialul porții tranzistorului  $T_2$ , se introduce o componentă continuă care se asociază și este amplificată împreună cu semnalul util, oferind posibilitatea deplasării imaginii pe verticală (sau a liniei de zero în absența semnalului de intrare). Potențiometrul



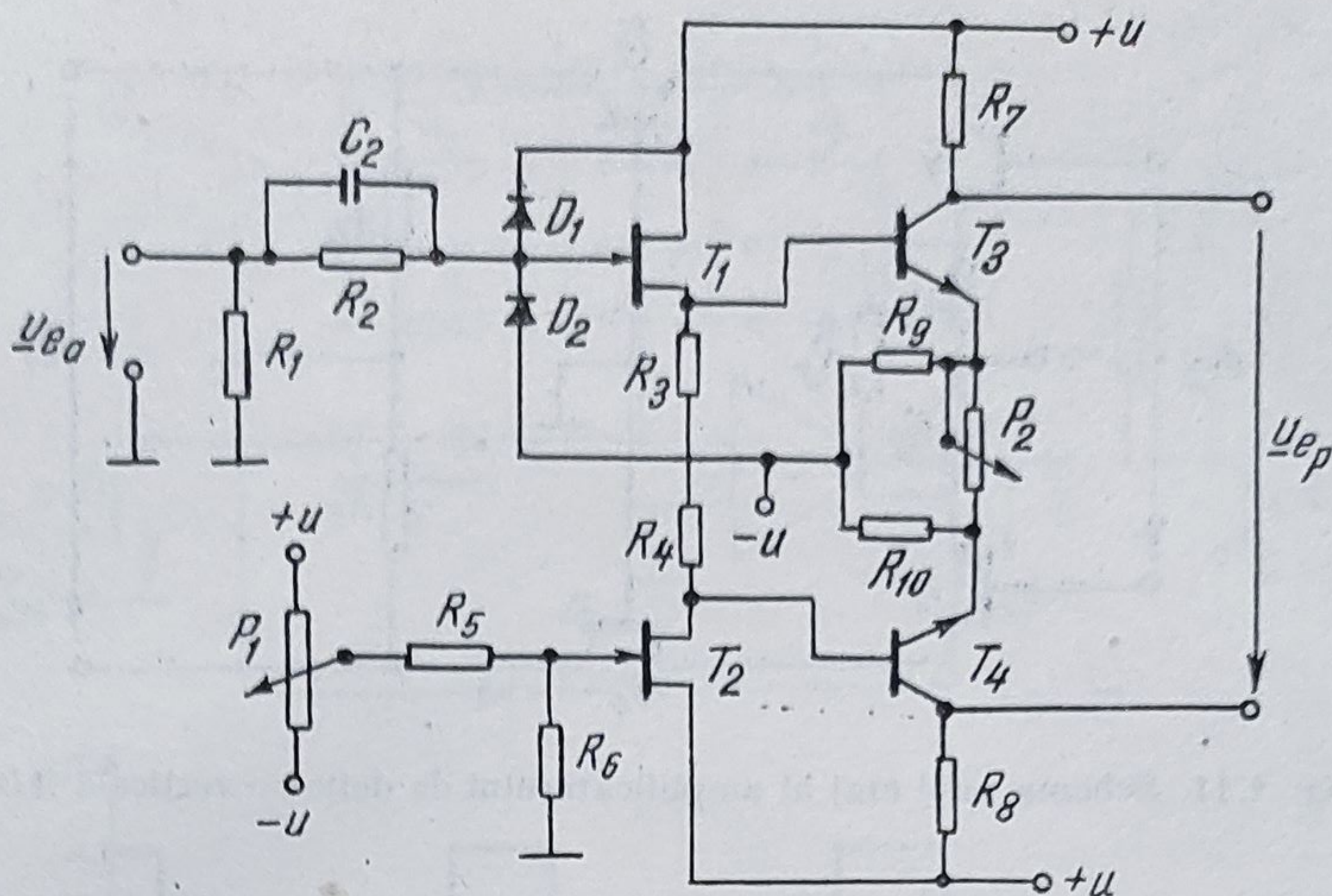


Fig. 4.10. Schema simplificată a preamplificatorului de pe canalul de deflexie verticală  $PA_Y$ .

$P_1$  reprezintă dispozitivul de reglaj  $POZ Y$  menționat la descrierea schemei funcționale. Potentiometrul  $P_2$  permite modificarea factorului de amplificare al etajului inversor-simetrizor, format din tranzistoarele  $T_3-T_4$ , și deci a amplificării întregului canal. Asemenea ajustări se fac în cadrul operației de etalonare a coeficienților de deviație, astfel încât  $P_2$  îndeplinește rolul dispozitivului  $ET Y$ .

Diodele  $D_1, D_2$  și grupul  $R_2, C_2$  protejează circuitul de intrare la supra-tensiuni pozitive sau negative.

Schema din figura 4.10 este simplificată, în realitate  $PA_Y$  cuprinde mai multe etaje diferențiale necesare pentru obținerea amplificării  $A_p$  constantă în întreaga bandă de frecvență. De asemenea mai cuprinde o serie de dispozitive de reglaj suplimentare, necesare pentru o bună simetrizare, pentru asigurarea independenței poziționării pe verticală de modificarea amplificării, pentru varierea valorilor coeficienților de deviație între treptele calibrate (vernier pentru regim necalibrat).

● **Amplificatorul de deflexie verticală  $AD_Y$**  este un amplificator diferențial, de bandă largă, care are rolul de a aduce semnalul de vizualizat, prelucrat de către blocurile anterioare, la valoarea care, aplicată plăcilor  $YX$ , să creeze câmpul electric necesar deflexiei optime a fascicului de electroni.

Cele mai multe osciloscopiau au amplificatoarele de deflexie verticală alcătuite din montaje tip „cascodă”, folosite atât ca etaje intermediare cât și finale. Schema simplificată a unui astfel de etaj este dată în figura 4.11.

Este de menționat că amplificatorul  $AD_Y$  constituie împreună cu tubul catodic elementele esențiale care determină banda de frecvență a osciloscopului. Pentru menținerea constantă a factorului de amplificare se prevăd circuite de compensare de joasă frecvență și de înaltă frecvență.

În osciloscoapele de fabricație recentă, atât în cadrul preamplificatorului, cât și al amplificatorului de deflexie, se folosesc circuite integrate (amplificatoare integrate de bandă largă și de tensiune înaltă).



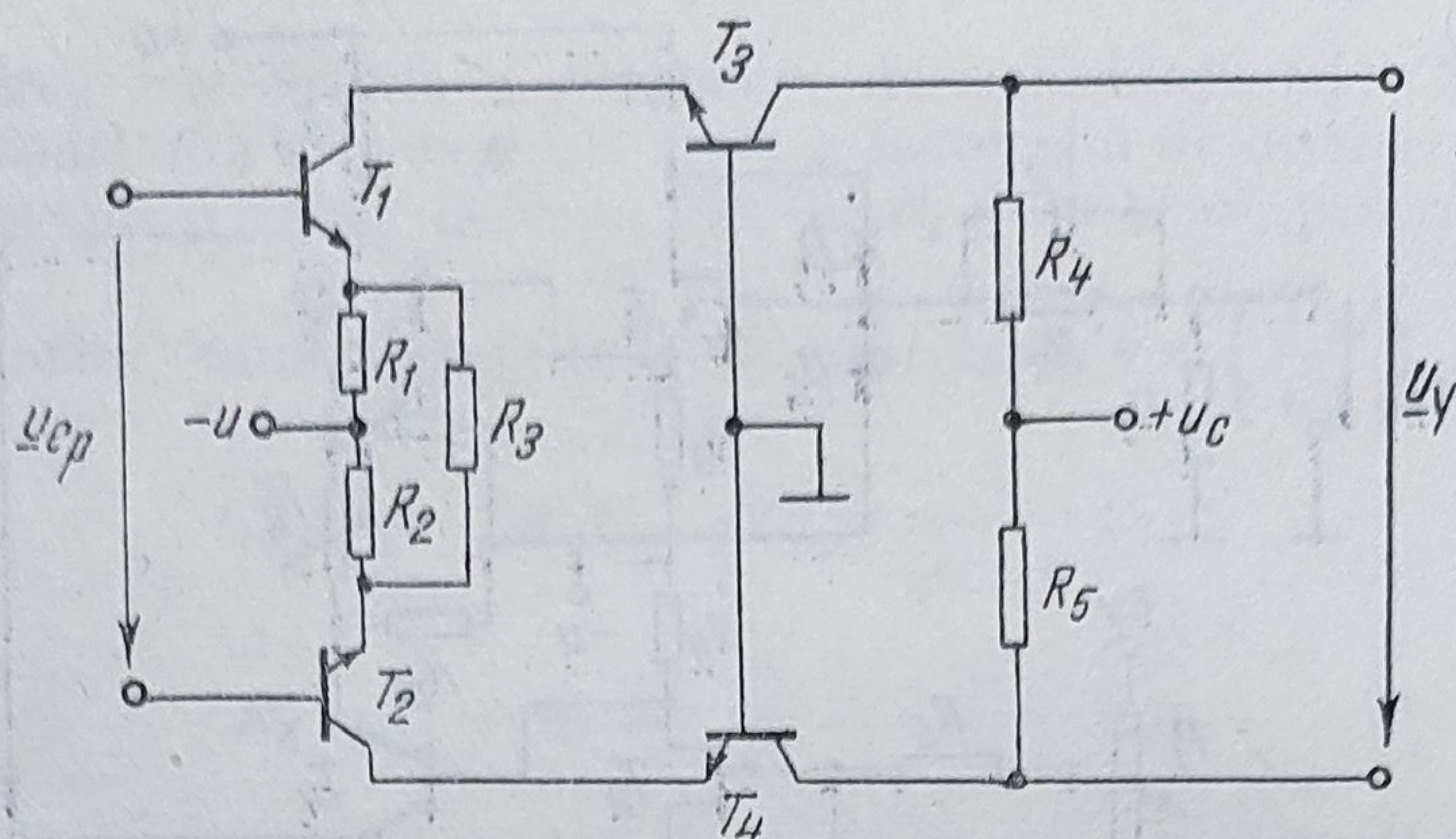


Fig. 4.11. Schema unui etaj al amplificatorului de deflexie verticală  $AD_Y$ .

Dacă sistemul de deflexie necesită aplicarea pe plăcile  $YY$  a unei tensiuni de 20 V pentru obținerea unei deviații verticale de 1 diviziune și atenuatorul are pe treapta minimă 10 mV/DIV, rezultă că amplificarea  $A_p A_d = 2000$ , aceasta fiind în general ordinul de mărime pentru câștigul pe canalul  $Y$ .

#### 4.2.6. Blocurile pentru generarea și sincronizarea bazei de timp

Conform schemei din figura 4.1, realizarea acestor funcțiuni este realizată de blocurile  $GTLV$ ,  $CP$ ,  $CR$ ,  $CSS$  pentru generarea bazei de timp și  $ASCF$ , respectiv  $CAD$ , pentru obținerea diverselor regimuri de sincronizare.

● **Generatorul de tensiune liniar variabilă  $GTLV$ .** În principiu, tensiunea liniar variabilă poate fi generată prin intermediul unor scheme cu circuite integratoare. Ideea de bază pornește de la încărcarea unei capacități  $C$  cu un curent constant  $I_0$ , a cărei ecuație este

$$U_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+t} I_0 d\tau = \frac{I_0}{C} t. \quad (4.25)$$

Practic, în cele mai multe osciloscoape,  $GTLV$  este un *integrator Miller* care, primind la intrare o tensiune periodică sub forma de undă rectangulară, furnizează la ieșire tensiunea în dinți de ferăstrău cu aceeași perioadă. Schema de principiu și diagramele de semnale la intrare și ieșire sînt reprezentate în figura 4.12.

Integratorul Miller este format dintr-un amplificator operațional  $A$ , avînd impedanță de intrare mare, mai multe circuite  $RC$  prin intermediul cărora se poate varia ușor constanta de timp de integrare, respectiv frecvența bazei de timp și o serie de diode  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  care, în raport de nivelul tensiunii de intrare  $u_i$ , asigură comutarea regimurilor de încărcare și descărcare a condensatorului de pe reacție.

Presupunînd că la momentul inițial  $t_0 = 0$  capacitatea  $C_1$  este descărcată, tensiunea la ieșire fiind  $u_e(0) = 0$  diodele  $D_1$ ,  $D_2$  sînt blocate. La intrarea inversoare a amplificatorului se aplică tensiunea continuă  $-U$  și con-



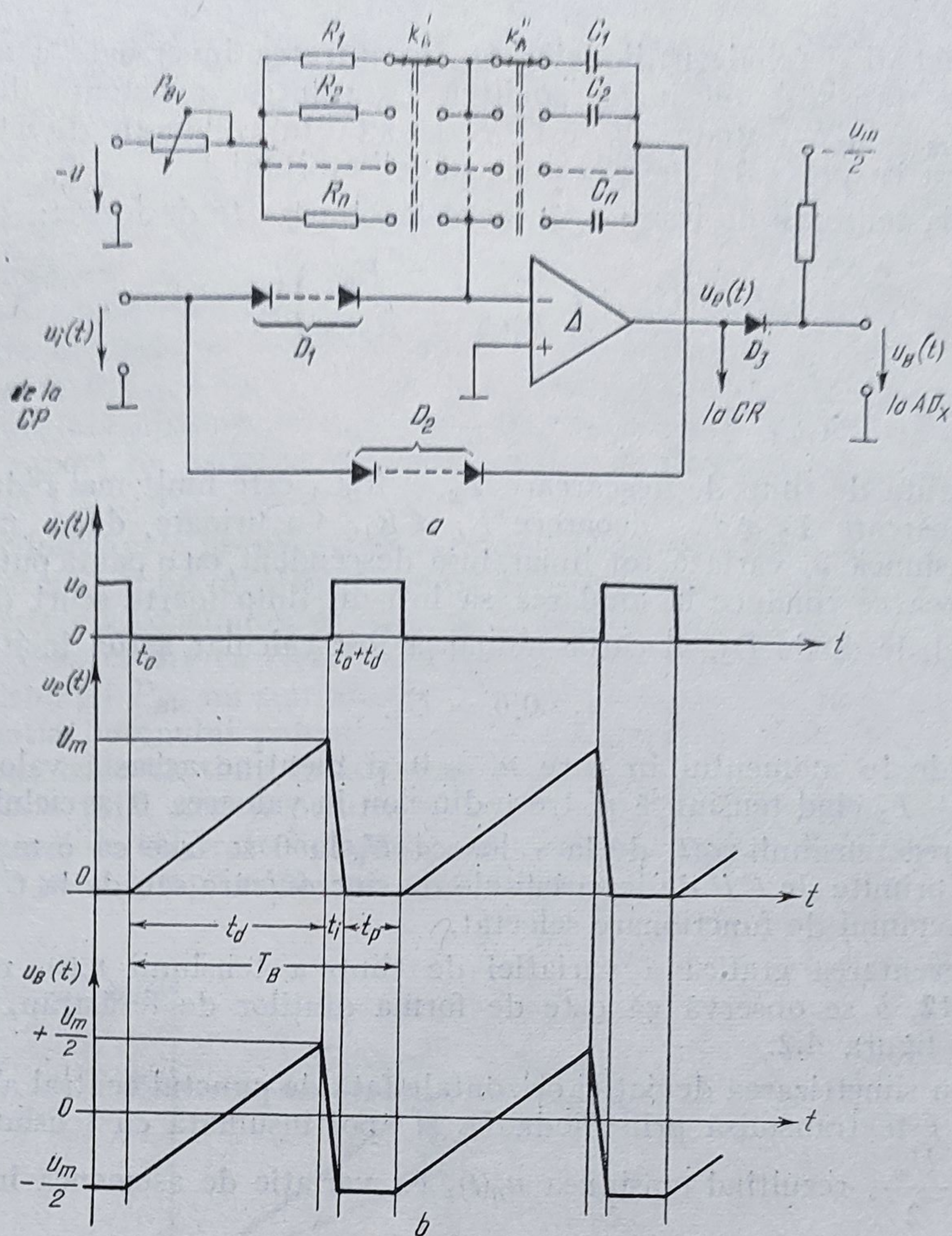


Fig. 4.12. Generarea tensiunii în dinți de ferăstrău:  
a — integratorul Miller; b — diagrama semnalelor.

densatorul  $C_1$  începe să se încarce. Admițînd că rezistența potențiometru-  
lui  $P_{BV}$  este zero, rezultă la ieșire o rampă pozitivă:

$$u_e(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_{t_0}^{t_0+t} -U dt = \frac{U}{R_1 C_1} t, \quad (4.26)$$

în care  $T_1 = R_1 C_1$  este constanta de timp a integratorului la încărcare. Creșterea liniară a tensiunii  $u$ , continuă pînă la momentul  $t_0 + t_d$  cînd tensiunea  $u_e(t_d) = U_m$ , variația  $0 \dots U_m$  corespunzînd baleierii complete a ecranului pe orizontală.

La atingerea valorii  $U_m$ , prin intermediul circuitelor  $CR$  și  $CP$ , așa cum se va arăta ulterior, tensiunea  $u_i(t)$ , sub formă de impulsuri rectan-  
gulare, trece de la valoarea  $0$  la  $U_0$ . În această situație, grupul de diode  $D_1$  se deschide, numărul lor fiind ales astfel încît

$$n_1 \cdot 0,6 < U_0 - |U|, \quad (4.27)$$

$0,6$  V fiind tensiunea de deschidere a unei diode.



Ca efect al deschiderii diodelor  $D_1$ , la intrarea inversoare a amplificatorului se transmite tensiunea pozitivă  $U_0$  printr-o rezistență de valoare redusă  $R_{D1} = n_1 R_D$ , unde  $R_D$  este rezistența în conducție directă a unei diode, ceea ce provoacă descărcarea condensatorului  $C_1$ .

Variația tensiunii de ieșire  $u_e$  în această etapă este de forma:

$$u_e(t) = U_m + \left( \frac{U}{R_1 C_1} - \frac{U_0}{R_D C_1} \right) (t - t_d), \quad (4.28)$$

în care  $U_m = \frac{U}{R_1 C_1} t_d$

Constanta de timp de descărcare  $T_2 = R_D C_1$  este mult mai redusă decât cea de încărcare  $T_2 \ll T_1$ , deoarece  $R_D \ll R_1$ . Ca urmare, după momentul  $t_0 + t_d$  tensiunea  $u_e$  variază tot liniar, însă descendent, cu o pantă puternic negativă, ceea ce conduce la anularea sa într-un timp foarte scurt ( $t_i \ll t_d$ ).

Grupul de diode  $D_2$ , al căror număr a fost calculat astfel încît:

$$n_2 \cdot 0,6 = U_0, \quad (4.29)$$

se deschide în momentul în care  $u_e = 0$  și menține această valoare pînă la  $t = t_0 + T_B$  cînd tensiunea  $u_i$  trece din nou în valoarea 0 și ciclul se reia.

Trecerea tensiunii  $u_i(t)$  de la valoarea  $U_0$  la 0 se face ca urmare a comenzilor primite de  $CP$  de la circuitele de sincronizare sau de la  $CR$ , în raport de regimul de funcționare selectat.

Reprezentarea grafică a variației de timp a tensiunii  $u_e(t)$ , redată în figura 4.12, *b* se observă că este de forma dinților de ferăstrău, similară celei din figura 4.2.

Pentru simetrizarea deviației orizontale față de punctul central al ecranului,  $u_e(t)$  este transmisă prin dioda  $D_3$  și apoi însumată cu tensiunea continuă  $-\frac{U_m}{2}$ , rezultînd tensiunea  $u_B(t)$ , cu variație de asemenea în rampă,

dar cu limitele simetrice  $\pm \frac{U_m}{2}$  față de linia de 0 V. Valorile limită sînt calculate astfel ca după amplificarea prin  $AD_X$  să asigure poziționarea spotului în extrema stîngă a ecranului pentru  $-\frac{U_m}{2}$ , respectiv în extrema dreaptă pentru  $+\frac{U_m}{2}$ .

Din schema integratorului Miller (fig. 4.12, *a*) și relațiile precedente se poate deduce expresia coeficientului de baleiaj  $C_{vX}$ . Ținînd seama de relația (4.3), este important de observat că această viteză este invers proporțională cu constanta de timp de încărcare  $T_k = R_k C_k$ :

$$v_{UB} = \frac{U_m}{t_d} = \frac{U t_d}{R_k C_k} \frac{1}{t_d} = \frac{U}{T_k}. \quad (4.30)$$

Coeficientul de baleiaj corespunzător va fi:

$$C_{vX} = \frac{1}{S_X v_{UB}} = \frac{T_k}{S_X' A_X U}. \quad (4.31)$$



Întrucît sensibilitatea  $S'_x$  a plăcilor de deflexie orizontală, câștigul  $A_x$  al amplificatorului  $AD_x$  și tensiunea  $U$  sînt constante, rezultă că obținerea diverselor valori ale coeficientului de baleiaj se face modificînd  $R_k$  și  $C_k$  cu  $K'_B$  și respectiv  $K''_B$ , care nu sînt altceva decît secțiuni (galeți) ale comutatorului  $TIMP/DIV$ . Rezistențele  $R_k$  și condensatoarele  $C_k$  sînt calculate ca împreună cu  $S'_x$ ,  $A_x$  și  $U$  să conducă la valorile înscrise pe acest comutator, obținîndu-se astfel o *gradare în timp* a axei orizontale a ecranului.

Coeficienții de baleiaj pe orizontală, similar cu cei de deflexie pe verticală, pot fi variați în 20—25 trepte cu succesiunea 1, 2, 5, 10, într-un domeniu care depinde de banda de frecvență a osciloscopului (la cele de uz general între 0,1 ... 1  $\mu$ s/div pînă la 1 ... 10 s/div). Corectarea lor, atunci cînd se constată abateri, se face cu calibratorul intern de frecvență cunoscută. În raport de precizia acestuia eroarea de calibrare a bazei de timp poate fi de 1% ... 5%.

La oscilosoapele prevăzute cu potențiometrul  $P_{BV}$  destinat reglării continue a bazei de timp, pentru  $P_{BV} \neq 0$  rezistența sa se inseriază cu  $R_k$  rezultînd o creștere a constantei de timp de integrare, care devine  $T'_k = (P_{BV} + R_k) C_k$ , ceea ce are ca efect reducerea vitezei bazei de timp. Întrucît valorile rezistenței  $P_{BV}$  nu sînt afișate (ele pot fi apreciate numai aproximativ după poziția butonului potențiometrului), regimul în care  $P_{BV} \neq 0$  corespunde unei baze de timp necalibrate, reprezentată punctat în figura 4.13. Aceasta este utilă numai pentru o analiză calitativă a semnalului, atunci cînd pe pozițiile calibrate adiacente ale comutatorului  $TIMP/DIV$  imaginea apare prea comprimată sau prea dilatată.

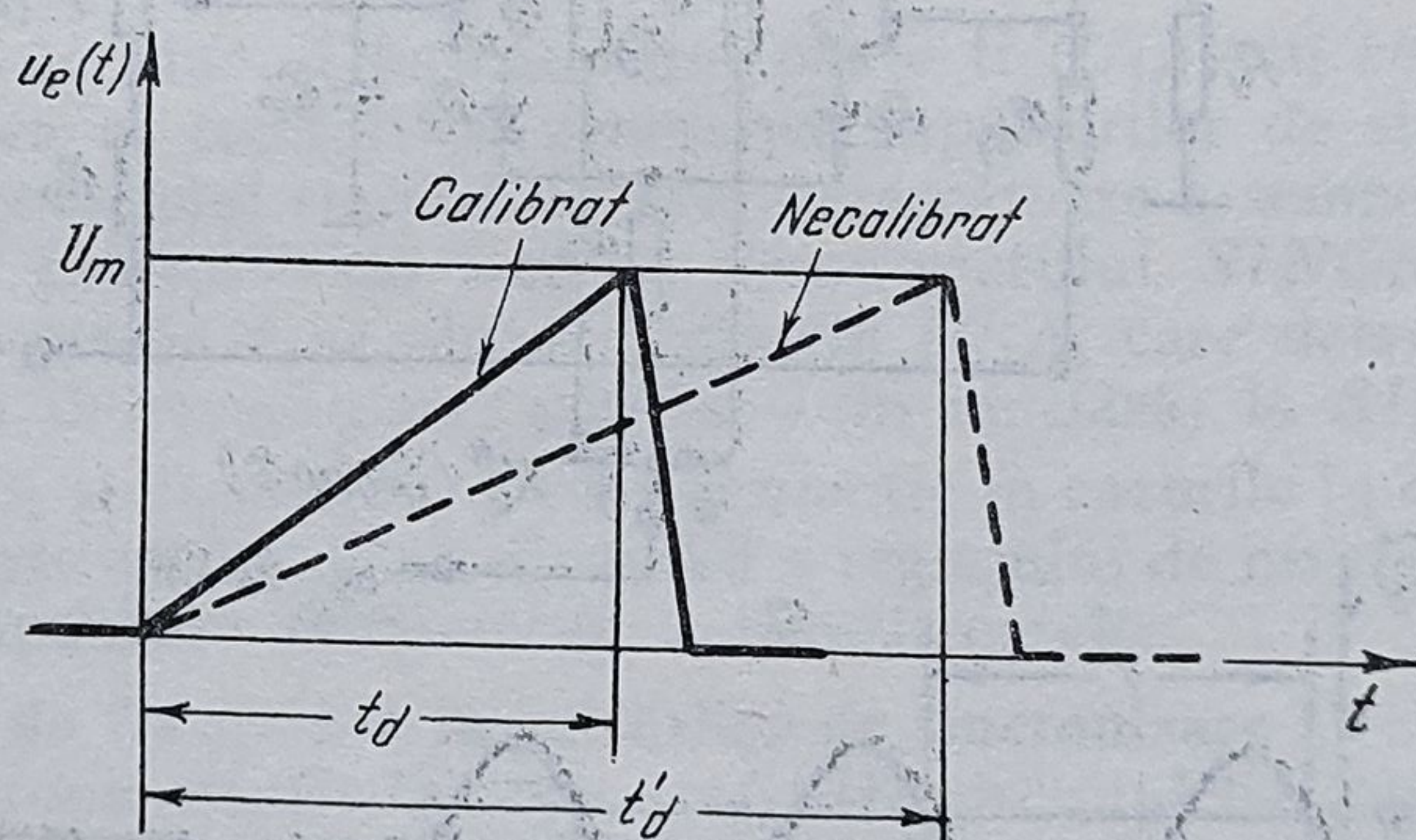


Fig. 4.13. Funcționarea bazei de timp în regim calibrat și necalibrat.

Anumite tipuri de oscilosoape dispun de posibilitatea reducerii valorii  $U_m$  prin reglajul denumit *LUNGIME*. Se obține astfel o micșorare a baleierii orizontale, spotul revenind pe poziția din stînga, înainte de a atinge poziția extremă din dreapta.

● **Circuitele de sincronizare și de comandă a GTLV.** În scopul obținerii unei imagini stabile a semnalului de vizualizat este necesar ca generarea bazei de timp să se facă în strînsă corelație cu acest semnal, operație denumită *sincronizare*.

Se va considera mai întîi regimul prin care se obține *baza de timp declanșată cu sincronizare internă*. Cu referire la schema funcțională din figura 4.1, acest regim se realizează de către circuitele  $AS$ ,  $CF$ ,  $CP$  și  $CR$ , comutatorul  $K_2$  fiind pe poziția *a*.



Blocurile *AS* și *CF* servesc pentru formarea impulsurilor de sincronizare care comandă pornirea *GTLV* la un anumit punct prestabilit de pe curba de variație a tensiunii  $u_y(t)$ . Pe această cale se asigură repetarea declanșării bazei de timp la intervale egale cu o perioadă sau cu multipli ai perioadei acestei tensiuni.

**Amplificatorul de sincronizare AS.** Semnalul  $\tilde{u}_y(t)$  aplicat la intrarea *AS* este preluat dintr-un anumit punct al amplificatorului de deflexie verticală  $AD_Y$  și în consecință condițiile care se impun pentru *AS* depind în mare măsură de structura  $AD_Y$ . În general, este de dorit ca prin schimbarea poziției imaginii pe verticală (reglajul *POZ Y*) să nu apară desincronizări. Amplificarea se alege ținând seama de amplitudinea semnalului la priza de sincronizare, astfel încât *CF* să funcționeze corect în întreaga gamă de reglaj al nivelului de declanșare. Banda de frecvență trebuie să fie cel puțin egală sau chiar mai mare decât pentru  $AD_Y$ .

Amplificatorul de sincronizare conține în ieșire un etaj diferențial, care permite culegerea la ieșire fie a unui semnal în fază, fie a unui în opoziție de fază cu cel din intrare și avînd suprapusă o componentă continuă. În figura 4.14 este redată schema simplificată a unui astfel de amplificator și diagrama de semnale.

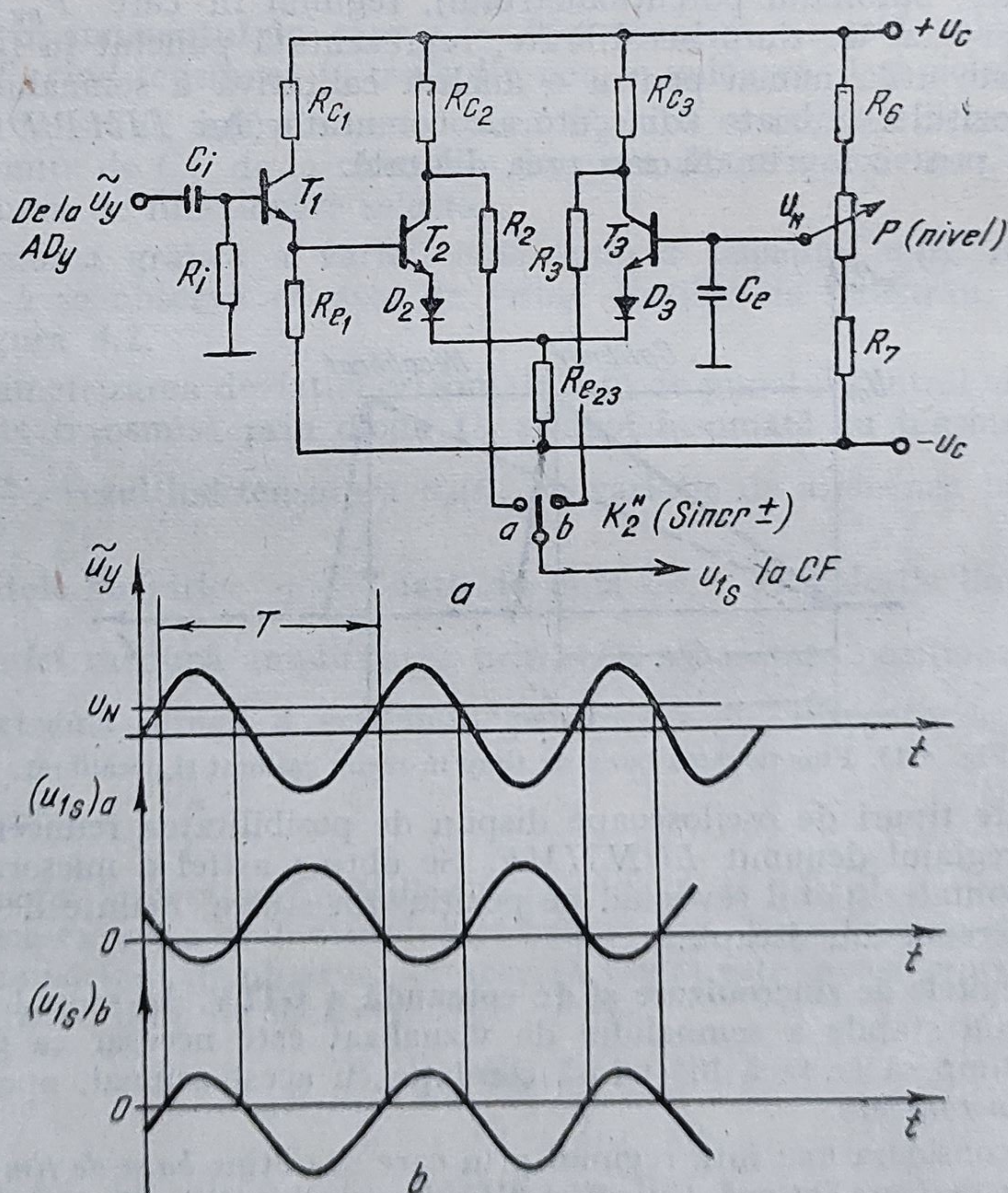


Fig. 4.14. Amplificatorul de sincronizare:  
a — schema electronică; b — diagrama de semnale.



Etajul de intrare (simplificat) constând din tranzistorul  $T_1$  are în principal rolul de adaptare de impedanță, problema amplificării nefiind deosebit de importantă întrucît semnalul  $\tilde{u}_Y(t)$  este preluat după ce  $u_Y(t)$  a fost amplificat prin  $PA_Y$  și  $AD_Y$ .

Etajul diferențial, alcătuit din tranzistoarele  $T_2$  și  $T_3$  cuplați în emitor, primește pe baza lui  $T_2$  semnalul de sincronizare  $\tilde{u}_Y$  și pe baza lui  $T_3$  o tensiune continuă  $U_N$ , care poate fi variată cu potențiometrul  $P$ .

Presupunînd, așa cum s-a reprezentat în figura 4.14,  $b$  că  $\tilde{u}_Y$  are o variație sinusoidală, semnalele de ieșire culese din colectoarele tranzistoarelor  $T_2$  și  $T_3$  au aceeași formă de variație, dar sînt în antifază și decalate în sensuri opuse față de linia de zero a sinusoidei cu același nivel  $U_N$ , fixat prin cursorul potențiometrului  $P$  (se admite pentru simplitate amplificare unitară). În acest mod, nivelul celor două semnale poate fi deplasat către valori pozitive sau negative pe o plajă simetrică, dependentă de excursia pe care o permite  $P$  în raport cu  $R_6 = R_7$ .

Potențiometrul  $P_N$  reprezintă dispozitivul de reglaj denumit *NIVEL* în schema funcțională, întrucît prin intermediul său se stabilește declanșarea bazei de timp la momente corespunzătoare anumitor nivele ale tensiunii  $u_Y(t)$ . Pentru ca baza de timp să poată fi declanșată în orice punct al curbei  $u_Y(t)$  este necesar ca  $|U_{N\max}| = \tilde{U}_{Ym}$ .

Etajul diferențial format din  $T_2$  și  $T_3$  poartă și denumirea de *comparator de nivel*, justificată prin aceea că el asigură deplasarea nivelului semnalului de sincronizare la care se dorește declanșarea bazei de timp, la valoarea de basculare a circuitului formator  $CF$ .

Semnalul de atac al formatorului poate fi  $(U_{1s})_a$  cu comutatorul  $K_1$  pe poziția  $a$ , ceea ce conduce la generarea impulsurilor de sincronizare atunci cînd se atinge nivelul stabilit pe panta crescătoare a semnalului  $u_Y(t)$ , corespunzător cu poziția  $+$  (în fază) a comutatorului  $SINCR \pm$ . Cu comutatorul  $K_1$  pe poziția  $b$  se obține semnalul  $(U_{1s})_b$  care determină sincronizarea pe panta descrescătoare, poziția  $-$  (în antifază) la  $SINCR \pm$ .

Diodele  $D_2$  și  $D_3$  servesc pentru protecție în cazurile în care amplitudinea semnalului aplicat sau gama dinamică a reglajului de nivel pot depăși tensiunea de străpungere bază-emitor a tranzistoarelor.

**Circuitul de formare a impulsurilor de sincronizare CF.** Cel mai frecvent montaj electronic folosit în acest scop este circuitul basculant Schmitt (trigger Schmitt). În figura 4.15 sînt reprezentate: schema acestui circuit avînd conectat în ieșire un etaj de derivare, caracteristica de basculare și diagramele de semnale.

Circuitul basculant Schmitt are două stări stabile: într-una din ele  $T_1$  este blocat și  $T_2$  conduce, în cealaltă regimurile celor două tranzistoare se inversează. Trecerea de la o stare la alta se face prin salt de fiecare dată cînd tensiunea de comandă  $U_{1s}$  atinge nivele de prag  $U_F'$  sau  $U_F''$ . Dacă, de exemplu, în starea inițială  $T_1$  este blocat, iar  $T_2$  conduce, la  $U_{1s}(t) \geq U_F'$ ,  $T_1$  începe să conducă, tensiunea în colectorul său și deci pe baza lui  $T_2$  începe să scadă și prin reacția pozitivă realizată pe  $R_6$  apare un proces cumulativ care se încheie cu blocarea lui  $T_2$ .

Această stare se menține atîta timp cît  $U_{1s}(t) > U_F'$ , pentru revenirea în stare inițială fiind necesar să se îndeplinească condiția  $U_{1s}(t) \leq U_F''$ . Tensiunile  $U_F'$  și  $U_F''$  care reprezintă nivelele de basculare la variații în



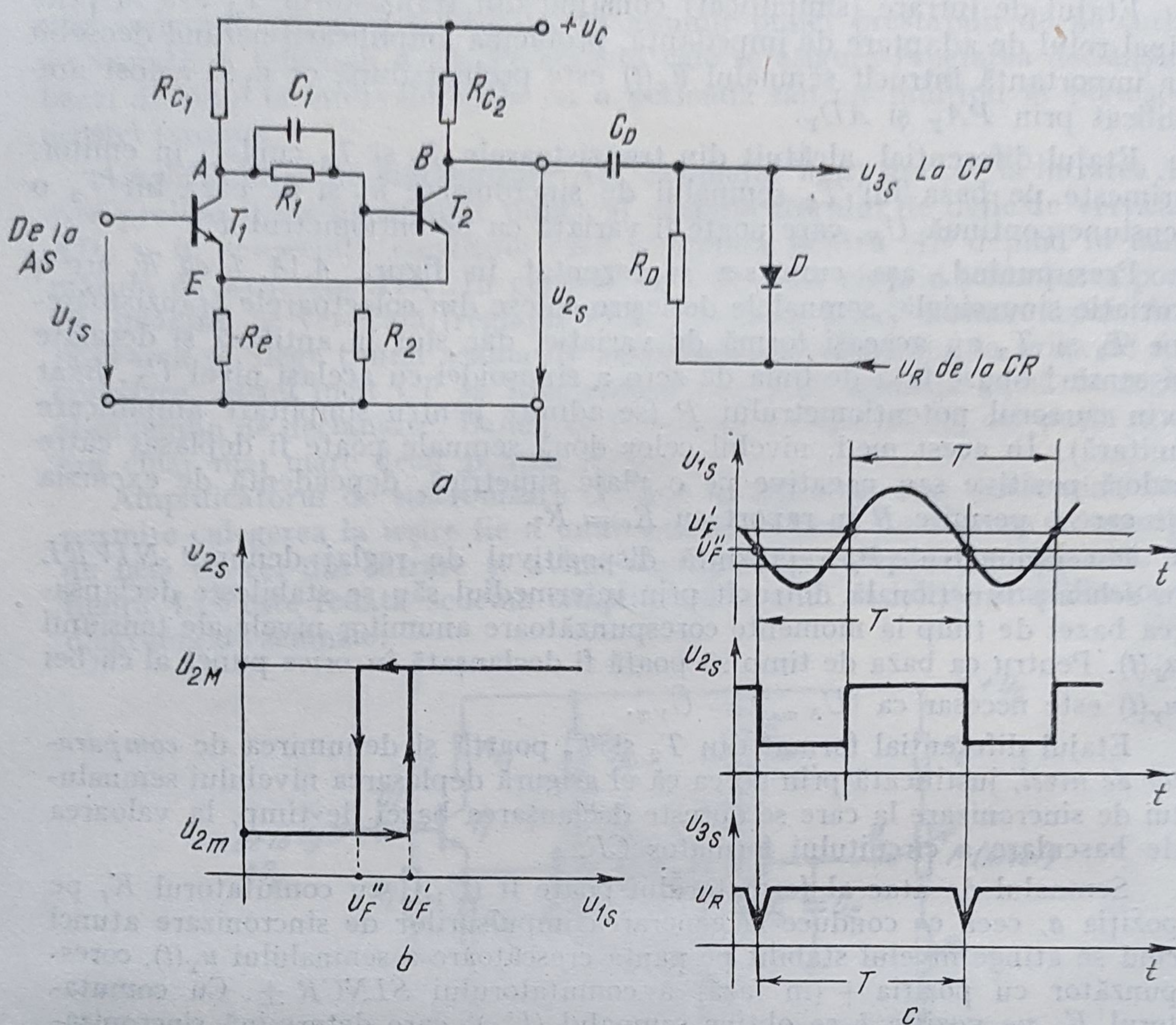


Fig. 4.15. Circuitul formator (trigger Schmitt).

sens crescător, respectiv descrescător, sînt diferite. Valorile lor aproximative sînt:

$$U'_F \cong \frac{R_e}{R_{C2} + R_e} U_C, \quad U''_F \cong \frac{R_e}{R_{C1} + R_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} U_C, \quad (4.32)$$

în condițiile uzuale în care  $R_1$  și  $R_2$  sînt mult mai mari decît  $R_{C1}$ ,  $R_{C2}$  și  $R_e$ . Nivelul  $U'_F$  se mai numește *prag de basculare*, iar  $U''_F$  *prag de relaxare*.

Rezultă astfel caracteristica de basculare tip releu cu histerezis din figura 4.15, b, lățimea zonei de histerezis  $U_H = U'_F - U''_F$  depinzînd de  $R_{C1}$ ,  $R_{C2}$  și de raportul  $R_2/R_1$  (la un calcul exact intervine și factorul de amplificare în curent  $\beta$  al tranzistoarelor).

În cadrul circuitului formator, triggerul Schmitt are rolul de a se obține impulsuri rectangulare cu fronturi foarte bune, care să marcheze cît mai precis perioada semnalului de vizualizat. Histerezisul nu interesează în mod deosebit, întrucît impulsurile de declanșare se iau pentru același front; se caută totuși ca  $U_H$  să fie relativ redus pentru ca nivelele de declanșare pe pantă crescătoare sau descrescătoare să nu difere prea mult.



Circuitul derivativ  $C_D, R_D$  produce derivarea semnalului  $U_{2s}$ , ceea ce are ca efect generarea de impulsuri ascuțite în momentele corespunzătoare fronturilor lui  $U_{2s}$ . Impulsurile pozitive sînt eliminate prin dioda de separare  $D$ , la ieșire fiind transmise numai cele negative. Aceste impulsuri se suprapun peste tensiunea  $U_R$  pe care o furnizează circuitul de reținere. Presupunînd că  $U_R$  este o tensiune continuă pozitivă, diagrama de semnale care ilustrează funcționarea  $CF$  este trasată în figura 4.15,  $c$ .

**Circuitul poartă CP și circuitul de reținere CR.** Potrivit cerințelor de funcționare ale  $GTLV$ , circuitul poartă trebuie să asigure la intrarea acestuia semnalul  $u_i(t)$  (fig. 4.12,  $b$ ) sub forma de impulsuri rectangulare. Conform celor arătate, se poate folosi în acest scop tot un circuit basculant Schmitt, comandat de către impulsurile de sincronizare pentru declanșarea  $GTLV$  ( $u_i = 0$ ) și de către  $U_R$ , variabil prin reacție, pentru oprirea acestuia ( $u_i = U_0$ ).

În vederea realizării acestor funcțiuni, triggerul Schmitt din componenta  $CP$  este dimensionat ca să prezinte un histerezis important. Nivelul pentru pragul de relaxare  $U_P''$  se alege astfel încît tensiunea  $U_R$ , generată de  $CR$  în intervalul de pauză al bazei de timp și în absența impulsurilor de sincronizare, să situeze  $U_{3s}$  puțin deasupra sa, dar sub pragul de basculare  $U_P'$ .

În situația corespunzătoare stării de repaos a bazei de timp, circuitul Schmitt este blocat, semnalul de ieșire din  $CP$  fiind  $(U_{Pe})_{max}$ . Acest semnal menține un comutator electronic  $K_{P1}$  pe poziția în care la intrarea  $GTLV$  se aplică  $u_i = U_0$ .

În același timp  $(U_{Pe})_{max}$  comandă prin  $CSS$ , care are o structură similară cu  $K_{P1}$ , o translație de potențial pe grila  $G$  a tubului catodic către o valoare puternic negativă, blocînd fasciculul de electroni și ținînd astfel spotul stins.

Apariția unui impuls de sincronizare negativ determină coborîrea intrării  $U_{3s}$  sub pragul de relaxare  $U_P''$ , ceea ce are ca efect bascularea circuitului Schmitt în starea de conducție, ieșirea  $CP$  devenind  $(U_{Pe})_{min}$ . Ca urmare,  $K_{P1}$  comută intrarea  $GTLV$  la masă,  $u_i = 0$  și începe generarea bazei de timp. Totodată, acest semnal comandă aprinderea spotului de către  $CSS$ , care readuce potențialul grilei la nivelul corespunzător intensității reglate prin potențiometrul *LUMINOZITATE*.

Tensiunea liniar variabilă  $u_e(t)$  de la ieșirea integratorului Miller (fig. 4.13) se transmite la intrarea circuitului de reținere, care este un repetor pe emitor avînd schema din figura 4.16.

Comutatorul  $K'_{2c}$  reprezintă secțiunea  $c$  a comutatorului de alegere a regimurilor bazei de timp din schema funcțională. Pentru regimul *bază de timp declanșată*  $K'_{2c}$  este închis, în consecință  $D_2$  este blocată și potențialul bazei tranzistorului  $T$ , în absența semnalului  $u_e(t)$ , este fixat de divizorul format din  $R_3$  și  $(R_4 + P_s)$ , astfel încît să se obțină la ieșirea  $CR$  tensiunea  $U_R$ , satisfăcînd cerințele menționate:  $U_P'' < U_R < U_P'$ .

Prin aplicarea tensiunii  $u_e(t)$ , semnalul  $U_R$  începe să crească și la fel  $U_{3s}$  pînă cînd ajunge la nivelul de basculare  $U_P'$  provocînd trecerea circuitului Schmitt în stare blocată. Simultan  $U_R$  încarcă unul din condensatoarele de reținere  $C_{Rk}$  selectat cu  $K''_B$  în concordanță cu constanta de timp  $T_K$  a  $GTLV$  (face parte din comutatorul de baleiaj  $K'_B, K''_B$ ).

La trecerea circuitului Schmitt în stare blocată, rezultă la ieșirea  $CP$  semnalul  $(U_{Pe})_{max}$  care stinge spotul și comandă prin  $K_{P1}$  aplicarea tensiunii  $u_i = U_0$  la intrarea  $GTLV$ , reducînd rapid pe  $u_e(t)$  la zero.

Tensiunile  $U_R$  și  $U_{3s}$  scad de asemenea odată cu  $u_e(t)$ , dar scăderea lor este mai lentă datorită condensatorului de reținere  $C_{Rk}$  a cărui descărcare pe rezis-



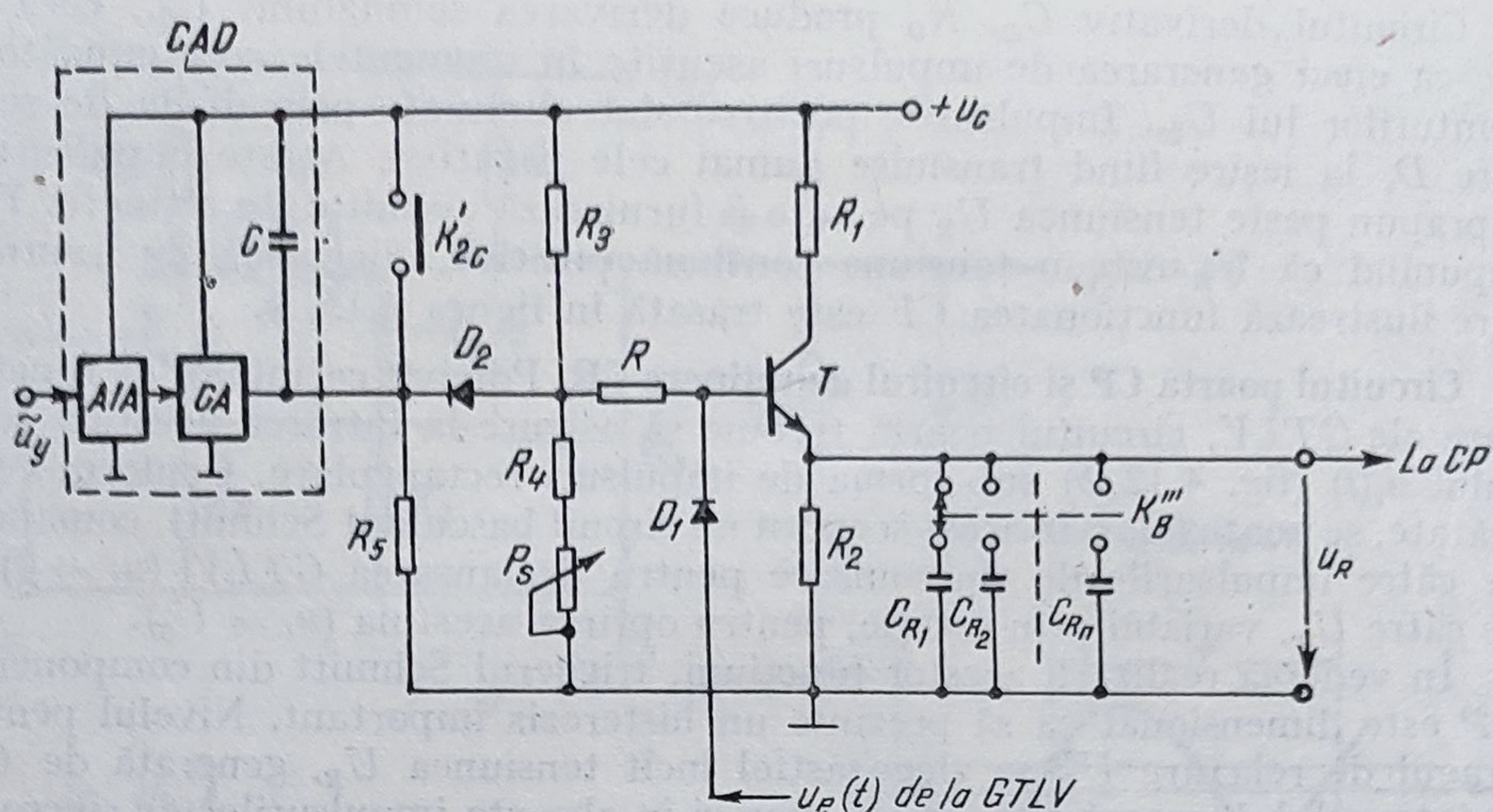


Fig. 4.16. Schema circuitului de reținere CR și a circuitului de autodeclanșare CAD.

tența  $R_2$ , pînă la nivelul fixat de  $R_3$ ,  $R_4$  și  $P_s$ , durează un interval de timp mai mare decît  $t_i$ . Se revine astfel la starea inițială, pentru reluarea ciclului fiind necesar un nou impuls de sincronizare. Se menționează că în cazul unei frecvențe mai mari a semnalului de vizualizat decît aceea a bazei de timp pot apărea într-un ciclu mai multe impulsuri de sincronizare, însă ele nu au nici un efect atît timp cît circuitul Schmitt se află în conducție și pînă cînd  $U_R$  nu a revenit în apropierea pragului de relaxare  $U_P$ .

Funcționarea descrisă este ilustrată de diagrama de semnale din figura 4.17, a.

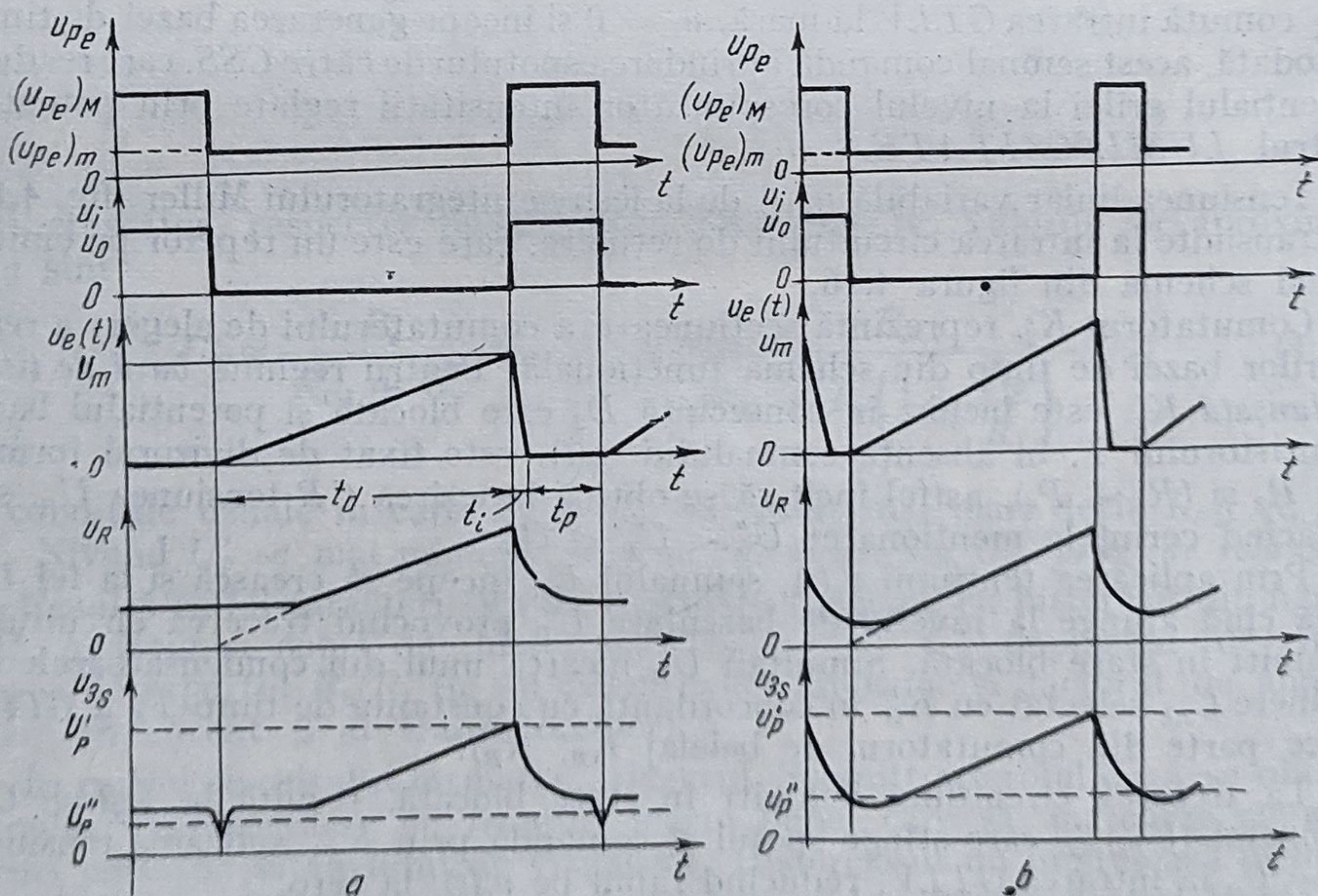


Fig. 4.17. Diagrama de semnale pentru CP și CR:

a—în regim de bază de timp declanșată; b—în regim de bază de timp automată (autodeclanșată).



Potențiometrul  $P_s$  corespunde dispozitivului de reglaj notat  $STAB$  pe schema funcțională din figura 4.1 și el servește pentru fixarea potențialului pe baza tranzistorului  $T$  din structura  $CR$ , corespunzător valoarea optimă a tensiunii  $U_R$  necesară funcționării corecte a bazei de timp (concretizată prin asigurarea unei bune stabilități a imaginii pe ecran).

Un regim similar de funcționare apare și în cazul *bazei de timp declanșată cu sincronizare externă*. Pentru aceasta, comutatorul de sincronizare se trece pe poziția  $b$  și astfel se taie legătura de la  $AD_Y$ , la intrarea  $AS$  aplicându-se semnalul extern în raport cu care se dorește sincronizarea bazei de timp. Semnalul extern de sincronizare trebuie să aibă o amplitudine comparabilă cu  $\tilde{u}_Y$  (de exemplu, pentru  $E 0102$ , valoarea minimă necesară este de 2 V vîrf la vîrf). Impedanța de intrare la borna  $SINCR$ ,  $EXT$  este  $100\text{ k}\Omega \parallel 25\text{ pF}$ .

● **Circuitul de autodeclanșare a bazei de timp CAD.** Acest circuit permite afișarea liniei de zero în absența semnalului de sincronizare și funcționarea bazei de timp în regim declanșat în prezența unui asemenea semnal intern sau extern. El constă dintr-un etaj de amplificare și adaptare de impedanță  $AIA$ , care primește la intrare semnalul de sincronizare și comandă un circuit astabil  $CA$  pe care îl forțează să genereze un semnal de forma unei unde rectangulare cu aceeași frecvență.

Astabilul  $CA$  este de tipul multivibrator comandat, cu blocarea oscilațiilor [49], [50].

Elementele constitutive ale  $CAD$  și modul lor de conectare la  $CR$  sînt schițate principal în schema din figura 4.16.

În lipsa semnalului de sincronizare, astabilul este blocat și are ieșirea la nivelul inferior (apropiat de masă). Pentru obținerea regimului *bază de timp autodeclanșată* se manevrează comutatorul  $K_2$  pe poziția  $AUTO$ , provocînd deschiderea contactului  $K'_2$ . Din figura 4.16 se observă că  $D_2$  se deblochează și potențialul pe baza tranzistorului  $T$  scade, întrucît este fixat de divizorul format din  $R_3$  și  $(P_s + R_4) \parallel R_5$ . Tensiunea de ieșire  $U_R$  și deci  $U_{3s}$ , în intervalul de pauză al bazei de timp, se vor situa sub pragul de relaxare  $U_{3s} = U_R < U'_p$ , provocînd bascularea triggerului Schmitt din starea blocată în conducție și prin aceasta pornirea  $GTLV$  fără a mai fi necesare impulsurile de sincronizare. Revenirea în starea de blocare a  $CP$  are loc, la fel ca la regimul cu baza de timp declanșată, în momentul cînd  $u_e(t) = U_m$  și  $U_{3s} = U'_p$ . Se obține astfel regimul denumit *bază de timp automată sau relaxată*, în care se asigură funcționarea ciclică continuă a  $GTLV$  de către  $CP$  și  $CR$ , fără a implica intervenția unui semnal extern. Diagrama de semnale corespunzătoare acestui regim este cea din figura 4.17,  $b$ . Imaginea pe ecran este o linie orizontală care marchează nivelul  $u_Y = 0$  și care poate fi deplasată pe verticală după necesitate prin reglajul  $POZ Y$ .

La aplicarea unei tensiuni sinusoidale  $u_Y(t)$  la intrarea canalului de deflexie verticală,  $K_2$  avînd închis contactul pe poziția  $a$ , semnalul de sincronizare  $\tilde{u}_Y(t)$  se transmite atît la intrarea  $AS$ , cît și la  $CAD$ . În această situație, astabilul  $CA$  începe să oscileze pe frecvența tensiunii  $u_Y(t)$  determinînd la ieșire, din cauza capacității  $C$  conectată la  $+U_c$  (fig. 4.17), un nivel variabil, dar care blochează dioda  $D_2$ , deși contactul  $K'_2$  rămîne deschis. Drept urmare, potențialul pe baza tranzistorului  $T$  crește la valoarea menționată pentru baza de timp declanșată și  $U_{2s} = U_R$  pe intervalul de pauză se situează deasupra pragului



de relaxare  $U''_p$ . Pornirea  $GTLV$  se face numai la apariția impulsurilor negative de sincronizare, rezultând regimul *bază de timp automată cu sincronizare internă*.

Acest regim este asemănător cu cel corespunzător bazei de timp declanșată, reglajele  $+$ ,  $-$ ,  $NIVEL$  acționează la fel, singura deosebire constând în aceea că pe modul *bază de timp automată* se poate vizualiza linia de zero în absența semnalului de intrare și se tece *automat* pe regim de declanșare la aplicarea acestuia.

Prin poziționarea comutatorului de sincronizare  $K'_2$  astfel încât contactul  $b$  să fie închis și  $a$  deschis, se obține regimul *bază de timp automată cu sincronizare externă*, în condițiile în care sînt aplicate semnale atît la intrarea  $u_y(t)$ , cît și la  $SYNCR EXT$ . Funcționarea este aceeași ca la sincronizarea internă, numai că impulsurile de sincronizare sînt formate în raport de semnalul extern. Dacă  $u_y(t)$  este întrerupt, atunci se trece automat pe regimul relaxat.

Declanșarea bazei de timp în regim de sincronizare cu un semnal extern se folosește la vizualizarea unor semnale complexe, cum sînt de exemplu cele modulate în amplitudine, care nu pot asigura o condiție stabilă de basculare a circuitului de formare.

Pentru a oferi o privire de ansamblu asupra circuitelor care concură la generarea și sincronizarea bazei de timp, în figura 4.18 este prezentată o schemă funcțională (mai detaliată decît cea din figura 4.1) și în figura 4.19 o diagramă completă de semnale pentru modul declanșat cu sincronizare internă, inclusiv forma imaginii pe ecran.

Cunoscînd coeficienții de deviație  $C_Y$  și  $C_{vX}$ , din analiza imaginii de pe ecran se poate scrie expresia tensiunii aplicate la intrare  $u_y(t)$ .

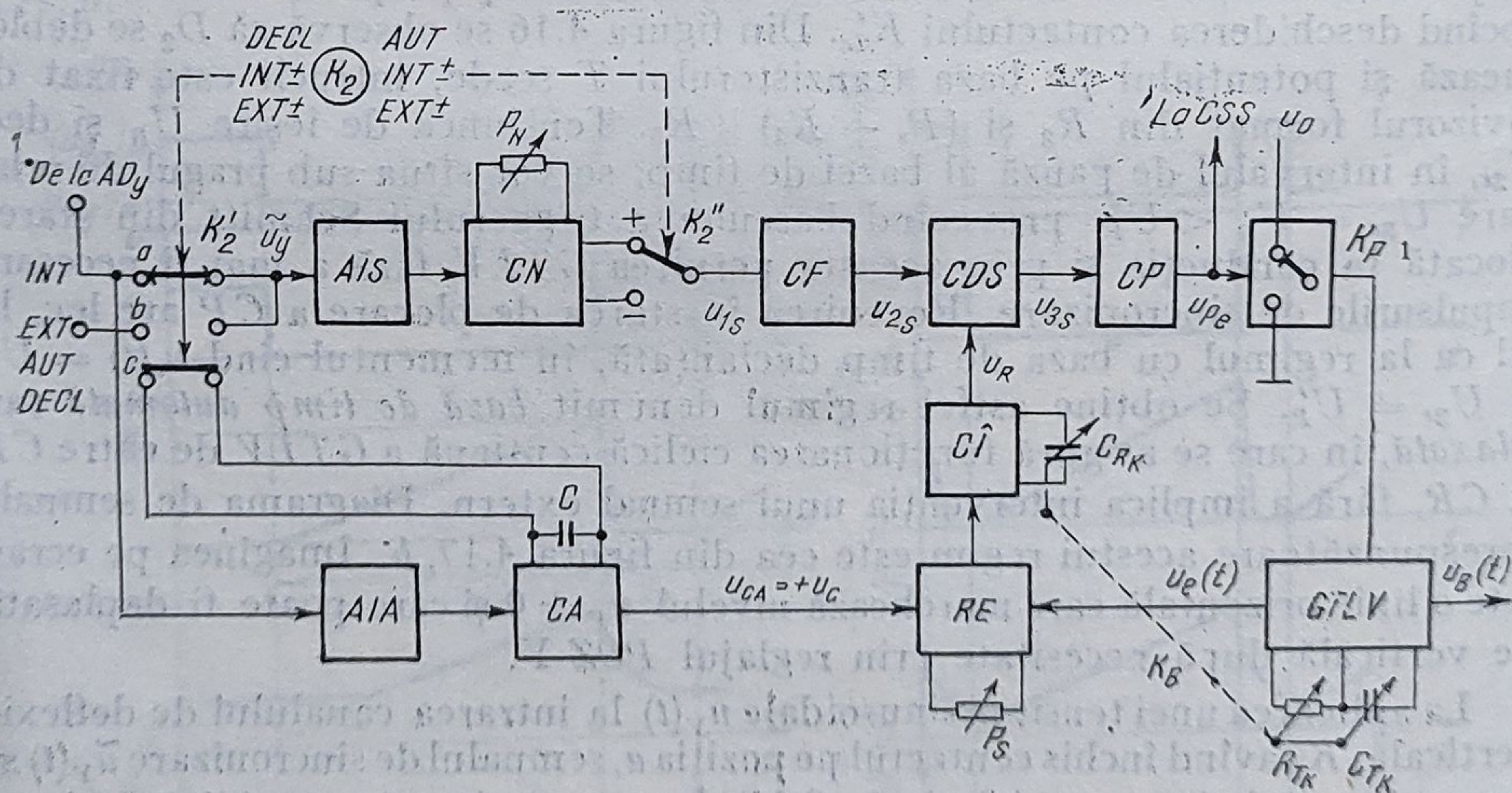


Fig. 4.18. Schema funcțională detaliată pentru generarea și sincronizarea bazei de timp:

AIS — etaj de intrare al AS; CN — comparator de nivel; CF — circuit basculant formator (fără histerezis); CDS — circuit de derivare și separare a impulsurilor de sincronizare; CP — circuit basculant poartă; GTLV — integrator Miller; RE — repetor pe emitor; CI — circuit de întârziere; AIA — etaj de intrare al CAD; CA — circuit astabil comandat;  $K'_2$  — comutator pentru alegerea regimului și modulului de sincronizare a bazei de timp;  $K_{p1}$  — comutator pentru pornirea și oprirea GTLV;  $K_B$  — comutator pentru fixarea coeficientului de baleiaj și a timpului de reținere.



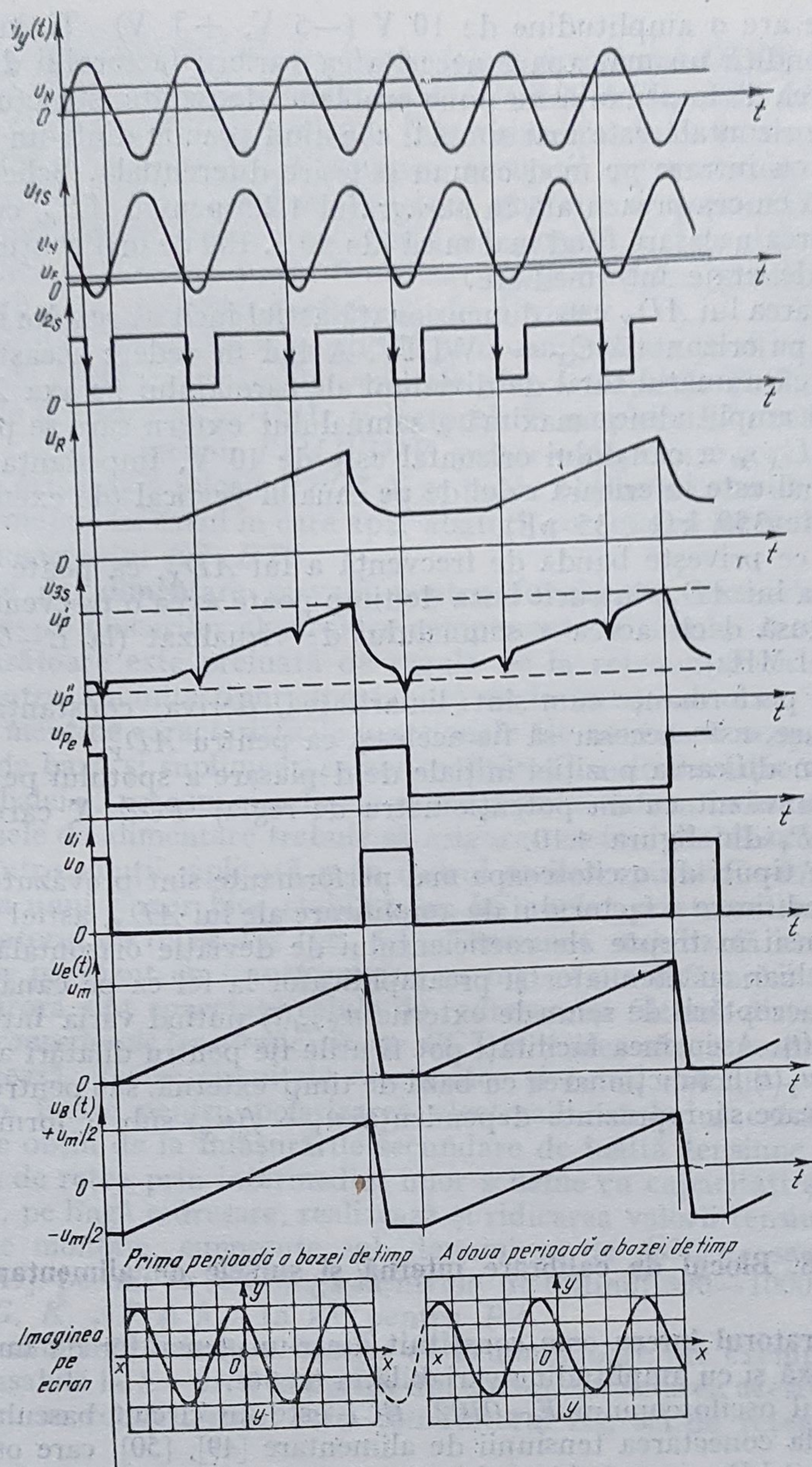


Fig. 4.19. Diagrama completă de semnale pentru formarea imaginii cu baza de timp în regim declanșat.

#### 4.2.7. Amplificatorul de pe canalul de deflexie orizontală

Spre deosebire de canalul de deflexie verticală, prevăzut cu dispozitive care permit acceptarea de semnale cu amplitudini variind într-un domeniu larg, canalul de deflexie orizontală este conceput să funcționeze, cel puțin pentru osciloscopul analizat E 0102, cu baza de timp internă furnizată de



*GTLV*, care are o amplitudine de 10 V (−5 V, +5 V). Ținând seama că în aceste condiții nu mai apare necesitatea varierii factorului de transfer și nici adaptarea de impedanță nu pune probleme deosebite, structura canalului de deflexie orizontală este mai simplă, constând practic dintr-un amplificator de deflexie cu intrare pe mod comun și ieșire diferențială. Schema lui  $AD_x$  este similară cu cea prezentată în paragraful 4.2.5 pentru  $AD_y$ , cu observația că amplificarea necesară fiind mai mică (de 50 ... 100 de ori) conține un număr mai redus de etaje intermediare.

Amplificarea lui  $AD_x$  este dimensionată astfel încât să rezulte un coeficient de deviație pe orizontală  $C_x = 1 \text{ V/DIV}$ . Avînd în vedere această valoare și ținînd cont că numărul total de diviziuni ale caroiului pe axa  $XX$  este 10, înseamnă că amplitudinea maximă a semnalului extern care se poate aplica la intrarea  $U_{x \text{ ext}}$  a canalului orizontal este de 10 V. Impedanța de intrare pe acest canal este inferioară celei de pe canalul vertical (de exemplu pentru *E-0102* este  $350 \text{ k}\Omega \parallel 35 \text{ pF}$ ).

În ceea ce privește banda de frecvență a lui  $AD_x$ , ea poate fi mai mică decît aceea a lui  $AD_y$ , întrucît baza de timp poate avea o frecvență de cîteva ori mai redusă decît aceea a semnalului de vizualizat (la *E-0102* pentru  $AD_x$ ,  $f_B = 1 \text{ MHz}$ ).

Celelalte performanțe cum sînt: liniaritatea, deriva, constanța factorului de amplificare, este necesar să fie aceleași ca pentru  $AD_y$ .

Pentru modificarea poziției inițiale de deplasare a spotului pe orizontală,  $AD_x$  este prevăzut cu un potențiometrul de reglaj *POZ X* care operează similar cu  $P_1$  din figura 4.10.

Anumite tipuri de osciloscoape mai performante sînt prevăzute cu dispozitive de modificare a factorului de amplificare ale lui  $AD_x$ , astfel încît se pot obține extensii în trepte ale coeficientului de deviație orizontală ( $\times 2$ ,  $\times 5$ ,  $\times 10$ ), sau chiar cu atenuator și preamplificator la fel ca pe canalul vertical în vederea acceptării de semnale externe  $u_{x \text{ ext}}(t)$  putînd varia într-o aceeași gamă ca  $u_y(t)$ . Asemenea facilități pot fi utile fie pentru dilatări ale imaginii semnalului  $u_y(t)$  la funcționarea cu bază de timp externă, sau pentru formarea de imagini care să reprezinte dependența  $u_y = f(u_x)$  sub o formă ușor de analizat.

#### 4.2.8. Blocul de calibrare internă și sursele de alimentare

● **Calibratorul intern** este constituit dintr-un generator de impulsuri cu frecvență fixă și cu amplitudine variabilă în trepte.

În cadrul osciloscopului *E-0102*, *BCI* este un circuit basculant astabil cu pornire la conectarea tensiunii de alimentare [49], [50], care oscilează pe frecvența de 1 kHz, generînd impulsuri rectangulare cu factorul de umplere 1/2. Printr-un divizor de tensiune se transmit la două borne de ieșire semnale cu amplitudini de 80 mV și 800 mV față de masă. Eroarea intrinsecă a parametrilor impulsurilor de calibrare este pentru amplitudine de 0,5% la 80 mV și 2,5% la 800 mV, iar pentru frecvență este de 5%.

Pentru verificarea și etalonarea coeficienților de deviație verticală, fixînd comutatoarele  $K_1$  pe poziția *b* (c.a.),  $V/DIV$  pe poziția 20 mV și  $TIMP/DIV$  pe poziția 5 ms, se aplică la intrarea  $U_y$  semnalul cu amplitudinea de 80 mV generat de calibratorul intern. Comutatorul *SINCRONIZARE*  $K_2$  se poziționează pe *AUTO*, *INT*, + și se ajustează potențiometrul *NIVEL*



ca să rezulte o imagine stabilă (se poate folosi și regimul *DECL* sau sincronizare pe —). Cu potențiometrele *LUMINOZITATE*, *FOCALIZARE* și *ASTIGMATISM* se reglează spotul la dimensiuni minime. În aceste condiții, conform relației  $U_Y = C_Y Y$ , dimensiunea imaginii pe verticală trebuie să cuprindă patru diviziuni. Dacă se constată abateri, se acționează potențiometrul *ET<sub>Y</sub>* pînă cînd se obține coincidența menționată. Cel de al doilea semnal cu amplitudinea de 800 mV poate fi utilizat similar pentru verificarea menținerii etalonării și a celorlalți coeficienți de deviație.

Coeficienții de baleiaj pot fi verificați prin compararea poziției fronturilor impulsurilor de calibrare cu liniile verticale ale carioajului. Ținînd seama de caracteristicile acestora ( $f = 1\text{kHz}$  și factorul de umplere  $1/2$ ) rezultă că pe poziția 1 ms a comutatorului *TIMP/DIV*, printr-o deplasare corespunzătoare a imaginii pe orizontală folosind *POZ X* se poate obține o coincidență a fronturilor cu carioajul. În cazul în care apar abateri, corectarea lor se face cu ajutorul potențiometrului *ET BT*.

● **Sursele de alimentare** servesc pentru furnizarea diverselor tensiuni continue necesare blocurilor electronice componente și tubului catodic. Energia corespunzătoare este preluată de regulă de la rețeaua de c.a. (220 V, 50 Hz) și pentru anumite tipuri (portabile) de la baterii de c.c.

Pentru a menține caracteristicile funcționale ale unui osciloscop, în primul rînd erorile de bază și suplimentare ale coeficienților de deviație verticală și ale celor de baleiaj, precum și cele ale calibratorului intern în anumite limite tolerate, sursele de alimentare trebuie să asigure tensiuni stabilizate. În acest scop, una dintre soluții, aplicată și în cadrul osciloscopului *E-0102*, constă din utilizarea unui singur bloc stabilizator *BS* cuplat printr-un redresor *BR* la transformatorul de rețea *TR* (fig. 4.1). Tensiunea stabilizată este aplicată unui invertor prevăzut cu transformator cu mai multe înfășurări secundare la bornele cărora sînt conectate celule de redresare și filtrare distincte, alcătuind *blocul convertor de tensiuni continue BCT* la ieșirea căruia rezultă valorile care alimentează efectiv circuitele electronice și tubul catodic.

Tensiunile înalte pentru polarizarea electrozilor tubului catodic *G*, *K*, *AF* și *PA* se obțin de la înfășurările secundare de înaltă tensiune ale transformatorului de rețea prin intermediul unor scheme cu capacități și diode în cascadă care, pe lîngă redresare, realizează și ridicarea valorii tensiunilor continue. Aceste montaje, cunoscute sub denumirea de *dubloare* sau *triploare de tensiune* [49], permit să se ajungă la nivele de ordinul 500—1000 V pentru polarizarea *G*, *K*, *AF* și 5 ... 15 kV pentru *PA*.

În cazul alimentării de la o baterie de acumulatori (de exemplu Cd-Ni, 24 V c.c., atașabilă la *E-0102* în partea din spate), conectarea acestora se face direct la intrarea convertorului prin comutatorul *K<sub>5</sub>*, cel de rețea *K<sub>4</sub>* fiind deschis.

Filamentul pentru încălzirea catodului se alimentează în c.a., de pe o înfășurare separată a transformatorului de rețea, la 6,3 V<sub>ef</sub>. La oscilosoapele prevăzute și cu posibilitatea funcționării la baterie, alimentarea filamentului se face de la o înfășurare de pe transformatorul invertorului.

#### 4.2.9. Dispozitive și circuite pentru creșterea performanțelor

Circuitele prezentate în paragrafele anterioare reprezintă unități funcționale de bază ce nu lipsesc din structura oricărui osciloscop. În scopul realizării unor performanțe superioare și a diversificării anumitor funcțiuni



unele tipuri de osciloscoape cuprind anumite dispozitive și circuite suplimentare.

● **Dispozitive și circuite pentru extensia surselor de sincronizare.** În afara celor două surse de sincronizare (internă și externă) menționate în paragraful 4.2.6, o serie de osciloscoape sînt prevăzute și cu posibilitatea sincronizării cu tensiunea rețelei de c.a., 50 Hz. Semnalul respectiv de sincronizare este preluat direct dintr-una din înfășurările secundare ale transformatorului de alimentare al osciloscopului, astfel încît să aibă o amplitudine constantă, comparabilă ca valoare cu cea care se aplică la borna *SINCR EXT*. În unele cazuri este prevăzut și un circuit defazor reglabil, prin care se poate modifica faza acestui semnal.

După cum se poate constata analizînd figura 4.14, amplificatorul *AS* preia și transmite către *CF* numai componenta alternativă a semnalului de desincronizare, reglajele necesare efectuîndu-se numai în raport de nivelul și polaritatea acestei componente. În cazul unor semnale complexe, pentru a oferi posibilitatea de a ține seama la fixarea nivelului și de existența unei componente continue în semnalul de sincronizare sau pentru a realiza unele operații de filtrare, anumite osciloscoape sînt prevăzute cu un comutator  $K_2'$  cu mai multe poziții, care permite, prin dispozitive adecvate așa cum se arată în figura 4.20, mai multe moduri de cuplare.

Se observă existența unei a treia secțiuni  $K_2''$  a comutatorului  $K_2'$  de selectare a modurilor de generare și sincronizare a bazei de timp. Pe poziția *CC* semnalul de sincronizare ales prin  $K_2'$  este cuplat direct la *AS*, din intrarea căruia este eliminat  $C_1$ , astfel ca să i se poată aplica și componenta continuă. Următoarea poziție *CA* corespunde cuplării numai a componentei alternative, cea continuă fiind blocată de capacitatea  $C_1 = 20$  nF. În pozițiile *JF* (joasă frecvență) și *IF* (întă frecvență) semnalul de sincronizare este cuplat tot în curent alternativ, însă prin intermediul unor filtre. Astfel, pe poziția *JF* componenta de înaltă frecvență este puternic atenuată de filtrul trece-jos format din  $R_1 = 100$  k $\Omega$  și  $C_1 = 100$  pF, declanșarea bazei de timp fiind comandată numai de componenta de joasă frecvență care aflîndu-se în banda de trecere păstrează amplitudinea necesară. Pe poziția *IF* în schimb, componentele de înaltă frecvență (sau medie) vor fi acelea care declanșează baza de timp, deoarece  $C_3 = 100$  pF și  $R_2 = 100$  k $\Omega$  formează un filtru trece-sus care oprește transmisia frecvențelor joase.

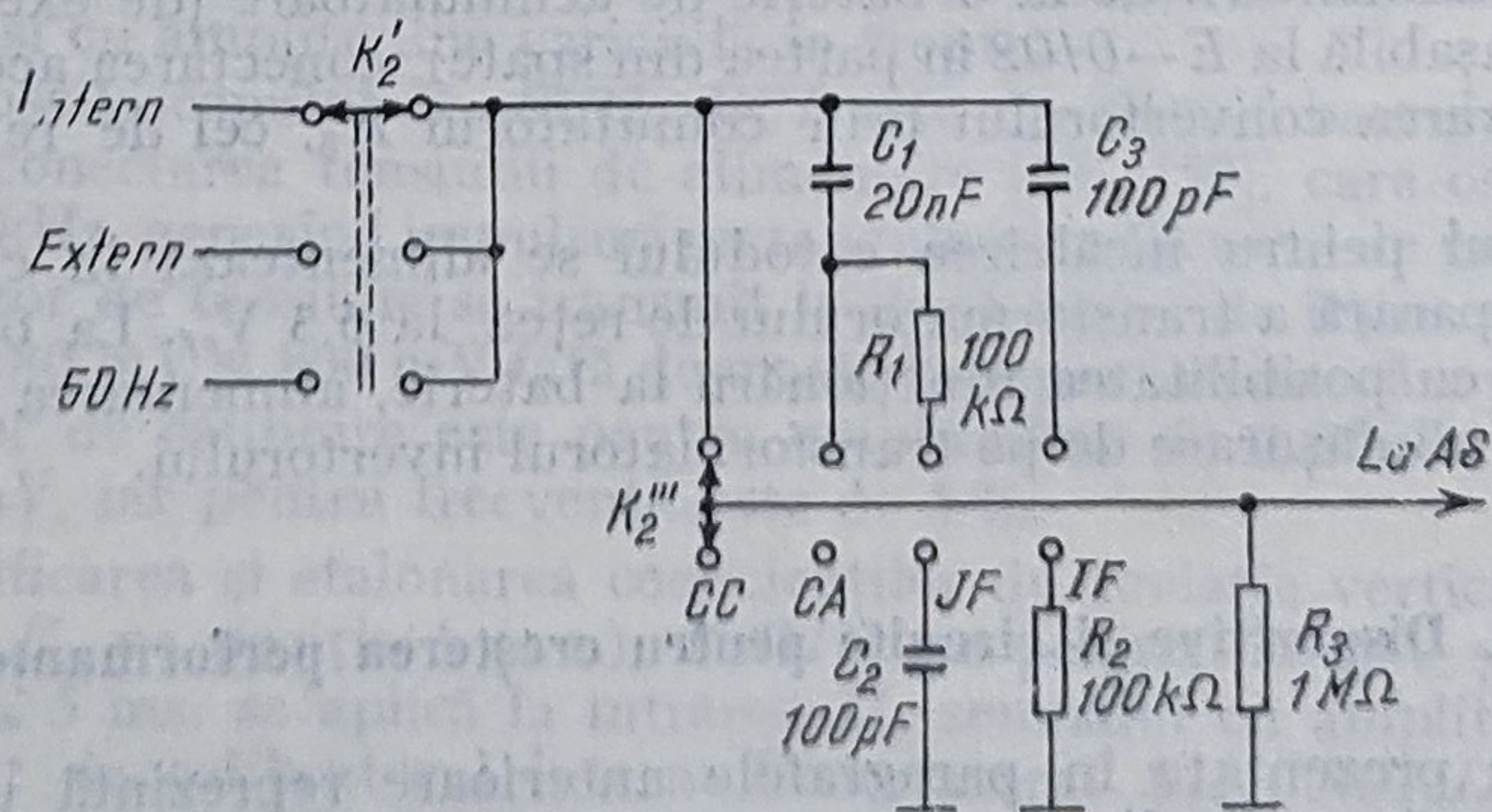


Fig. 4.20. Dispozitive și circuite pentru extinderea posibilităților de sincronizare.



Cuplarea pe poziția  $JF$  este indicată atunci când se vizualizează semnale de frecvențe relativ joase în prezența unor zgomote de înaltă frecvență, iar cea pe  $IF$  pentru semnale de frecvențe cu valori ridicate peste care sînt suprapuse perturbații de joasă frecvență, de exemplu cele create de frecvența rețelei.

În sfîrșit, există osciloscoape la care baza de timp poate fi comandată manual de către operator de la un buton plasat pe panou. Prin apăsarea acestui buton, denumit *SINGULAR* sau *MONODECLANȘAT*, se pregătește pornirea *GTLV* pe o singură perioadă, pentru repetare fiind necesară o nouă acționare a sa. Acest regim este util pentru vizualizarea și fotografierea unor semnale cu caracter tranzitoriu sau care apar o singură dată la momente care nu pot fi prestabilite (nefiind periodice, nu se poate obține sincronizarea).

Declanșarea bazei de timp se face la apariția semnalului respectiv, conform reglajelor de nivel și polaritate fixate.

● **Linii de întîrziere.** Osciloscoapele de înaltă frecvență cuprind în cele mai multe cazuri linii de întîrziere constituite din elemente *LC* incluse în structura lanțului de amplificare verticală. Scopul acestor linii de întîrziere este acela de a evita aplicarea pe plăcile verticale a semnalului de vizualizat de înaltă frecvență, înainte ca baza de timp și, respectiv, deflexia pe orizontală a spotului să fi intrat în funcțiune. Dat fiind variația rapidă a semnalului, dacă s-ar produce fenomenul menționat ar rezulta o pierdere importantă de informație.

Atît semnalul de vizualizat cît și cel de sincronizare care declanșează baza de timp, la trecerea prin diversele blocuri electronice, suferă o serie de întîrzieri înainte de a determina apariția cîmpurilor de deflexie. La semnalele de înaltă frecvență aceste întîrzieri pot fi comparabile cu perioadele semnalelor respective.

În absența liniei de întîrziere *LI*, pe canalul vertical rezultă o întîrziere de 40 ns sensibil mai mică decît cea de 140 ns de pe canalul orizontal. Prin introducerea liniei de întîrziere de 160 ns se asigură începerea deviației pe verticală după ce spotul a pornit să se deplaseze pe orizontală, eliminîndu-se pericolul de a nu se vizualiza o porțiune importantă din semnal.

Linii de întîrziere se realizează în variantele cu parametri concentrați sau cu parametri distribuiți. Cele din prima categorie constau din înserierea

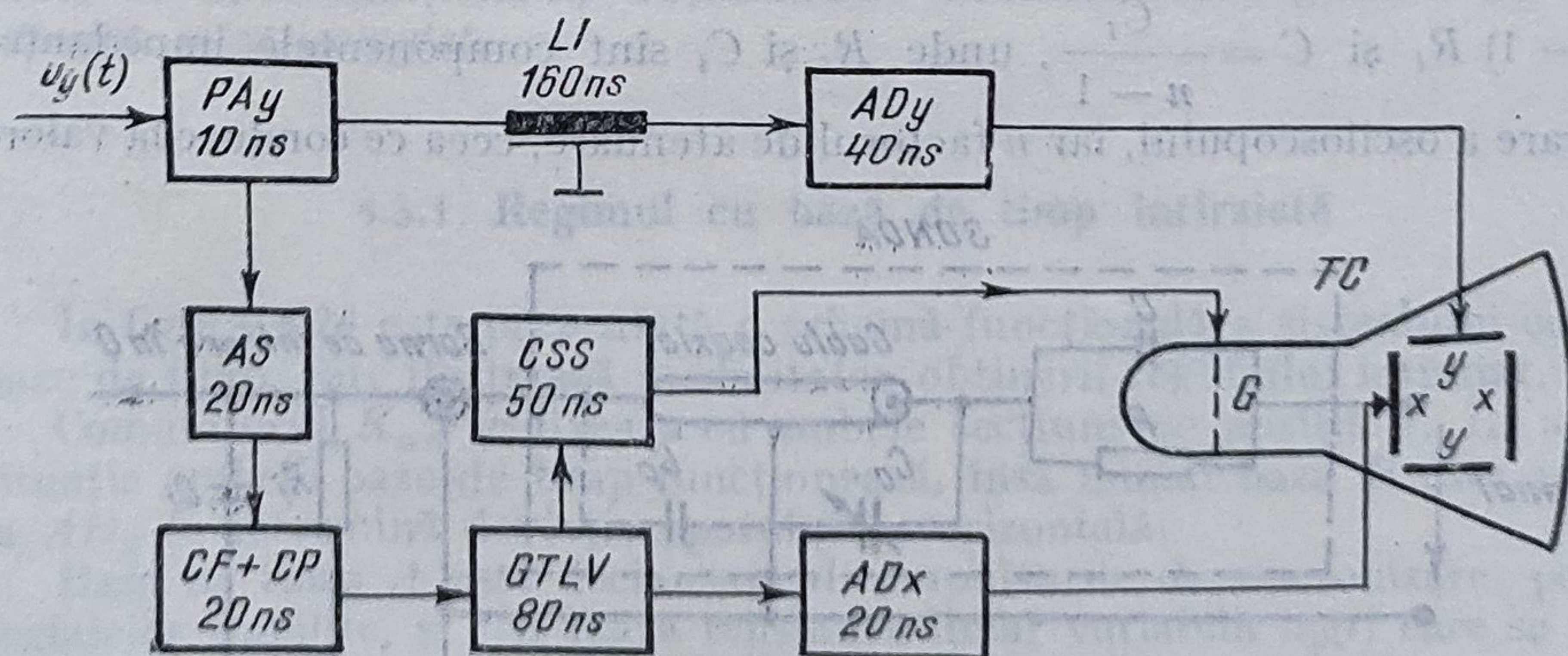


Fig. 4.21. Întîrzierile introduse de blocurile osciloscopului.



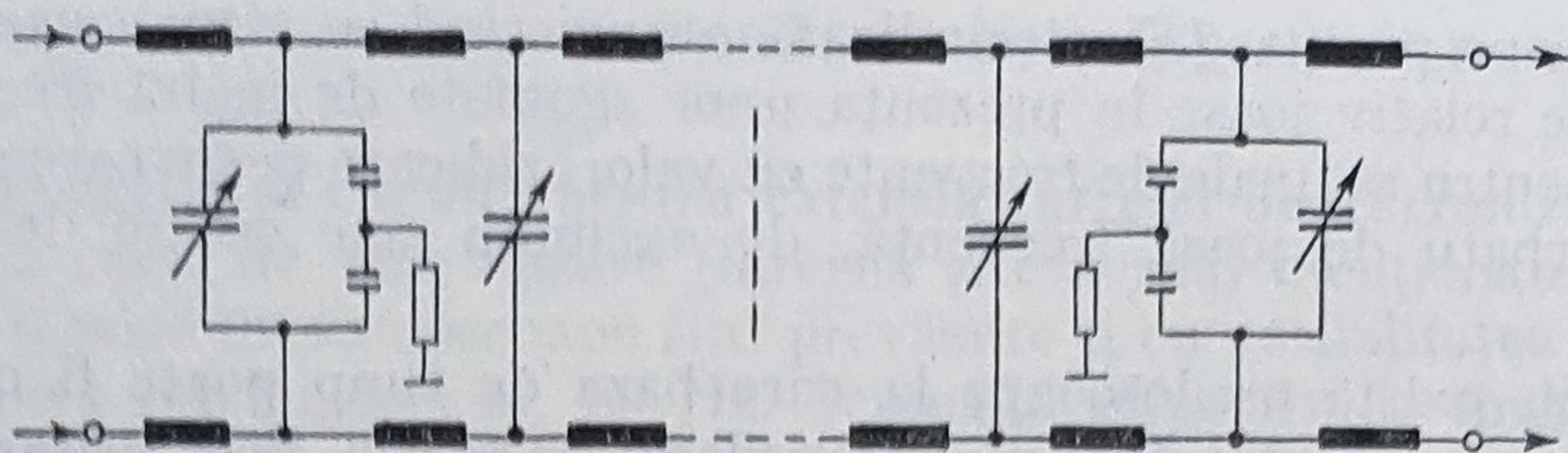


Fig. 4.22. Linie de întârziere cu parametri concentrați.

mai multor celule cu structura unor filtre  $LC$  în  $T$ , alcătuiind montaje diferențiale ca în figura 4.22.

Dimensionarea inductanțelor și capacităților și numărul  $n$  al celulelor înseriate se face astfel încât să rezulte întârzierea necesară conform relației  $t_i = n \sqrt{LC}$ , unde  $L$  și  $C$  sînt valorile echivalente corespunzătoare unei secțiuni (uzual întârzierea pe o celulă este de 3 ... 6 ns). De asemenea, se are în vedere o bună adaptare de impedanță în intrare și în ieșire pentru a nu provoca atenuări importante, reflexii sau distorsiuni ale semnalului transmis.

Linii de întârziere cu parametri distribuiți se execută sub forma unor bobine elicoidale, sau în tehnologia circuitelor imprimate [43].

● **Sonde, pentru măsurări în înaltă frecvență.** Sondele osciloscopului sînt accesorii ale acestuia, utilizate pentru asigurarea conectării semnalului de vizualizat, adesea preluat dintr-un montaj, la borna de intrare ( $U_Y$ ).

Cele mai simple sonde, care nu efectuează prelucrări asupra semnalului, constau dintr-un dispozitiv de prindere (clește) și o clemă de masă conectate la un cablu coaxial de circa 1 m lungime, terminat la celălalt capăt cu o cuplă adaptată pentru atașare la bornele de pe panoul frontal (cuplă BNC standardizată). Ele se mai numesc și *sonde normale* sau de tip 1:1.

Pentru măsurări la frecvențe înalte, deoarece capacitatea de intrare a osciloscopului, la care se adaugă și cea a cablului coaxial, ar determina un efect de șuntare important, se folosesc sonde care conțin divizoare de tensiune compensate în frecvență (ca la voltmetrele electronice v. paragraful 3.6.4). Aceste sonde, care uzual introduc atenuări de 10:1 sau 100:1, asigură o rezistență de intrare mai mare și o capacitate de șuntare mai redusă decât cele ale osciloscopului. Pentru a fi cât mai aproape de sursa de semnal, divizorul de tensiune este montat într-un corp comun cu dispozitivul de prindere. El conține, așa cum se vede în figura 4.23, un grup  $RC$  paralel, de valori  $R = (n - 1) R_i$  și  $C = \frac{C_i}{n - 1}$ , unde  $R_i$  și  $C_i$  sînt componentele impedanței de intrare a osciloscopului, iar  $n$  factorul de atenuare, ceea ce conduce la valori

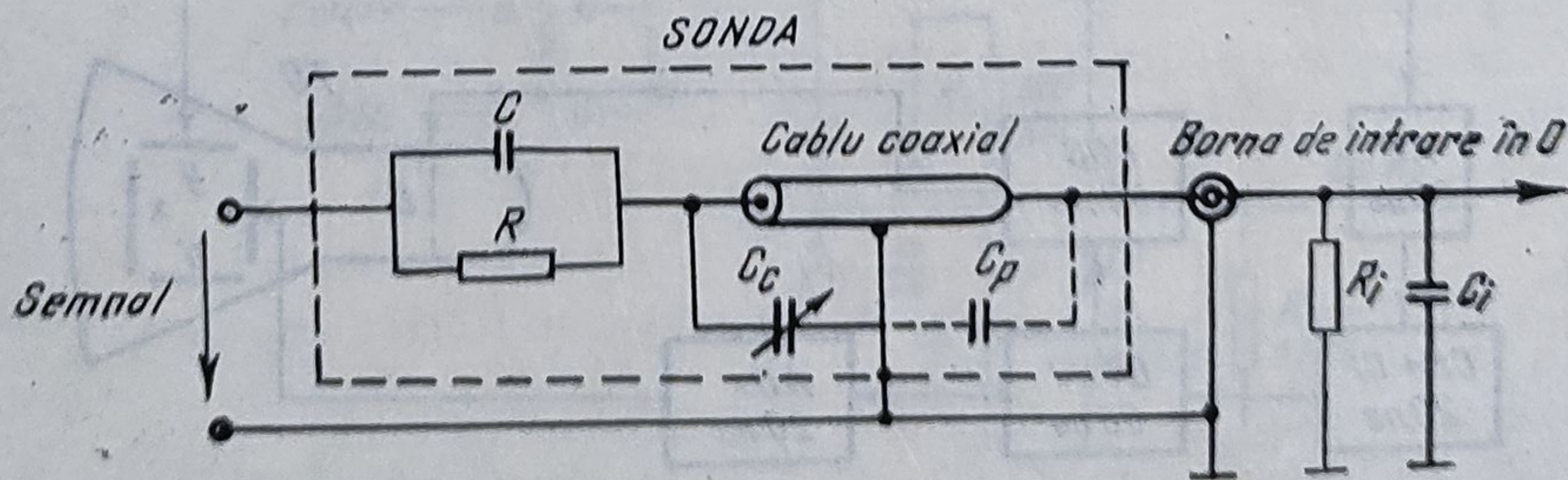


Fig. 4.23. Schema unei sonde de osciloscop cu divizor compensat.



ale rezistenței și capacității echivalente ale sistemului de măsurare  $R_p = nR_i$  și  $C_e = \frac{C_i}{n}$ , adică ameliorate de  $n$  ori.

Capacitatea variabilă  $C_e$ , ajustabilă din exterior, servește la obținerea compensării necesare pentru a determina o atenuare egală pentru toate frecvențele, ținând seama de capacitatea cablului coaxial  $C_p$  și cea de intrare a osciloscopului  $C_i$ .

Ținând seama de atenuările pe care le produc, sondele pot fi utilizate pentru tensiuni de ordinul sutelor de volți și în construcții speciale (izolație + atenuare 1 000 : 1) pentru mii de volți.

Sondele de tipul celei descrise mai sus sînt denumite *pasive*. Există și sonde *active*, care cuprind un amplificator (cu *TEC*), al cărui rol este de a asigura un factor de transfer 1:1, menținînd caracteristicile de impedanță ridicată și ecranare ale divizorului compensat.

Pentru remedierea inconvenientelor arătate, legate în special de efectul de șuntare al capacității de intrare, care chiar la valori de 10 pF se face resimțit la frecvențe înalte de 100 MHz și mai mult, s-au realizat osciloscopia al căror canal de deflexie verticală, pe lîngă intrarea de mare impedanță (1 ... 10 MΩ) sînt prevăzute și cu o intrare de impedanță joasă de 50 Ω. Conectarea la sursa de semnal se face printr-o sondă cu cablu coaxial de 50 Ω. Alegînd punctul de preluare al semnalului astfel ca și sursa să aibă o impedanță joasă (dacă este posibil tot 50 Ω) se lucrează perfect adaptat, semnalul nefiind influențat de sistemul de măsurare. Dacă adaptarea nu este posibilă direct, se introduc montaje de divizare a rezistenței de ieșire a sursei [42]. Intrarea de joasă impedanță și sonda corespunzătoare sînt utile îndeosebi în măsurările referitoare la determinarea timpului de creștere a impulsurilor, cea de impedanță mare fiind recomandabilă pentru măsurări de amplitudine [43].

### 4.3. OSCILOSCOPUL CU DOUĂ BAZE DE TIMP

Pentru a oferi posibilitatea vizualizării pe ecran de detalii ale unei forme de undă (îndeosebi fronturi de impulsuri), păstrînd totodată contextul de ansamblu al semnalului, osciloscopia moderne sînt prevăzute cu două generatoare de bază de timp *A* și *B*. Funcționarea celor două baze de timp poate fi intercon condiționată, obținîndu-se următoarele regimuri de lucru: *întîrziat*, *mixt*, *comutat*.

#### 4.3.1. Regimul cu bază de timp întîrziată

În figura 4.24 este prezentată o schemă funcțională a sistemului cu două baze de timp, care ilustrează modalitatea obținerii regimului întîrziat.

Comutatorul  $K_{mB}$  se fixează cu ambele secțiuni pe poziția 1. În această situație ambele baze de timp funcționează, însă numai baza *B* este aplicată la  $AD_x$  și determină deviația spotului pe orizontală.

Baza de timp *A* este declanșată de impulsurile de sincronizare, potrivit reglajelor stabilite, și generează tensiunea liniar variabilă  $u_B(t)$  care se aplică la intrarea + a comparatorului *C*. La cealaltă intrare (—) se aplică o tensiune continuă  $U_C$  culeasă pe cursorul potențiometrului de întîrziere *PI*. Com-



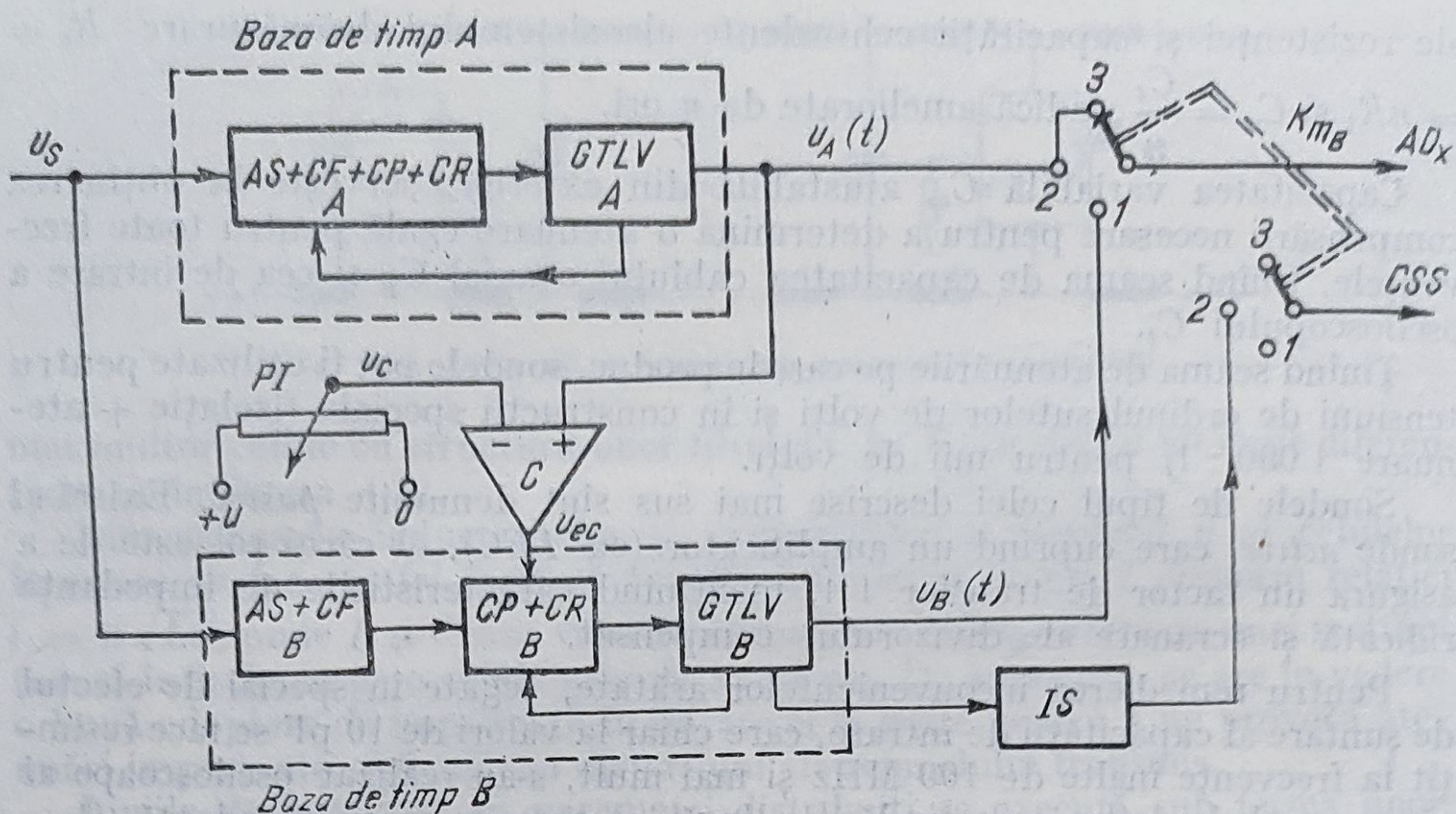


Fig. 4.24. Schema funcțională pentru baza de timp întârziată:  
poz. 1 — B întârziat de A; poz. 2 — A intensificat de B; poz. 3 — numai A.

paratorul de tensiune  $C$  este un circuit hibrid care admite pe intrările  $+$  și  $-$  semnale analogice, iar la ieșire dă un semnal binar (logic), caracteristica sa funcțională fiind reprezentată în figura 4.25.

Comparatoarele de acest tip sînt realizate în tehnica circuitelor integrate, dar pot fi obținute și folosind un amplificator operațional cu o diodă Zener pe circuitul de reacție [39].

Circuitul poartă al bazei de timp  $B$  este astfel construit încît impulsurile de sincronizare nu comandă declanșarea acesteia decît atunci cînd semnalul pe care îl primește de la comparator trece pe nivelul superior ( $H$ ). Deoarece este necesar un timp  $t_i$  pînă cînd baza de timp  $A$  să ajungă la valoarea  $u_A(t_i) = U_c$ , rezultă că baza de timp  $B$  va intra în funcțiune cu o întârziere egală cu acest timp, de unde și denumirea de *bază de timp întârziată* ( $B$  întârziat de  $A$ ). Timpul de întârziere  $t_i$  poate fi ajustat de pe pîncu cu butonul potențiometrului  $PI$  prin varierea tensiunii  $U_c$ .

Baza de timp este o tensiune liniar variabilă  $u_A(t) = v_{uA}t$ , unde  $v_{uA}$  este viteza de creștere care exprimă indirect coeficientul de baleiaj  $C_{vX}$  conform relației (4.31). În aceste condiții timpul de întârziere  $t_i$  poate fi explicitat prin indicația adecvat gradată a potențiometrului  $PI$ :

$$\frac{1}{S_X C_{vX}} t_i = U_c, \text{ sau } t_i = C_{vX} S_X U_c. \quad (4.33)$$

Întrucît sensibilitatea deflexiei pe orizontală este o constantă, potențiometrul poate fi gradat direct în valori reprezentînd deplasarea corespunzătoare

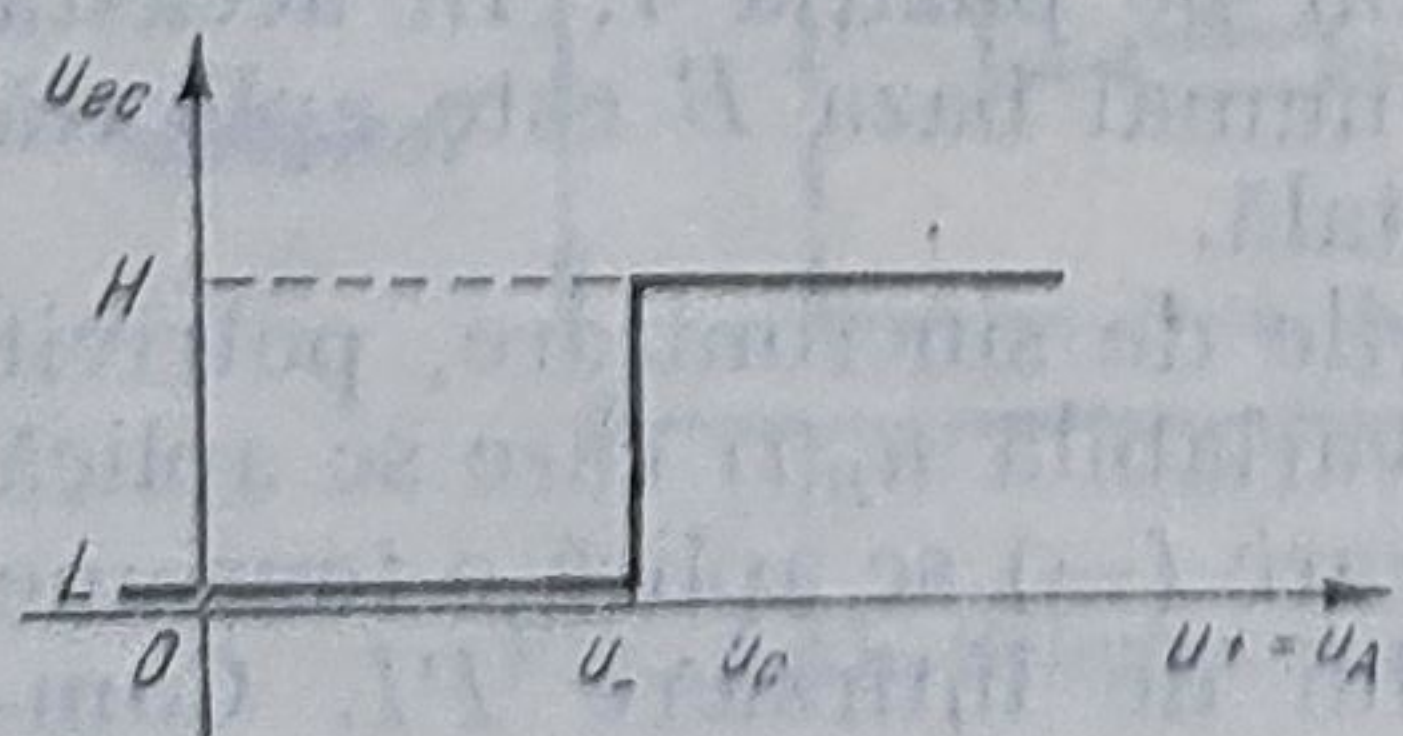


Fig. 4.25. Caracteristica unui comparator de tensiune.



întârzierii  $H_i = S_x U_c$ . Astfel, timpul de întârziere  $t_i$  se deduce imediat multiplicînd coeficientul de baleiaj selectat pentru baza  $A$  cu indicația potențiometrului  $PI$ :

$$t_i = C_{vx} H_i. \quad (4.34)$$

Pentru a exemplifica utilizarea bazei de timp întîrziată, în figura 4.26, *a* și *b* sînt reprezentate diagramele de semnal și imaginile obținute pe ecran la vizualizarea unui tren de impulsuri în cazul unui osciloscop cu o singură bază de timp și al unuia cu două baze funcționînd în modul descris mai sus.

În primul caz (fig. 4.26, *a*) imaginea se obține potrivit declanșării bazei de timp de către impulsul 1. Presupunînd că durata impulsurilor este considerabil mai redusă decît pauza, nu este posibilă o detaliere a fronturilor tuturor impulsurilor, cel mult se poate obține o detaliere pentru impulsul 1 prin creșterea vitezei bazei de timp, impulsurile 2 și 3 dispărînd de pe ecran.

În cel de al doilea caz (fig. 4.26, *b*) baza de timp  $A$  va fi declanșată de impulsul 1, dar spotul rămîne blocat un interval de timp  $t_i$ , care poate fi ajustat astfel încît bascularea comparatorului și declanșarea bazei de timp  $B$  să se facă la apariția impulsului 2. Alegînd un coeficient de baleiaj redus pentru baza  $B$ , impulsul 2 poate să apară mult dilatat pe ecran, permițînd o analiză detaliată a fronturilor.

Crescînd timpul de întârziere  $t_i$ , poate fi vizualizat similar impulsul 3 sau oricare altele din impulsurile ulterioare.

Deoarece ajustarea coeficienților de baleiaj pentru cele două baze de timp se poate face independent, rezultă o gamă largă de întîrzieri și dilatări posibile.

Fixînd în mod judicios condițiile de declanșare și coeficienții de baleiaj ai celor două baze de timp se pot analiza diverse detalii și în cazul unor semnale periodice continue.

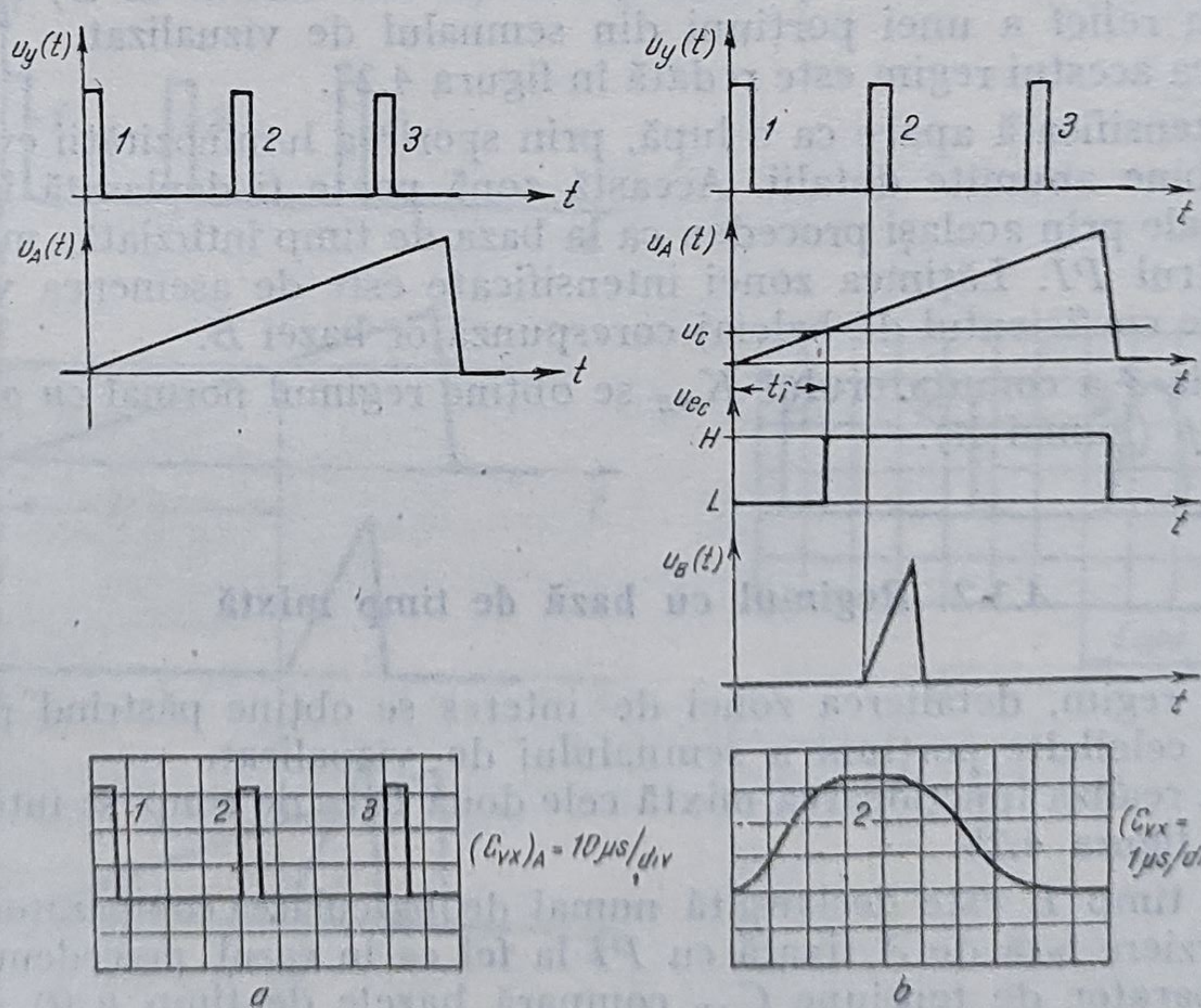


Fig. 4.26. Diagramele de semnal și imaginile pe ecran:  
*a* — numai o bază de timp ( $A$ ); *b* — două baze de timp ( $B$  întîrziat de  $A$ ).



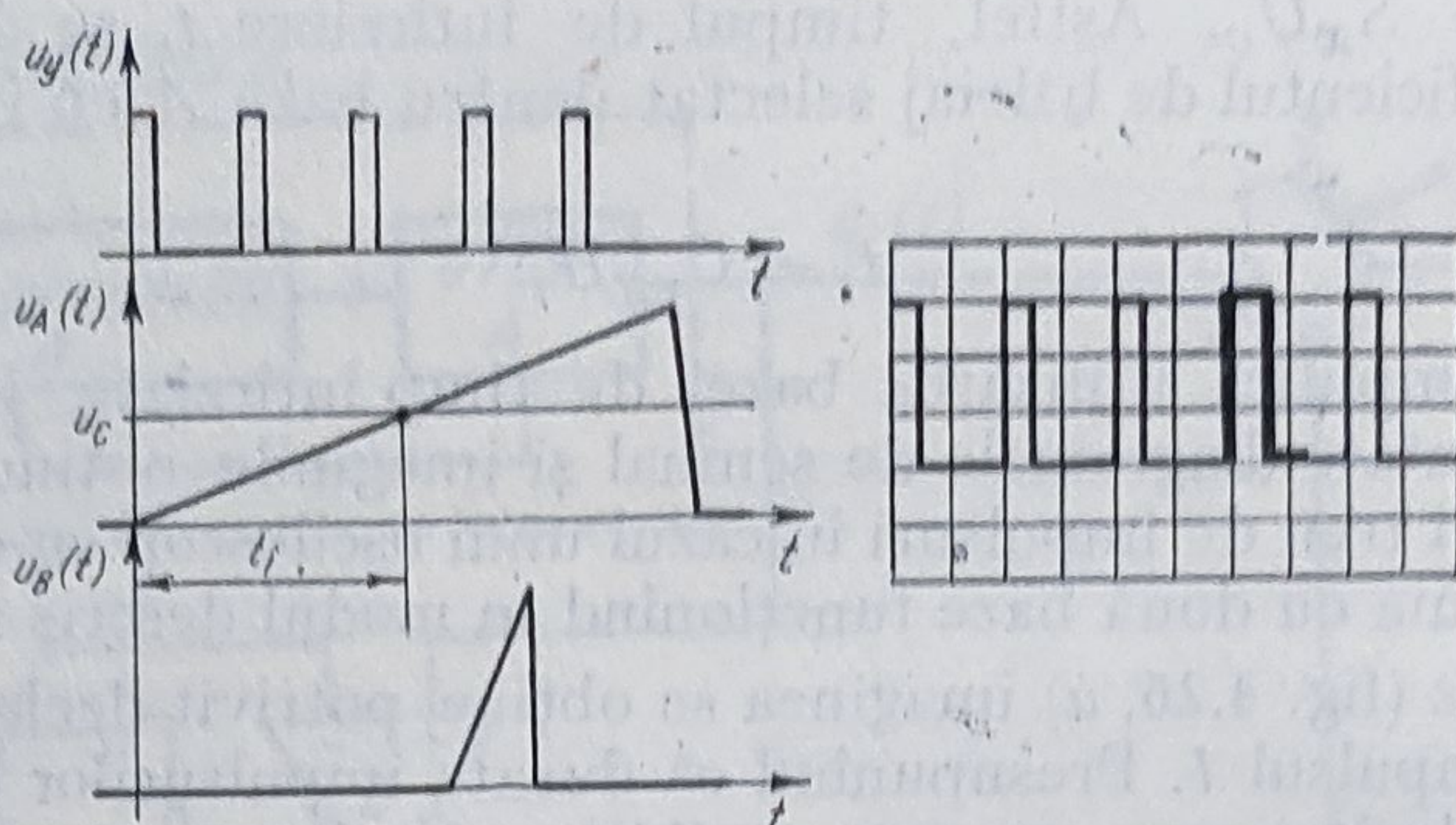


Fig. 4.27. Diagrama de semnale și imaginea pe ecran în regimul bază de timp intensificată ( $A$  intensificat de  $B$ ).

Utilizarea bazei de timp întârziată permite de asemenea efectuarea de măsurări ale unor intervale de timp cu o precizie sporită față de cea corespunzătoare aprecierii directe a acestor intervale pe ecran. De exemplu, dacă se ajustează timpul de întârziere astfel încât impulsul 2 să apară pe ecran începând din extremitatea stîngă (reglajele de declanșare fiind identice pentru ambele baze de timp), atunci  $t_i$  reprezintă durata între impulsurile 1 și 2. Determinarea valorii pentru  $t_i$  cu relația de mai sus este afectată doar de erorile intrinseci ale coeficientului de baleiaj și indicației  $H_i$ , erorile de lectură fiind eliminate, mai ales dacă potențiometrul  $PI$  este helicoidal, cu 10 rotații și dispune de vernier.

Trecînd comutatorul  $K_{mB}$  pe poziția 2, la  $AD_x$  se va aplica baza de timp  $A$ . Totodată, baza de timp  $B$  printr-un bloc de adaptare  $IS$  (*intensificare spot*) acționează asupra  $CSS$  producînd o accentuare a strălucirii spotului. Acest regim se numește *bază de timp intensificată* ( $A$  intensificat de  $B$ ) și permite scoaterea în relief a unei porțiuni din semnalul de vizualizat.

Ilustrarea acestui regim este redată în figura 4.27.

Zona intensificată apare ca o lupă, prin sporirea luminozității evidențiindu-se mai bine anumite detalii. Această zonă poate fi deplasată în lungul axei orizontale prin același procedeu ca la baza de timp întârziată, manevrînd potențiometrul  $PI$ . Lățimea zonei intensificate este de asemenea variabilă, depinzînd de coeficientul de baleiaj corespunzător bazei  $B$ .

Pe poziția 3 a comutatorului  $K_{mB}$  se obține regimul normal cu o singură bază de timp (numai  $A$ ).

#### 4.3.2. Regimul cu bază de timp mixtă

În acest regim, detalierea zonei de interes se obține păstrînd pe ecran și imaginea celeilalte porțiuni a semnalului de vizualizat.

Pentru a realiza funcționarea mixtă cele două baze de timp se interconectează ca în figura 4.28.

Baza de timp  $B$  este declanșată numai de bascularea comparatorului  $C$ , după o întârziere față de  $A$  fixată cu  $PI$  la fel ca în cazul precedent. Un al doilea comparator de tensiune  $C_{AB}$  compară bazele de timp  $u_A(t)$  și  $u_B(t)$ , ieșirea sa menținîndu-se pe nivelul inferior atîta timp cît  $u_A(t) > u_B(t)$  și basculînd pe cel superior atunci cînd inegalitatea se inversează. Semnalul



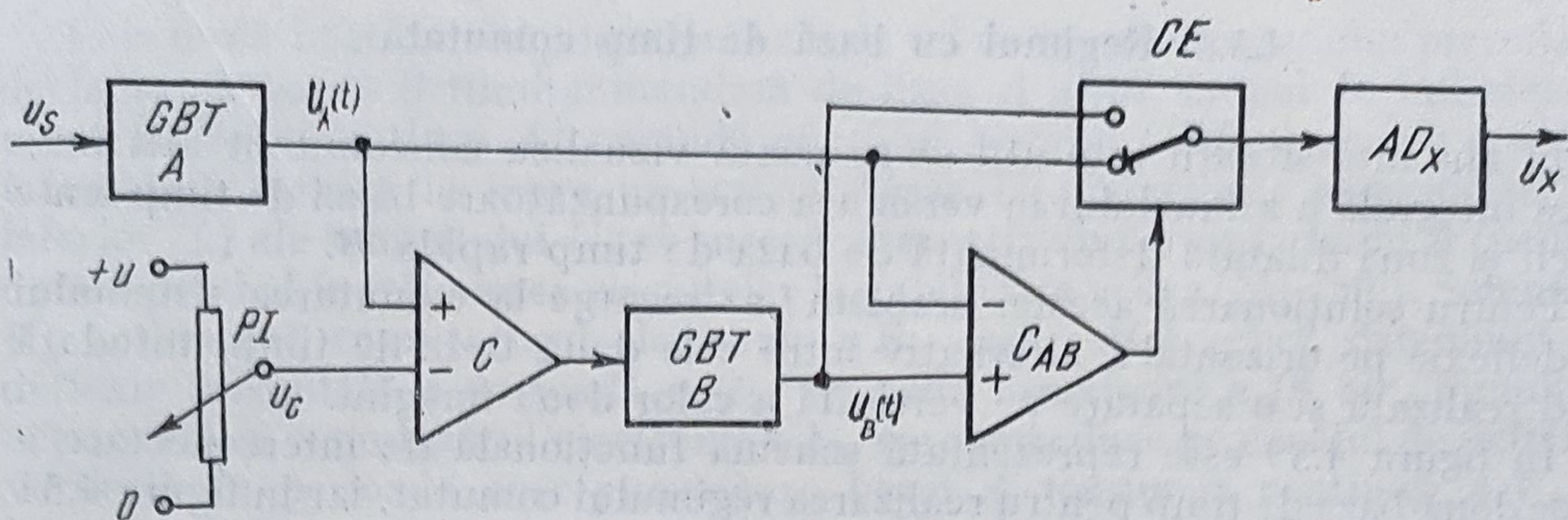


Fig. 4.28. Schema funcțională pentru baza de timp mixtă:  
 GBTA — generatorul bazei de timp A; GBTB — generatorul bazei de timp B.

de ieșire din  $C_{AB}$  comandă comutatorul electronic  $CE$ , astfel încât atunci când se află pe nivelul inferior ( $u_A > u_B$ ) transmite la  $AD_X$  baza de timp A, iar în momentul în care a trecut pe nivelul superior ( $u_B > u_A$ ) comută pe baza de timp B.

Diagramele de semnal și imaginea care se obține pe ecran sînt redată în figura 4.29.

La început, deflexia pe orizontală este lentă, corespunzător bazei de timp A, permițînd vizualizarea integrală a primelor două impulsuri, însă cu un grad de detaliere redus. După întîrzierea fixată  $t_i$ , intră în funcțiune baza de timp rapidă B și sistemul de deflexie orizontală este comutat pe această a doua bază de timp, care determină o viteză de deplasare a spotului mult mai mare. Astfel, în ultima porțiune a imaginii se obține o lupă care detaliază impulsul 3, în condițiile în care nu se pierde de pe ecran impulsurile 1 și 2.

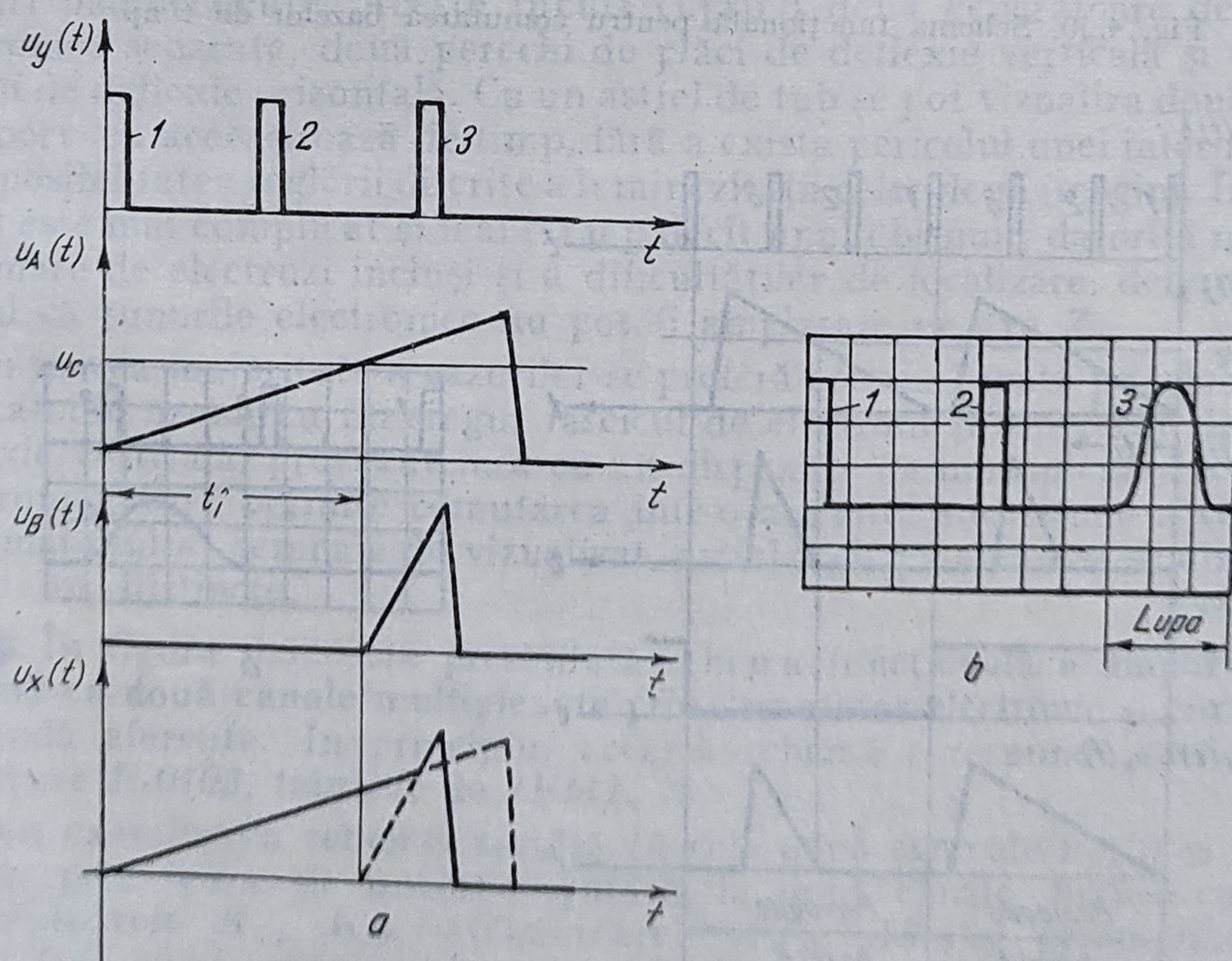


Fig. 4.29. Funcționarea bazei de timp mixte:  
 a — diagrama de semnale; b — imaginea pe ecran.



### 4.3.3. Regimul cu bază de timp comutată

În anumite situații este util să se poată vizualiza concomitent atât imaginea integrală a semnalului în versiunea corespunzătoare bazei de timp lente  $A$ , cât și zona dilatată determinată de baza de timp rapidă  $B$ .

Pentru soluționarea acestei probleme se recurge la comutarea sistemului de deflexie pe orizontală, alternativ între cele două baze de timp, totodată fiind realizată și o separare pe verticală a celor două imagini.

În figura 4.30 este reprezentată schema funcțională de interconectare a celor două baze de timp pentru realizarea regimului comutat, iar în figura 4.31 diagrama de semnale și imaginea care se obține pe ecran.

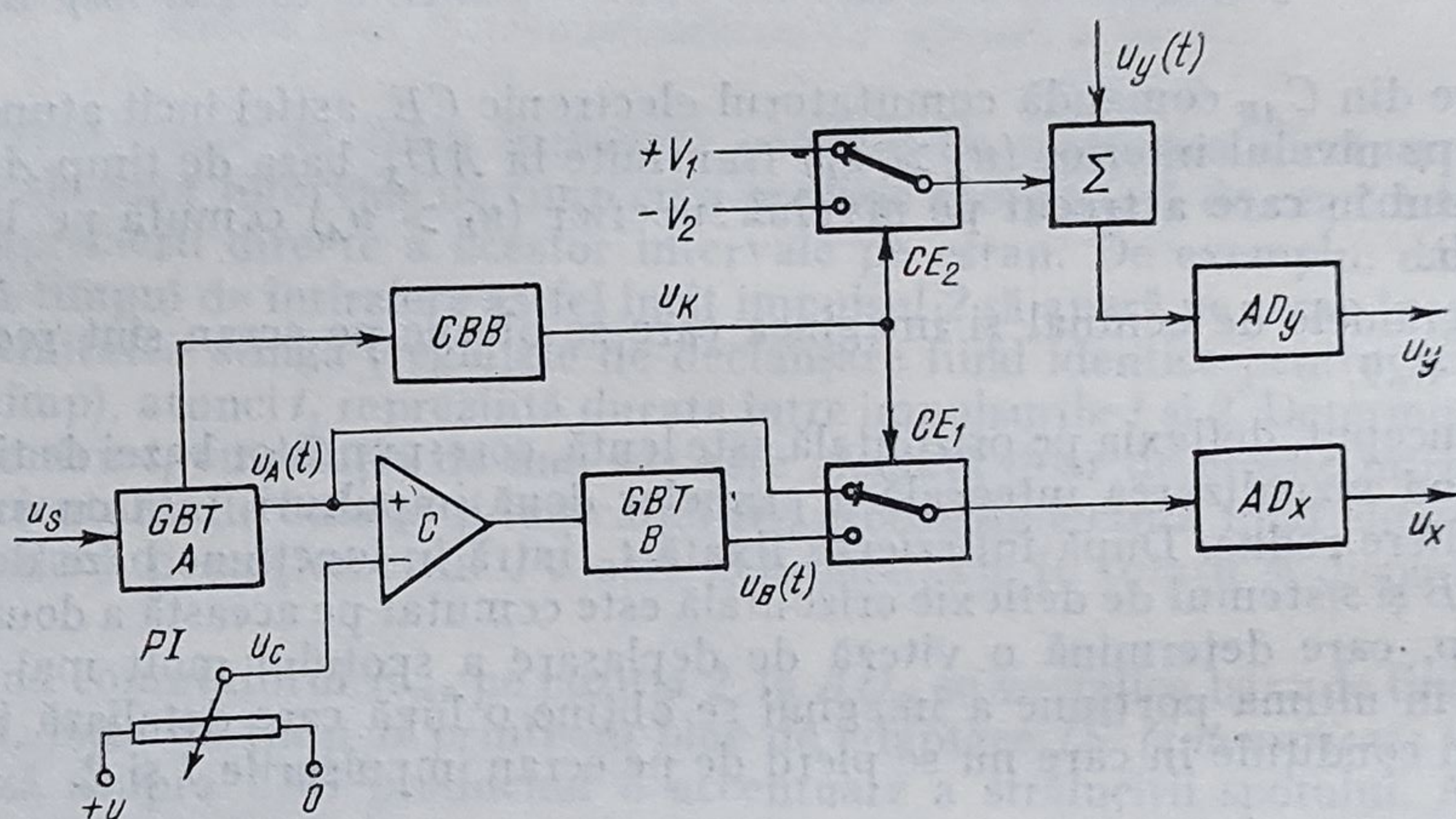


Fig. 4.30. Schema funcțională pentru comutarea bazelor de timp.

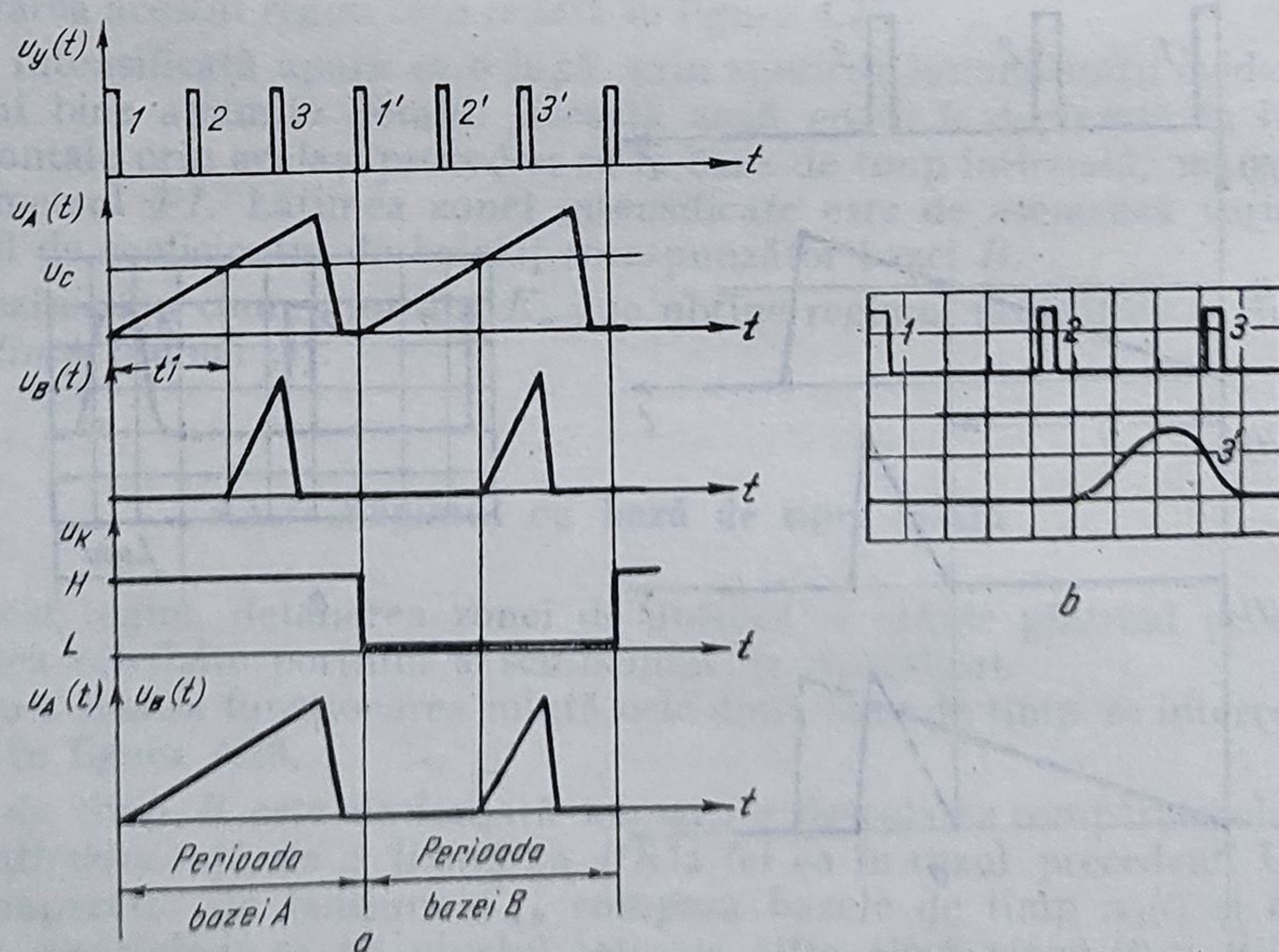


Fig. 4.31. Funcționarea în regimul cu bază de timp comutată:  
a - diagrama de semnale; b - imaginea pe ecran.



Cele două baze de timp funcționează la fel ca în cazul regimului precedent, declanșarea bazei  $B$  fiind comandată de baza  $A$  după timpul de întârziere  $t_d$  prescris. Baza de timp  $A$  comandă circuitul bistabil  $CBB$ , care are proprietatea de a furniza la ieșire un semnal binar  $U_K$ . Nivelurile superior ( $H$ ) și inferior ( $L$ ) ale semnalului  $U_K$  se succed alternativ cu perioada bazei  $A$  (pentru detalii privind funcționarea circuitelor bistabile a se vedea [23], [50]). Semnalul  $U_K$  acționează comutatorul electronic  $CE_1$ , care astfel aplică sistemului de deflexie orizontală o perioadă  $u_A(t)$ , pericada următoare  $u_B(t)$  etc. Simultan acționează și comutatorul electronic  $CE_2$ , care introduce pe canalul de deflexie verticală în perioada corespunzătoare bazei  $A$  tensiunea continuă  $+V_1$  și în perioada bazei  $B$  tensiunea continuă  $-V_2$ , al căror efect constă în deplasarea spotului în sus și respectiv în jos. Pe această cale, imaginea corespunzătoare bazei de timp lente  $A$  va fi poziționată la partea superioară a ecranului, iar cea care se formează cu baza de timp rapidă  $B$  la partea inferioară a acestuia. Se obține astfel posibilitatea de a avea pe ecran simultan, în imagini alăturate, atât semnalul în ansamblu cât și detalierea zonei de interes.

Este de observat că pentru a rezulta imagini stabile este necesar ca baza de timp  $A$  să aibă o frecvență suficient de mare pentru a nu se sesiza comutările, ceea ce limitează frecvența inferioară a semnalelor ce pot fi vizualizate.

#### 4.4. OSCILOSCOAPE CU MAI MULTE CANALE

Numeroase aplicații impun vizualizarea simultană pe ecranul osciloscopului a două sau mai multe semnale, în vederea unei analize corelate a acestora.

Una dintre soluțiile posibile constă în utilizarea de tuburi catodice cu două spoturi independente. Aceste tuburi cuprind două generatoare de fascicule electronice separate, două perechi de plăci de deflexie verticală și un singur sistem de deflexie orizontală. Cu un astfel de tub se pot vizualiza două semnale în raport cu aceeași bază de timp, fără a exista pericolul unei interferențe și cu posibilitatea reglării diferite a luminozității celor două imagini. În schimb, tubul este mai complicat și mai scump decât unul obișnuit, datorită numărului mai mare de electrozi incluși și a dificultăților de focalizare, determinate de faptul că tunurile electronice nu pot fi amplasate pe axa  $Z$ .

În marea majoritate a cazurilor se preferă soluția bazată pe folosirea unui tub catodic uzual, cu un singur fascicul de electroni și o pereche de plăci de deflexie verticală, prevăzut însă cu un dispozitiv de multiplexare (comutator electronic), care permite comutarea într-o anumită succesiune a celor două (sau mai multe) semnale de vizualizat, astfel încât pe ecran să se obțină imaginile lor distincte.

● În figura 4.32 este prezentată schema funcțională a **amplificatorului vertical cu două canale multiplexate prin comutator electronic** și circuitele de comandă aferente. În principiu, această schemă corespunde osciloscopului românesc  $E-0103$ , fabricat de  $IEMI$ .

Din examinarea schemei rezultă că cele două semnale  $u_{YA}(t)$  și  $u_{YB}(t)$  se aplică, prin borne de intrare separate, la două canale, fiecare cuprinzând comutatoarele  $K_{1A}$ ,  $K_{1B}$ , atenuatoarele  $AT_A$ ,  $AT_B$  și preamplificatoarele  $PA_A$ ,  $PA_B$  cu structuri și caracteristici similare cu cele descrise în paragraful 4.2.5. pentru osciloscopul cu un canal. Singura deosebire constă în aceea că preamplificatoarele sînt prevăzute cu comutatoarele de polaritate  $K_{PA}$  și







ale semnalelor  $\hat{u}_{YA}(t)$  și  $\hat{u}_{YB}(t)$ . Deviațiile pe verticală în cadrul aceleiași perioade a bazei de timp au un caracter discontinuu, imaginile rezultate fiind alcătuite din mici segmente. Datorită frecvenței de comutație ridicată aceste segmente (puncte) se pot situa suficient de aproape, astfel încât, ținând seama și de persistența fosforului, pe ecran imaginile apar sub formă continuă. Deoarece poziționarea pe ecran a imaginilor este diferită, pentru a nu se observa traiectoriile de mutare a spotului de la o poziție la cealaltă, pe durata corespunzătoare a fronturilor impulsurilor de comutare  $CB$  generează un semnal care prin CSS produce blocarea fasciculului de electroni.

Utilizarea unuia sau altuia dintre cele două moduri de multiplexare se adoptă în raport de frecvența semnalelor de vizualizat (și implicit de frecvența bazei de timp). Pentru semnale de frecvență înaltă este indicat modul alternat, întrucât în aceste cazuri perioada bazei de timp este sensibil mai redusă decât persistența tubului și se poate obține o imagine care nu pâlpâie. Dimpotrivă, la semnale de joasă frecvență trebuie să se folosească modul comutat, deoarece perioada semnalului fiind mult mai mare decât cea de comutare va rezulta o imagine compusă dintr-un număr mare de segmente (puncte) foarte apropiate, care îi conferă o bună aparență de continuitate.

În raport de persistența fosforului și de frecvența  $f_c$ , există domenii de frecvență ale semnalelor și, respectiv, subgame ale bazei de timp, pentru care cele două moduri de multiplexare sînt la fel de convenabile.

Selectarea regimurilor de funcționare prezentate mai sus, precum și a altora destinate vizualizării numai a semnalului de pe un singur canal sau a unei combinații între cele două semnale, se face cu ajutorul comutatoarelor de mod  $K_{m1}$  și  $K_{m2}$  care acționează asupra blocurilor  $CB$  și  $CE$ . Se disting următoarele posibilități:

—  $K_{m1}$  pe poziția  $A$  sau  $B$ ;  $K_{m2}$  pe orice poziție. Circuitul basculant este blocat în starea în care comandă  $CE$  să mențină conectat în permanență unul din canale la sistemul de deflexie verticală, celălalt canal fiind deconectat. Rezultă funcționarea în regim de *osciloscop cu un singur canal*, vizualizându-se numai  $u_{YA}(t)$  sau  $u_{YB}(t)$ ;

—  $K_{m1}$  pe poziția  $ALT$ ,  $COM$ ,  $A+B$ ;  $K_{m2}$  pe poziția  $ALT$ . Se realizează vizualizarea celor două semnale în modul alternat;

—  $K_{m1}$  pe poziția  $ALT$ ,  $COM$ ,  $A+B$ ;  $K_{m2}$  pe poziția  $COM$ . Se obține de asemenea vizualizarea ambelor semnale, însă în modul comutat;

—  $K_{m1}$  pe poziția  $ALT$ ,  $COM$ ,  $A+B$ ;  $K_{m2}$  pe poziția  $A+B$ . În acest caz, circuitul basculant  $CB$  nu mai oscilează și polarizează  $CE$  astfel încât să realizeze operația de însumare a semnalelor de pe ambele canale, semnalul sumă  $\hat{u}_{YA}(t) + \hat{u}_{YB}(t)$  se transmite în mod continuu prin  $AC$  către amplificatorul de deflexie verticală și pe ecran va apărea o singură imagine reprezentînd  $\pm u_{YA}(t) \pm u_{YB}(t)$ ; semnele depind de pozițiile comutatoarelor  $K_{PA}$ ,  $K_{PB}$ .

Pentru a se asigura sincronizarea bazei de timp corespunzător regimurilor de funcționare menționate, schema mai cuprinde preamplificatoarele  $PAS_A$ ,  $PAS_B$  și  $PAS_C$  care, prin comutatorul  $CS$ , în raport de poziția selectată  $A$ ,  $B$ ,  $COMP$ , aplică la intrarea amplificatorului de sincronizare  $AS$  semnale proporționale respectiv cu  $u_{YA}(t)$ ,  $u_{YB}(t)$ ,  $\pm u_{YA}(t) \pm u_{YB}(t)$ .

În scopul ilustrării modalităților de realizare a  $CE$ , în figura 4.33 este prezentată o schemă de principiu care evidențiază și comenzile pe care le primește de la  $CB$ .



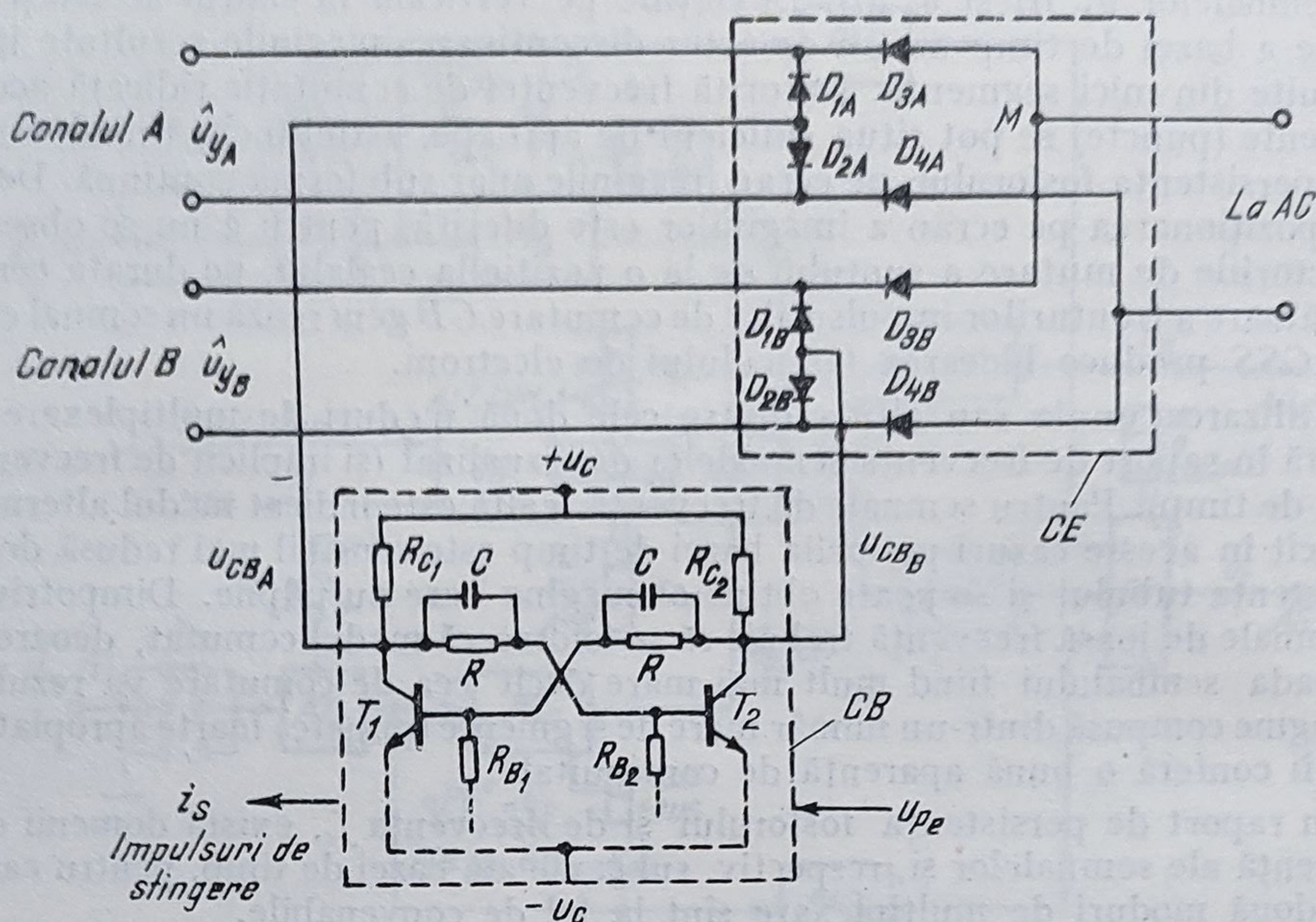


Fig. 4.33. Schema de principiu a circuitelor de comutare a canalelor.

Comutatorul electronic este construit din porțile cu diode  $D_{1A}$ ,  $D_{2A}$ ,  $D_{3A}$ ,  $D_{4A}$  pentru canalul A și  $D_{1B}$ ,  $D_{2B}$ ,  $D_{3B}$ ,  $D_{4B}$  pentru canalul B. Comutarea canalelor se obține prin semnalele de comandă  $U_{CBA}$  și  $U_{CBB}$  transmise de CB care determină anumite regimuri de polarizare a diodelor.

Conectarea canalului A și deconectarea lui B se realizează prin menținerea permanentă în conducție a tranzistorului  $T_1$  și în blocare a lui  $T_2$ , aplicînd pe bazele lor potențiale adecvate cu  $K_{m1}$  pe poziția A. În această situație, diodele  $D_{1A}$ ,  $D_{2A}$  sînt polarizate invers, iar  $D_{1B}$ ,  $D_{2B}$  polarizate direct. Ca urmare,  $D_{3A}$ ,  $D_{4A}$  vor conduce permițînd trecerea semnalului  $\hat{u}_{YA}(t)$  către AC, în timp ce  $D_{3B}$  și  $D_{4B}$  vor fi blocate, oprind transmiterea semnalului  $\hat{u}_{YB}(t)$ .

Poziționînd  $K_{m1}$  pe B, stările tranzistoarelor  $T_1$  și  $T_2$  și ale perechilor de diode  $D_{1A}$ ,  $D_{2A}$  și  $D_{1B}$ ,  $D_{2B}$  respectiv  $D_{3A}$ ,  $D_{4A}$  și  $D_{3B}$ ,  $D_{4B}$  se inversează astfel încît canalul B este cel cuplat la AC.

Conectarea ambelor canale A și B în modul alternat sau comutat rezultă în mod asemănător, ținînd seama că tranzistoarele  $T_1$  și  $T_2$  trec succesiv în stările de conducție și de blocare în ritmul frecvenței de basculare dependentă de poziționarea comutatorului  $K_{m2}$ . Prin acest comutator se aplică anumite polarizări de la sursele de alimentare, astfel încît cu  $K_{m2}$  pe poziția ALT comutarea se face cu frecvența bazei de timp, CB funcționînd în regim de bistabil comandat de  $U_{pe}$ , iar pe poziția COM cu frecvența fixă  $f_c$  dependentă de anumite elemente de circuit  $R$ ,  $C$  din schemă, CB în acest caz avînd regim de astabil.

Diagramele de semnale și imaginile de pe ecran, aferente celor două regimuri de comutare a canalelor sînt reprezentate în figura 4.34.

La trasasare s-a ținut seama că modul alternat se aplică la frecvențe înalte, iar cel comutat la frecvențe joase.

În regimul comutat s-au figurat și impulsurile  $i_s$  care se aplică la CSS și comandă stingerea spotului în momentul trecerii de la un canal la celălalt,



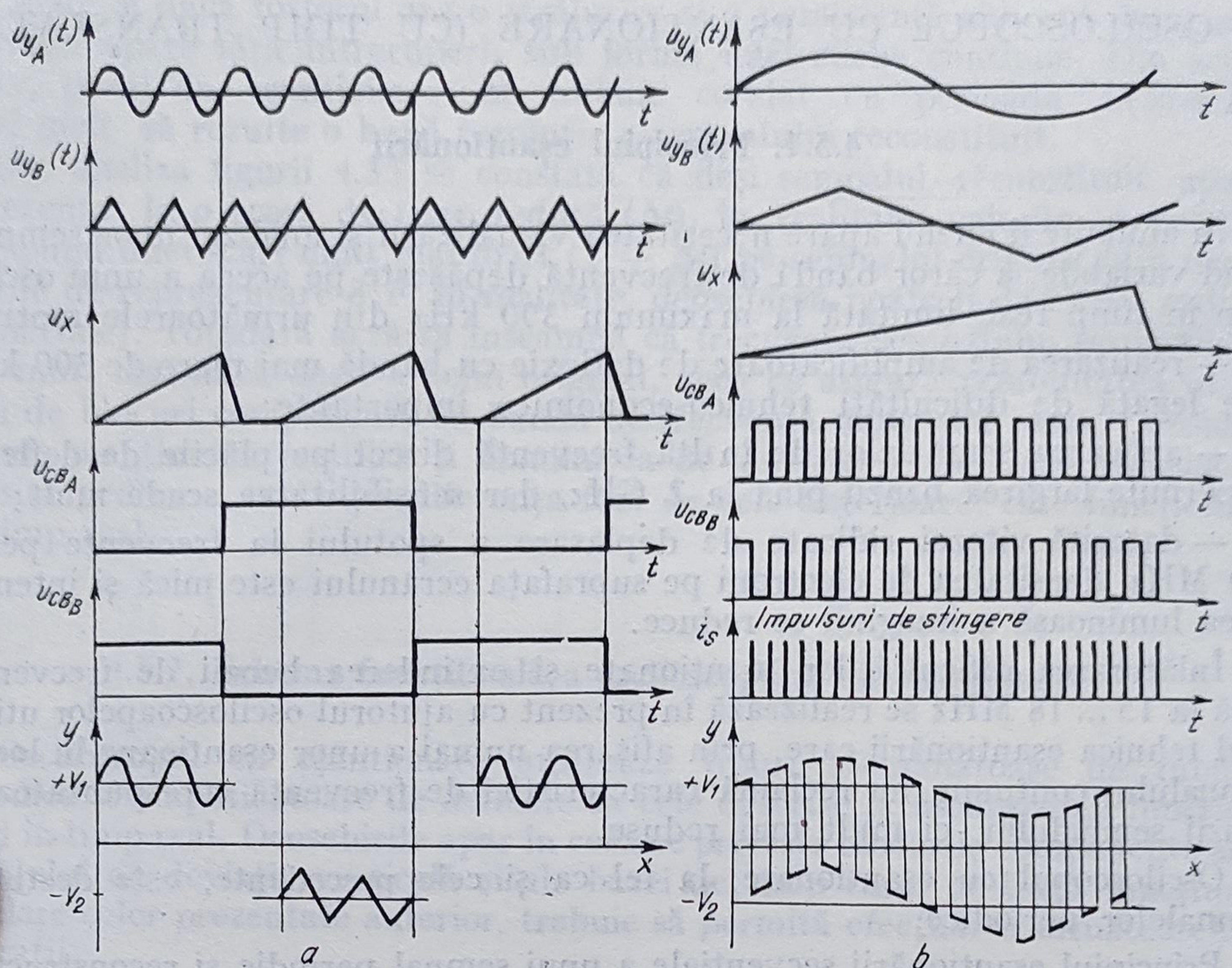


Fig. 4.34. Diagramele de semnale la multiplexarea canalelor  $A$  și  $B$ :  
a — modul alternat; b — modul comutat.

pentru a evita apariția pe ecran a unor linii verticale (trasate subțire pe figură), care ar avea efecte negative asupra imaginii celor două semnale.

Pentru însumarea celor două semnale  $\hat{u}_{yA}(t)$  și  $\hat{u}_{yB}(t)$  se întrerupe alimentarea  $+U_c$  a  $CB$  trecînd  $K_{m2}$  pe poziția  $A+B$ . Aceasta are ca efect obținerea unor semnale de comandă  $U_{CEA}$  și  $U_{CEB}$  continue și identice, de un nivel care polarizează invers atît diodele  $D_{1A}$ ,  $D_{2A}$  cît și  $D_{1B}$ ,  $D_{2B}$ . Perechile de diode  $D_{3A}$ ,  $D_{4A}$  și  $D_{3B}$ ,  $D_{4B}$  se vor afla ambele în conducție, determinînd însumarea în punctele  $M$  și  $N$  a semnalelor de pe cele două canale.

Anumite tipuri moderne de osciloscops folosesc pentru blocurile  $CB$  și  $CE$  scheme cu circuite logice integrate, care oferă avantaje în emiterea comenzilor necesare diverselor regimuri [23].

● **Osciloscops modularizate.** În scopul obținerii unei mai mari flexibilități în efectuarea operațiilor de măsurare, multe osciloscops se realizează în variante modularizate, constînd dintr-un cadru care conține o serie de blocuri de bază la care se pot conecta module diferite care diversifică îndeosebi funcțiile de intrare și cele referitoare la baza de timp.

Există diverse variante de asamblarea module în raport de nivelul de interfațare cu blocurile de bază. Cele mai eficiente din punctul de vedere al capacității de afișare sînt modulele la care interfațarea se face la nivelul amplificatoarelor de deflexie și care cuprind în principal blocuri de intrare cu sensibilități și impedanțe de intrare variînd în limite foarte largi, monocanal sau multicanal, de joasă frecvență sau de înaltă frecvență. În ceea ce privește baza de timp, de multe ori aceasta face parte din blocurile fixe, dar se întîlnesc și module pentru diferite baze de timp (simplă sau dublă).



## 4.5. OSCILOSCOPUL CU EȘANTIONARE (CU TIMP TRANSLATAT)

### 4.5.1. Principiul eșantionării

În anumite domenii apare necesitatea vizualizării și analizei unor semnale rapid variabile, a căror bandă de frecvență depășește pe aceea a unui osciloscop în timp real, limitată la maximum 300 kHz din următoarele motive:

- realizarea de amplificatoare de deflexie cu bandă mai mare de 300 kHz este legată de dificultăți tehnico-economice importante;

- aplicarea semnalelor de înaltă frecvență direct pe plăcile de deflexie ar permite lărgirea benzii până la 2 GHz, dar sensibilitatea scade mult;

- datorită vitezei ridicate de deplasare a spotului la frecvențe peste 300 MHz, densitatea de electroni pe suprafața ecranului este mică și intensitatea luminoasă a imaginii se reduce.

Înlăturarea dificultăților menționate și extinderea benzii de frecvență până la 15 ... 18 MHz se realizează în prezent cu ajutorul osciloscopelor utilizând tehnica eșantionării care, prin afișarea numai a unor eșantioane în locul semnalului continuu, nu reclamă caracteristici de frecvență corespunzătoare benzii semnalului, ci mult mai reduse.

Osciloscopul cu eșantionare, la fel ca și cele precedente, este destinat semnalelor periodice.

Principiul eșantionării secvențiale a unui semnal periodic și reconstrucția formei de undă originale din eșantioanele extrase pot fi urmărite pe figura 4.35.

Se observă că primul eșantion este prelevat la un moment determinat în raport cu un punct de referință  $R$ , în funcție de zona în care se dorește să înceapă vizualizarea. Celelalte eșantioane se culeg la intervale de timp egale în perioada  $T$  a semnalului plus pasul de eșantionare  $\Delta t$ , până la explorarea completă a unei perioade. Ele apar astfel situate față de referința  $R$  la intervale de timp linear crescătoare, această proprietate stînd la baza reconstituirii semnalului.

Semnalul reconstituit este discontinuu, alcătuit dintr-o succesiune de puncte corespunzătoare ordonării eșantioanelor în cadrul perioadei. Dacă numărul de eșantioane cu ajutorul cărora este reconstituită forma de undă

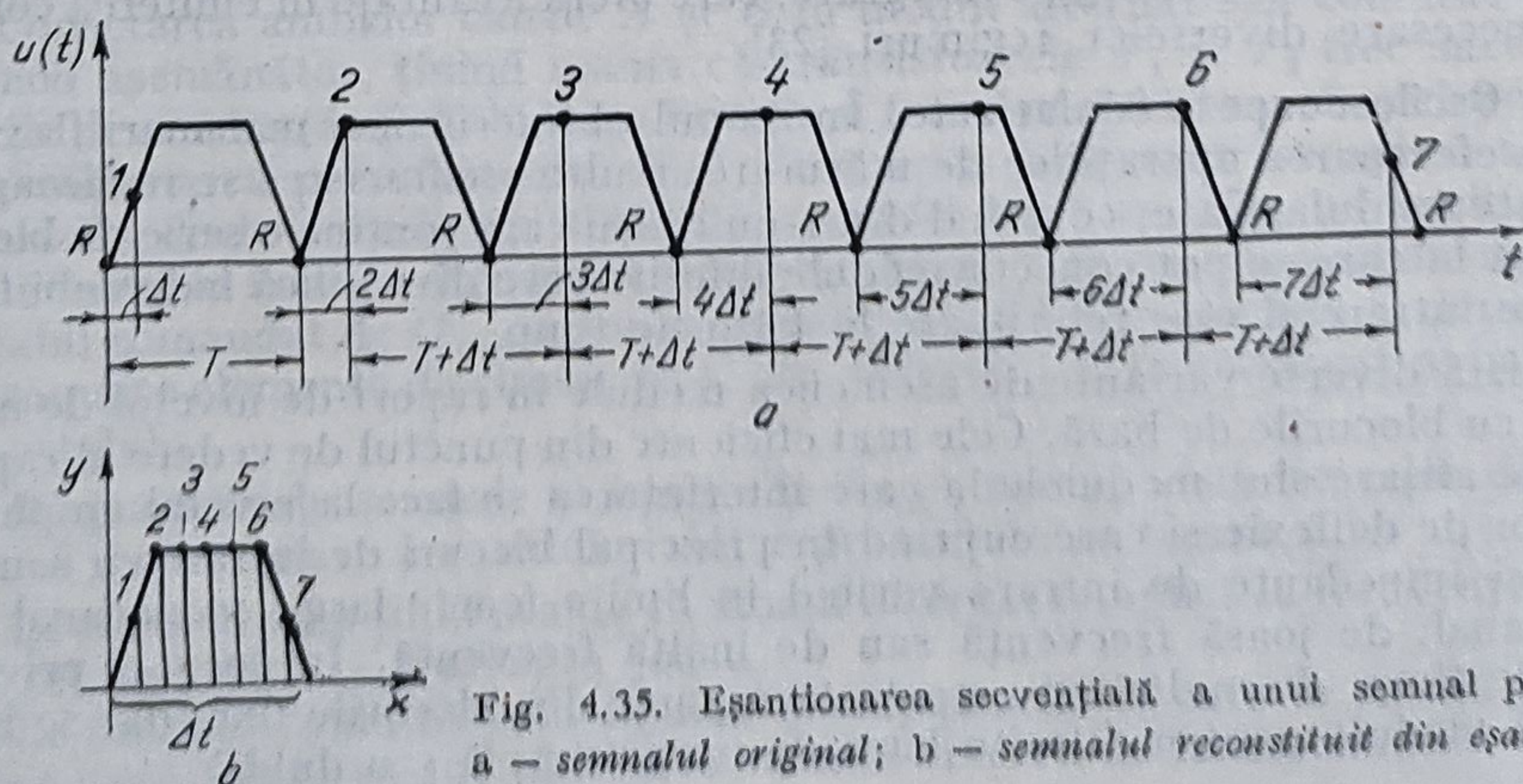


Fig. 4.35. Eșantionarea secvențială a unui semnal periodic:  
a — semnalul original; b — semnalul reconstituit din eșantioane.



este mare și dacă fosforul are o strălucire și o persistență ridicată, imaginea pe ecran apare fără întreruperi, sub forma unei curbe continue. Din acest motiv, pasul de eșantionare  $\Delta t$  trebuie corelat cu perioada  $T(\Delta t \ll T)$ , astfel încât să rezulte o bună rezoluție a semnalului reconstituit.

Din analiza figurii 4.35 se constată că deși semnalul reconstituit apare reprezentat la o scară de timp redusă ( $\Delta t$ ), în realitate valorile respective corespund unei scări mult mai mari ( $T + \Delta t$ ) pe semnalul original (din necesitățile de reprezentare 8:1; în realitate, deosebirea poate fi de câteva ordine de mărime). Totodată aceasta înseamnă că frecvența semnalului reconstituit este mult mai mică decât a celui original, ceea ce asigură posibilitatea utilizării de blocuri componente cu bandă de frecvență mult mai joasă. Considerentele menționate justifică și denumirea de *osciloscop cu timp translatat*, folosită pentru a evidenția diferența față de cele anterioare, care funcționau în timp real.

#### 4.5.2. Schema funcțională a osciloscopului cu eșantionare

Osciloscopul cu eșantionare utilizează tipuri asemănătoare de tuburi catodice și amplificatoare de deflexie ca cele descrise la osciloscopul funcționând în timp real. Deosebirile apar în ceea ce privește blocurile componente ale canalului de deviație verticală și ale bazei de timp care, pe lângă funcțiuni similare celor prezentate anterior, trebuie să permită efectuarea următoarelor operații:

- extragerea eșantioanelor din semnal la momente de timp determinate în raport cu o referință, memorarea acestora în intervalul dintre eșantionări și transmiterea lor către sistemul de deflexie verticală;
- producerea referinței de timp prin raportarea la o anumită valoare a semnalului periodic de vizualizat și generarea impulsurilor de comandă a eșantionării la momente determinate, în raport cu această referință;
- deplasarea pe orizontală a spotului sincronizat cu momentele de eșantionare, poziționarea fiind proporțională cu intervalele de timp considerate față de referința fixată.

În figura 4.36 este reprezentată schema funcțională a osciloscopului cu eșantionare, cu blocurile componente și modul lor de interconectare, iar în figura 4.37 diagrama de semnale care ilustrează funcționarea.

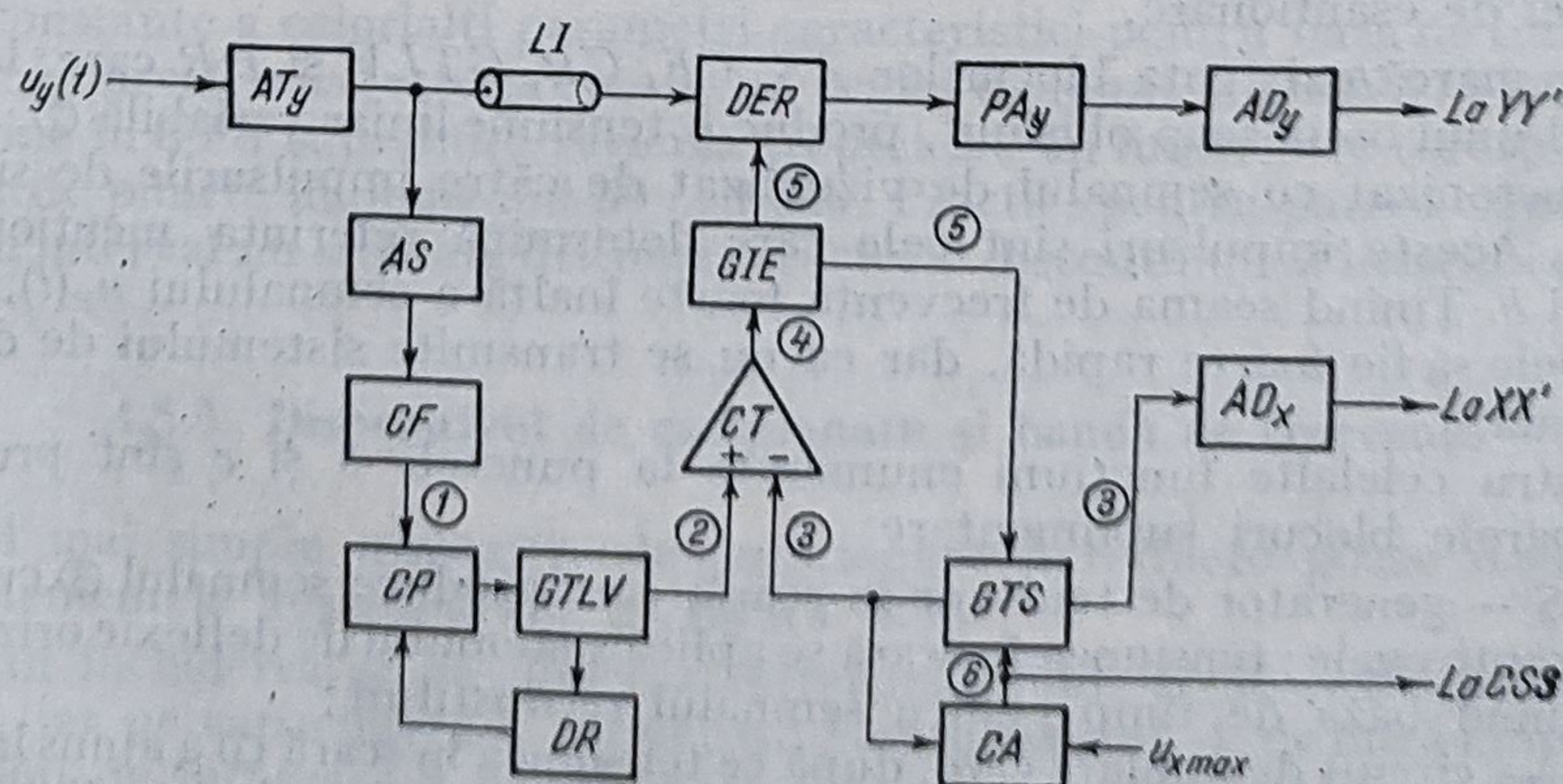


Fig. 4.36. Schema funcțională a osciloscopului cu eșantionare.



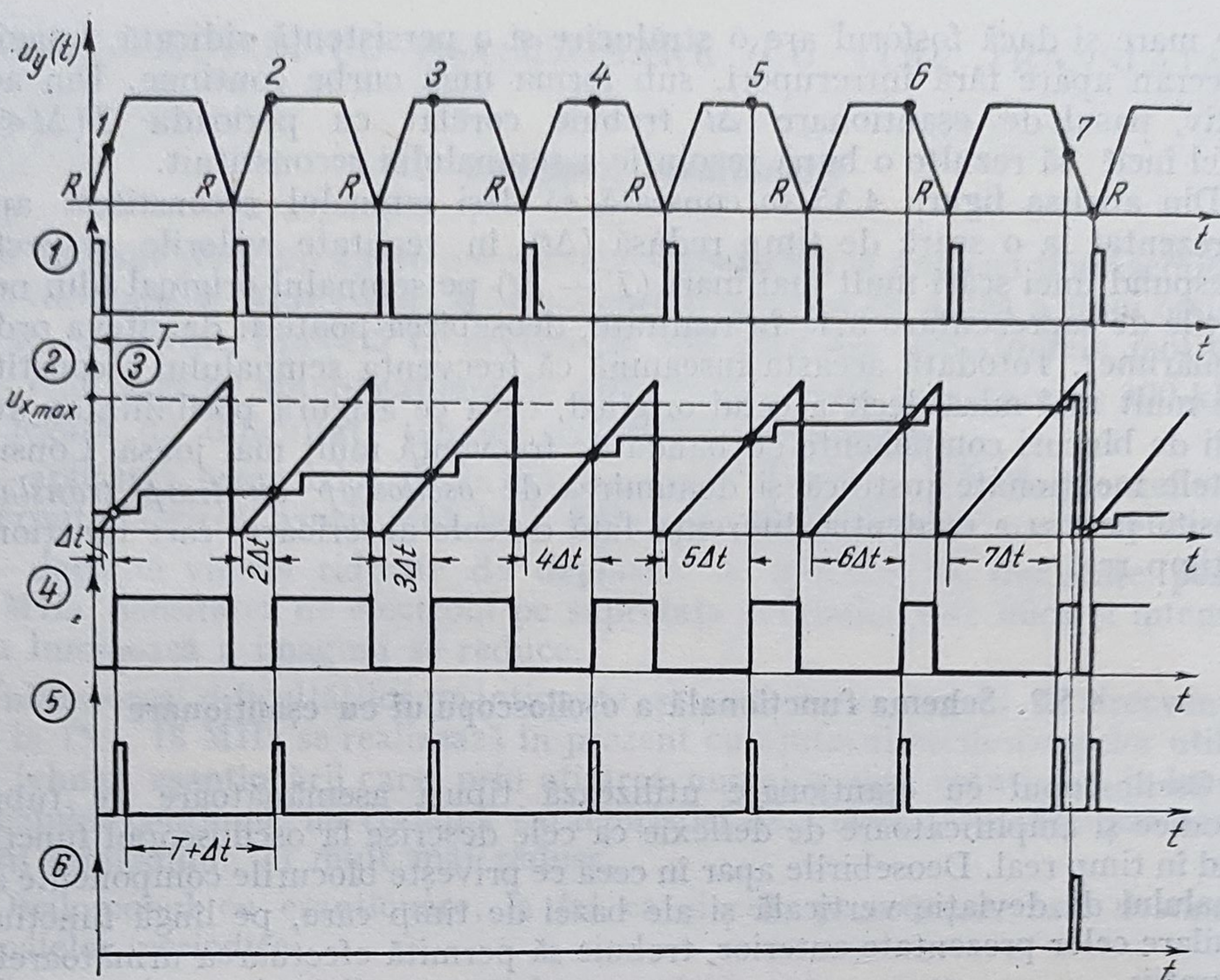


Fig. 4.37. Diagrama de semnale pentru osciloscopul cu eșantionare.

Pe canalul de deviație verticală, în afara blocurilor cunoscute  $AT_Y$ ,  $PA_Y$  și  $AD_Y$ , se află dispus dispozitivul de eșantionare și reținere  $DER$ , al cărui rol este acela de a îndeplini funcțiunile menționate la punctul  $a$  și care va fi analizat în detaliu în paragraful următor. La intrarea  $DER$  este plasată linia de întârziere  $LI$ , care realizează întârzierea semnalului  $u_Y(t)$  cu timpul corespunzător propagării comenzilor de eșantionare pe canalul bazei de timp (ca în paragraful 4.2.9).

Structura blocurilor care asigură generarea bazei de timp la osciloscopul cu eșantionare este mult mai complexă întrucât, în afara funcțiunilor de deplasare sincronizată a spotului pe orizontală, trebuie să efectueze și comandarea operației de eșantionare.

Se remarcă existența blocurilor  $AS$ ,  $CF$ ,  $CP$ ,  $GTLV$  și  $DR$  care, la fel ca în cazul unui osciloscop obișnuit, produc o tensiune liniar variabilă ②, declanșată sincronizat cu semnalul de vizualizat de către impulsurile de sincronizare ①. Aceste impulsuri sînt cele care determină referința menționată la punctul  $b$ . Ținînd seama de frecvența foarte înaltă a semnalului  $u_Y(t)$ , rampa ② trebuie să fie foarte rapidă, dar ea nu se transmite sistemului de deviație orizontală.

Pentru celelalte funcțiuni enumerate la punctele  $b$  și  $c$  sînt prevăzute următoarele blocuri suplimentare:

$GTS$  — generator de tensiune în scară, care produce semnalul ③ cu variație în trepte egale; tensiunea în scară se aplică sistemului de deflexie orizontală, constituind baza de timp pentru semnalul reconstituit;

$CA$  — circuit de anulare care, după ce tensiunea în scară ③ a ajuns la valoarea  $U_{xmax}$  corespunzătoare poziționării spotului în extremitatea din dreapta



ecranului, la apariția unei noi incrementări generează impulsul ⑥ de revenire la zero și astfel de readucere a spotului în stînga ecranului; totodată ⑥ se transmite la CSS pentru a comanda stingerea spotului pe durata cursei inverse;

*CT* — comparator de tensiune (similar cu cel descris în paragraful 4.3.1) care efectuează comparația între tensiunea liniar variabilă ② și cea în scară ③; în situația în care ② ajunge egală cu ③, semnalul ④ de ieșire din comparator basculează, marcînd astfel momentul în care se va efectua eșantionarea;

*GIE* — generator de impulsuri de eșantionare, care în momentul sesizării la intrare a frontului pozitiv al semnalului ④ generează un impuls ⑤ de acționare a *DER*; simultan impulsul ⑤ comandă incrementarea cu o treaptă a tensiunii ③ de la ieșirea *GTS*.

Din examinarea figurilor 4.35 și 4.37 se poate constata că variația în scară a tensiunii, reprezentînd baza de timp, este impusă de caracterul discontinuu al semnalului reconstituit. Prelevarea eșantioanelor la momentele de timp discrete  $k\Delta t$  este asigurată tocmai prin creșterea în trepte a semnalului ③. Valoarea  $\Delta U$  a unei trepte împreună cu panta  $v_{UB}$  a tensiunii liniar variabile ② sînt elementele care determină intervalul de eșantionare  $\Delta t = \frac{\Delta U}{v_{UB}}$ . Numărul de eșantioane este fixat prin numărul de trepte corespunzător tensiunii  $U_{x\max}$  de baleiere completă a ecranului pe orizontală,  $N = \frac{U_{x\max}}{\Delta U}$ .

Sub raportul reglajelor accesibile operatorului pe panou, osciloscopul cu eșantionare este prevăzut atît cu cele descrise la osciloscopia funcționînd în timp real, precum și cu unele specifice vizînd ajustarea intervalului de eșantionare și a numărului de eșantioane.

Variația vitezei de explorare a semnalului de vizualizat se obține modificînd durata cursei directe a spotului printr-un reglaj de tipul *TIMP/DIV*, care acționează asupra pantei  $v_{UB}$  a tensiunii ② generată de *GTLV*, amplitudinea menținîndu-se constantă. De exemplu, prin reducerea coeficientului *TIMP/DIV* se mărește viteza  $v_{UB}$  și menținînd aceeași valoare  $\Delta U$  a treptei semnalului ③ are loc o micșorare a intervalului de eșantionare  $\Delta t$ . Întrucît  $U_{x\max}$  este constant, numărul total de eșantioane  $N$  se păstrează și semnalul reconstituit va prezenta o imagine dilatată a unei zone mai restrînse a semnalului real.

Modificarea numărului de eșantioane din care este formată imaginea se poate efectua variînd valoarea treptei  $\Delta U$  a semnalului ③ în condițiile menținerii constante a celorlalți parametri caracteristici pentru baza de timp,  $U_{x\max}$  și  $v_{UB}$ . În acest sens, este prevăzut un reglaj denumit și *DENSITATE*, care intervine în *GTS* și permite varierea treptei  $\Delta U$  în limite care corespund unui număr de puncte în domeniul 50 ... 1 000. Practic, pentru partea superioară a acestui interval nu se poate distinge caracterul discontinuu al imaginii pe ecran.

#### 4.5.3. Dispozitivul de eșantionare și banda de frecvență

Cel mai simplu dispozitiv de eșantionare și reținere poate fi constituit din elementele reprezentate în figura 4.38.

Prin închiderea și deschiderea întrerupătorului *K* se realizează eșantionarea, iar pe capacitatea *C* reținerea. Amplificatorul *A*, pe lîngă amplificarea tensiunii de încărcare a condensatorului, asigură și o impedanță de intrare ridicată, care nu permite descărcarea acestuia.



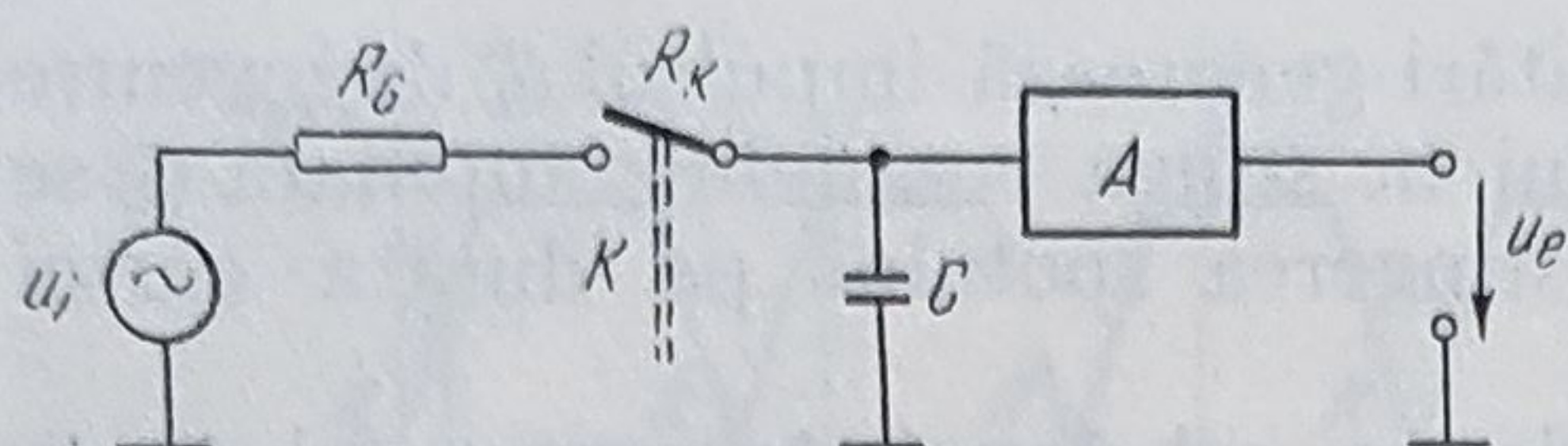


Fig. 4.38. Schema simplificată a unui dispozitiv de eșantionare și reținere.

În momentul în care, sub acțiunea impulsului de eșantionare, întrerupătorul  $K$  este închis tensiunea  $u_i$  se aplică la bornele capacității  $C$  care începe să se încarcă. Încărcarea capacității nu are loc instantaneu, ci cu o constantă de timp  $\tau = C(R_G + R_{Ki})$ , unde  $R_G$  este rezistența sursei de semnal, iar  $R_{Ki}$  rezistența întrerupătorului  $K$  pe poziția închis. Deoarece  $K$  stă închis un timp  $t_e$  foarte scurt (o fracțiune mică din  $\Delta t$ ) în comparație cu  $\tau$ , rezultă că tensiunea la care se încarcă  $C$  va fi mult mai redusă față de valoarea reală  $u_i$  din momentul eșantionării. Admițînd că înaintea fiecărei noi eșantionări tensiunea pe capacitate este adusă la zero, raportul  $\eta$  dintre valoarea  $u_e$  la care se încarcă  $C$  și aceea a intrării  $u_i$ , denumit și *eficiența eșantionării*, se poate exprima aproximativ prin relația:

$$\eta = \frac{u_e}{u_i} \cong \frac{t_e}{\tau} \quad (4.35)$$

și are valori cuprinse în domeniul  $0,01 \dots 0,1$ . Datorită acestui fapt poate să apară un decalaj între valorile reale ale semnalului și cele transmise după eșantionare, chiar dacă ele sînt amplificate de amplificatorul  $A$  [23], [43].

Pentru a înlătura această deficiență se recurge la o schemă cu reacție de forma celei reprezentate în figura 4.39.

Amplificatorul  $A_1$  este un amplificator de c.a. avînd o amplificare egală cu inversul eficienței de eșantionare  $A_1 = \frac{\tau}{t_e}$ , iar  $A_2$  este un amplificator de c.c. cu rol de repetor ( $A_2 = 1$ ).

Întrerupătoarele  $K_1$  și  $K_2$  se închid simultan. Deschiderea lor nu se efectuează însă concomitent,  $K_2$  rămînînd închis un timp mult mai lung decît  $K_1$ .

În aceste condiții, condensatorul  $C_1$  se încarcă, în intervalul de timp cît  $K_1$  este închis, la valoarea  $u_i t_e / \tau$ . Ținînd cont de amplificarea introdusă de  $A_1$  și de timpul lung cît  $K_2$  este închis, capacitatea  $C_2$  se va încărca la valoarea  $u_i$ . Această valoare este memorată pînă la următorul eșantion, deoarece descărcarea sa prin impedența de intrare mare a amplificatorului  $A_2$  este neglijabilă. Totodată tensiunea memorată este transmisă prin  $A_2$  la ieșire și prin bucla de reacție la intrare pe condensatorul  $C_1$ , care se încarcă astfel și el la valoarea  $u_i$ . În consecință, la eșantionul următor  $C_1$  va trebui să se încarce numai cu diferența de amplitudine față de cel precedent. Amplificatorul  $A_1$  fiind de c.a. va amplifica numai variația de tensiune pe  $C_1$ , transferînd-o pe  $C_2$ . Tensiunea de ieșire  $u_e$  va putea astfel să urmărească pe  $u_i$ , eliminîndu-se decalajele menționate pentru schema anterioară.

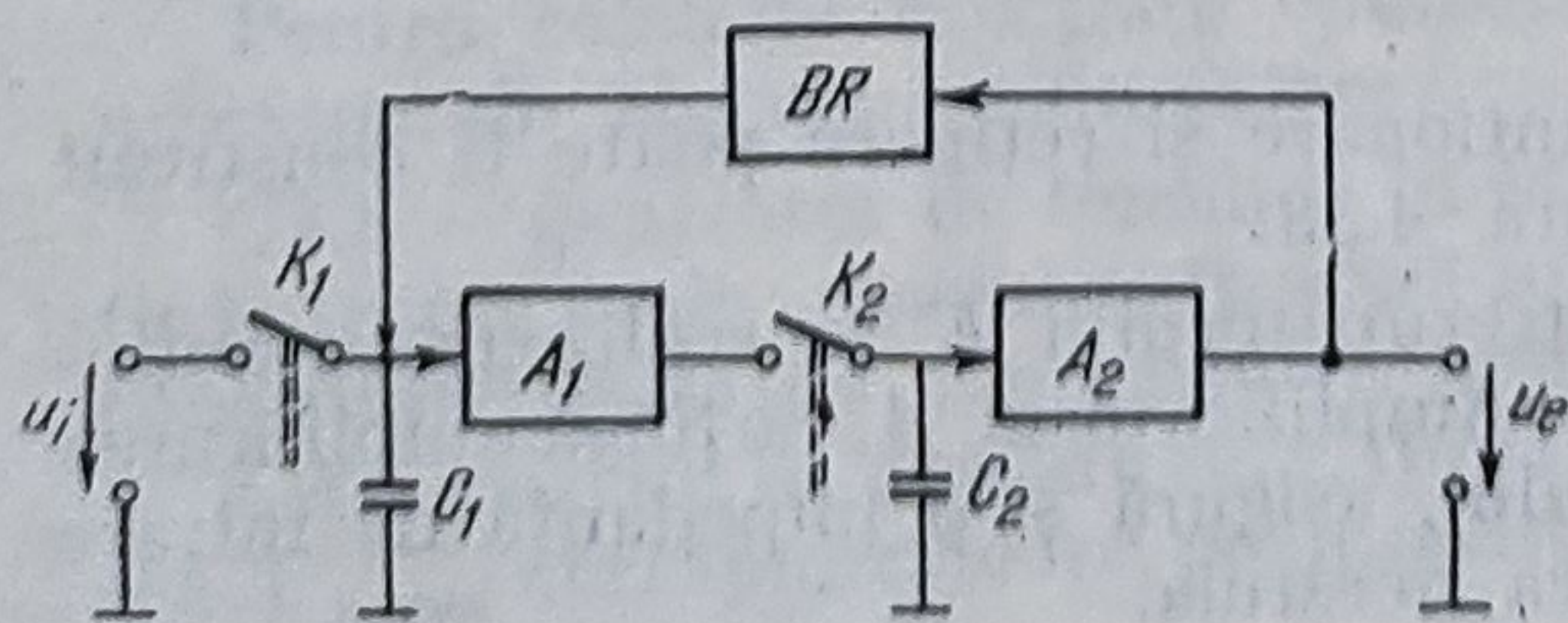


Fig. 4.39. Schema de principiu a unui dispozitiv de eșantionare și reținere cu reacție.



În cazul în care se dorește ca  $u_e$  să redea tensiunea  $u_i$  amplificată, se poate adopta o amplificare  $A_1$  mai mare decât eficiența de eșantionare și pentru a păstra un factor de transfer al buclei care să asigure prin reacție aplicarea pe  $C_1$  a valorii  $u_i$ , blocul de reacție  $BR$  va avea caracterul de atenuator. Pe această cale, folosind două atenuatoare în trepte, unul pe calea directă și altul pe reacție, avînd atenuările corelate între ele și cu  $A_1$ , se pot obține diverse amplificări cu menținerea unui transfer unitar al tensiunii  $u_i$  pe capacitatea  $C_1$ .

Întrerupătorul  $K_1$  și condensatorul  $C_1$  sînt denumite *poarta și condensatorul de eșantionare*, iar  $K_2$  și  $C_2$ , respectiv *poarta și condensatorul de memorare*.

Perioada de eșantionare  $\Delta t$  și prin aceasta performanțele în frecvență ale acestui tip de osciloscop sînt condiționate de banda de frecvență a circuitului de eșantionare, determinată la rîndul său de constanta de timp  $\tau$ . Cu cît această constantă de timp este mai redusă, cu atîta banda de frecvență și eficiența eșantionării sînt mai mari. De asemenea, pentru a asigura banda de frecvență, amplificatoarele trebuie să aibă un timp de creștere cît mai redus și impedanța de intrare foarte mare (mai ales  $A_2$  pentru a evita descărcarea capacității  $C_2$ ).

Comutatoarele  $K_1$  și  $K_2$ , pentru a permite eșantionarea la frecvențele menționate, sînt realizate sub forma de porți analogice cu diode cu caracteristici de comutație foarte rapide (Schottky), apte de a fi comandate prin impulsuri de durată extrem de redusă (de exemplu 100 ps [42], [43]).

Așa cum se poate vedea din figura 4.36, osciloscopul cu eșantionare descris comportă o linie de întârziere pe canalul de deflexie verticală. Această linie de întârziere, plasată înaintea dispozitivului de eșantionare, ridică probleme dificile de realizare pentru a nu introduce distorsiuni și a nu limita banda de frecvență. În scopul evitării acestor dificultăți a fost conceput *osciloscopul cu eșantionare aleatoare*, caracterizat prin aceea că se efectuează eșantionarea atît a semnalului de vizualizat cît și a bazei de timp, luîndu-se eșantioane corelate, dar la momente oarecare de timp (distribuite aleator și nu succedîndu-se ordonat la intervale de timp egale ca la eșantionarea secvențială). Cele două categorii de eșantioane sînt memorate și apoi transmise sistemelor de deflexie, constituind coordonatele punctelor care se afișează pe ecranul osciloscopului. Prin această tehnică se poate obține o creștere a vitezei de eșantionare într-o anumită zonă de interes a vizualizării semnalului și o sporire a limitei superioare a frecvenței pînă la 30 GHz. Detalii cu privire la schema și funcționarea osciloscopului cu eșantionare aleatoare sînt date în [23], [42], [43].

#### 4.6. OSCILOSCOPUL CU MEMORIE

Osciloscoapele descrise anterior, datorită persistenței reduse a imaginii pe ecran, nu pot fi utilizate în aplicații care necesită vizualizarea unor semnale neperiodice (tranzitorii), sau care se repetă la intervale mari de timp. Pentru a satisface cerințele impuse de asemenea aplicații au fost realizate așa-numitele *osciloscoape cu memorie*.

Osciloscoapele analogice cu memorie au structuri similare celor de uz general, deosebirea constînd în aceea că sînt echipate cu tuburi catodice speciale, avînd capacitatea de a reține imaginea semnalului și de a o afișa ulterior după un timp relativ îndelungat.



#### 4.6.1. Tubul catodic cu memorie electrostatică

Reprezentarea schematică a unui tub catodic cu memorie electrostatică este redată în figura 4.40.

Denumirea de *tub cu memorie electrostatică* provine din faptul că imaginea semnalului de vizualizat este formată și memorată prin polarizarea suprafeței unui dielectric.

În componența internă a acestui tub se regăsesc electrozii tipici (cathodul  $K_1$ , grila  $G_1$ , anozii de accelerare, focalizare și corectare a astigmatismului, notați sintetic  $A_1$  și anodul de postaccelerare  $APA$ ) alcătuind *tunul electronic principal*, care generează și formează fascicolul de electroni rapizi  $FER$ . Acest fascicol „de înscriere” este deviat de plăcile de deflexie  $Y-Y$ ,  $X-X$  în funcție de semnalul de vizualizat și de baza de timp, la fel ca la un osciloscop obișnuit. Tubul mai cuprinde încă două tunuri electronice  $K'_2$ ,  $G'_2$ ,  $A'_2$  și  $K''_2$ ,  $G''_2$ ,  $A''_2$ , plasate după sistemul de plăci de deflexie și care generează fasciculele de electroni lenți  $FEL'$  și  $FEL''$ . Spre deosebire de  $FER$  care este un fascicol îngust, focalizat pe suprafața de memorare a imaginii, acestea din urmă sînt fascicule difuze care inundă întreg ecranul. Fasciculele  $FEL'$  și  $FEL''$  sînt denumite „de citire”, întrucît ele servesc la reproducerea și menținerea imaginii memorate pe ecran. Caracterul rapid sau lent al celor două categorii de fascicule rezultă din diferența de potențial sub acțiunea căreia electronii sînt accelerați, mult mai mare în cazul  $FER$  decît pentru  $FEL'$  și  $FEL''$ .

În afara electrozilor menționați, tubul mai conține grila colectoare  $GC$ , grila de memorare  $GM$ , un electrod colimator  $C$  și stratul de fosfor depus pe ecran  $P$ .

Grila de memorare  $GM$  constă dintr-o plasă metalică fină (10–20 linii pe mm) pe care se află depus un strat subțire dintr-un material dielectric de mare rezistivitate, care posedă și proprietatea de emisie secundară, atunci cînd este bombardat de fasciculele de electroni (de exemplu, fluorura de magneziu). Memorarea imaginii se realizează pe suprafața exterioară a dielectricului.

Grila colectoare  $GC$  este de asemenea o plasă metalică care, printr-o polarizare corespunzătoare, colectează electronii produși prin emisie secundară sau prin respingere de către  $GM$ .

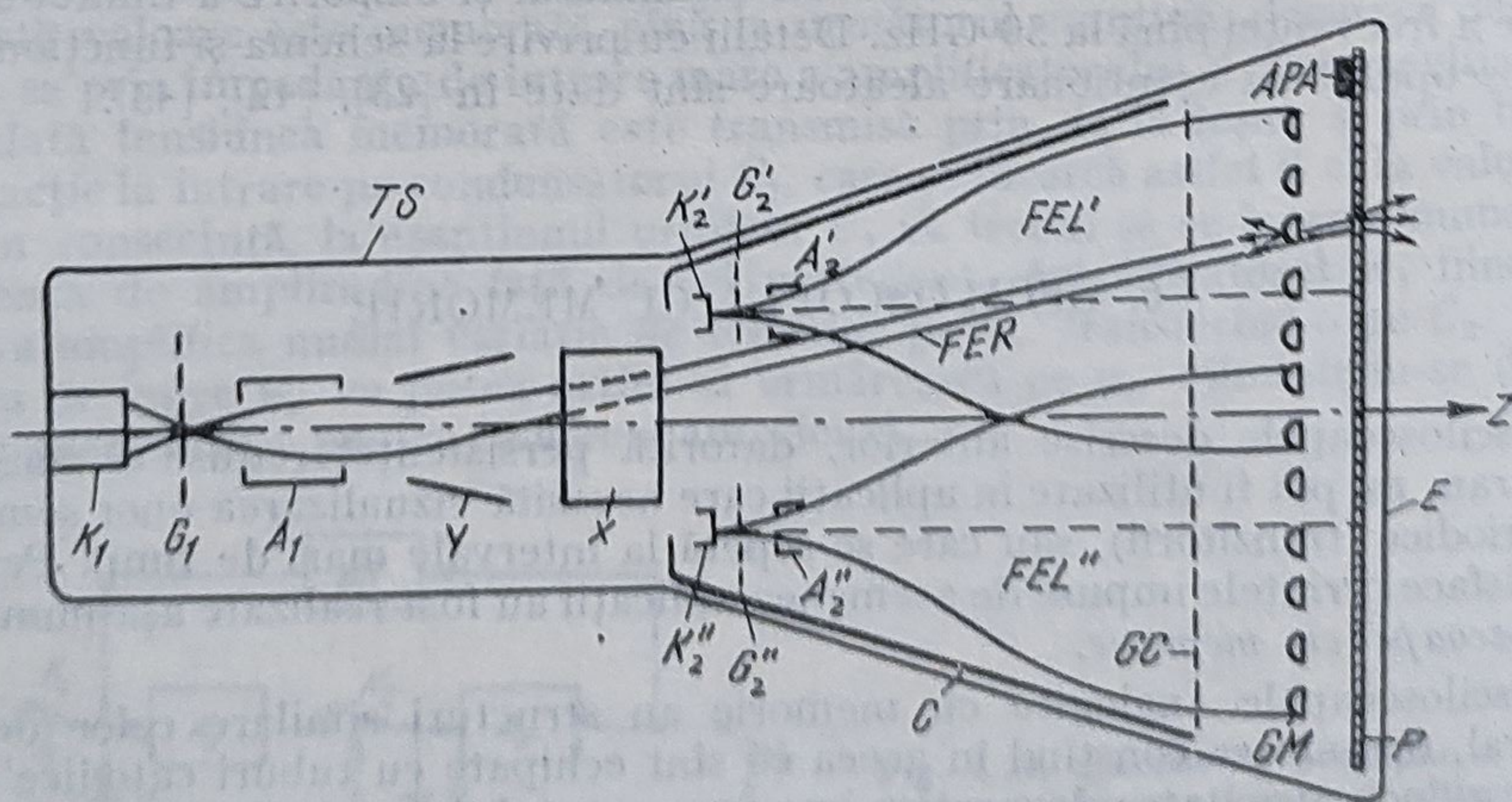


Fig. 4.40. Structura unui tub catodic cu memorie electrostatică.



Colimatorul  $C$  este constituit sub forma unei pelicule depusă pe perețele interior al tubului, polarizată astfel încît să producă un cîmp electric, avînd rolul de a asigura expansiunea necesară și direcționarea fasciculelor difuze  $FEL'$  și  $FEL''$  pe traiectorii perpendiculare pe  $GM$ . Alte tipuri de tuburi în locul colimatorului de forma menționată sînt prevăzute cu grile destinate aceluiași scop.

#### 4.6.2. Principiul memorării electrostatice

Pentru a înțelege principiul pe care se bazează operațiile de memorare și afișare a imaginii este necesară o succintă analiză a fenomenului de emisie secundară, care se produce pe suprafața dielectricului depus pe  $GM$  prin bombardarea de către fasciculele de electroni. Caracterizarea acestui fenomen este

dată de variația raportului  $\gamma = \frac{n_s}{n_p}$ , unde  $n_p$  este numărul de electroni primari (incidenți) și  $n_s$  numărul de electroni secundari (emiși), în funcție de energia electronilor primari.

Energia electronilor primari direcționați către suprafața de memorare (înainte de a o lovi) este determinată de diferența de potențial la care au fost supuși între catodul și anodul de accelerare al tubului respectiv. Această energie, conform relației (4.12), poate fi exprimată sub forma  $W_a = qV_a$ , unde  $q$  este sarcina electronului și  $V_a$  este tensiunea aplicată electrodului de accelerare, admițînd potențialul catodului 0 V.

Energia  $W_m$  cu care în mod efectiv electronii bombardează dielectricul și care determină emisia secundară depinde și de potențialul inițial  $V_{mi}$  al suprafeței în zonele de incidență. Acest potențial, care poate diferi apreciabil de  $V_a$ , este condiționat de potențialul plasei metalice a  $GM$  pe care se află depus dielectricul și de polarizarea existentă ca urmare a emisiei secundare anterioară.

În figura 4.41 este trasată curba care exprimă variația raportului  $\gamma$  în funcție de  $W_a$ , ținînd seama și de influența grilei colectoare  $GC$ .

Intersecțiile curbei cu dreapta  $\gamma = 1$  permit să se distingă trei domenii de valori pentru energia  $W_a$  de accelerare a electronilor.

Se consideră un fascicol de electroni lenți cu  $W_a < W_1$  și o polarizare existentă a suprafeței dielectricului  $V_{mi} > 0$ , apropiată de  $V_a$  (tensiunea anodului de accelerare). Electronii sînt atrași către grila colectoare  $GC$  aflată la un potențial  $V_c > V_a$  și prin spațiile „transparente” ale acesteia o parte pătrund spre  $GM$ . În condițiile menționate, rezultă  $W_m < W_1$  și electronii care bombardează dielectricul determină o emisie secundară cu  $\gamma < 1$ . Sub acțiunea întreținută a fascicolului pe zona bombardată se acumulează sarcini negative, potențialul  $V_m$  scade și în apropierea acestei zone se for-

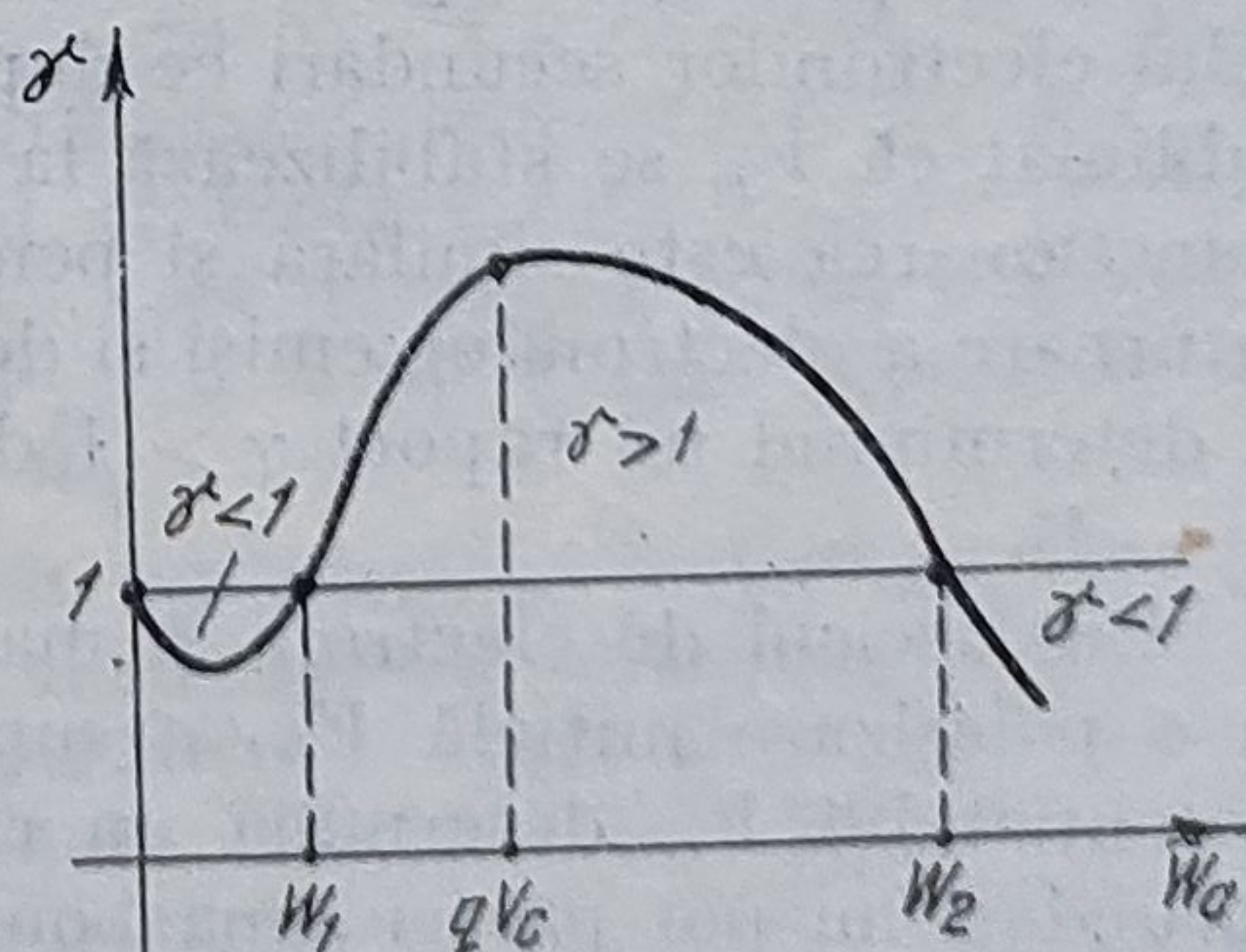


Fig. 4.41. Variația raportului de emisie secundară  $\gamma$  în funcție de energia de accelerație  $W_a$ .



mează un câmp electric, care exercită o acțiune de frînare asupra electronilor primari. Din cauza frînării, energia  $W_m$  se micșorează și emisia secundară, respectiv  $\gamma$ , de asemenea. Procesul continuă,  $V_m$  tinzînd către potențialul catodului (0 V) și  $\gamma$  către o valoare minimă. Pe măsură ce  $V_m$  scade și câmpul de frînare crește apare un efect de respingere a electronilor, reducîndu-se numărul  $n_p$  al celor care ajung să provoace emisia secundară. Această reducere se accentuează o dată cu trecerea potențialului la valoarea  $V_m = 0$ , cu tendința de negativare, ea devenind mai rapidă decît aceea a numărului electronilor secundari  $n_s$ , corespunzătoare unei micșorări a energiei  $W_a$ , menținînd  $n_p$  constant. Rezultă un raport  $\gamma$  (aparent) care rămîne subunitar dar, după ce a atins valoarea minimă, începe să crească. Datorită acestui fenomen, se poate admite că la limită, pentru  $W_a = 0$ , se obține  $\gamma = 1$ , ceea ce caracterizează starea în care electronii primari sînt blocați prin negativarea potențialului  $V_m$  și dielectricul nemaifiind bombardat cu electroni primari ( $n_p = 0$ ), evident nu mai emite nici electroni secundari ( $n_s = 0$ ).

Pentru un fascicol de electroni accelerați mai puternic (rapizi), cu o energie  $W_1 < W_a < W_2$  și o polarizare  $V_{mi}$ , respectînd aceleași condiții ca în cazul anterior, se realizează o emisie secundară cu  $\gamma > 1$ , care produce o aglomerare de sarcini pozitive pe suprafața bombardată. Dacă  $V_a$  și valoarea inițială  $V_{mi}$  sînt inferioare potențialului  $V_c$ , prin încărcarea cu sarcini pozitive  $V_m$  crește, provocînd mărirea energiei  $W_m$  și deci a raportului  $\gamma$ . Majorarea emisiei secundare are loc atît timp cît toți electronii emiși pot fi colectați de către GC, prin intermediul câmpului electric determinat de potențialul mai pozitiv  $V_c$ .

La apropierea potențialului  $V_m$  de  $V_c$  câmpul menționat slăbește în intensitate și apare o frînare a extragerii electronilor secundari din zona în care au fost generați. Datorită acestei frînări, creșterea raportului  $\gamma$  devine mai lentă. Pozitivarea suprafeței bombardate continuînd,  $V_m$  egalează potențialul grilei colectoare și câmpul electric, format de sarcinile pozitive în vecinătatea acestei suprafețe, începe să returneze o parte din electronii secundari. În acest mod se realizează o compensare a sarcinilor pozitive și raportul  $\gamma$  (aparent), după ce a atins o valoare maximă, începe să scadă, rămînînd totuși supraunitar. Pe măsură ce  $V_m$  are tendința să depășească potențialul  $V_c$ , compensarea amintită se intensifică, reducînd numărul electronilor secundari  $n_s$  care părăsesc efectiv dielectricul la un același  $n_p$ . Într-adevăr, se constată că numărul sarcinilor pozitive compensate devine mai mare decît sporul de electroni emiși (în condițiile colectării lor totale) obținut prin mărirea energiei electronilor incidenți. Astfel, raportul  $\gamma$  (aparent) se micșorează și la limită se obține  $\gamma = 1$  pentru un potențial  $V_m > V_c$  care să asigure compensarea integrală a numărului electronilor secundari ce depășesc pe cei primari la  $W_a = W_2$ . Este de subliniat că  $V_m$  se stabilizează la o valoare care nu diferă prea mult de  $V_c$ . Funcționarea este similară și pentru situația în care  $V_a > V_c$ , acțiunea de returnare a electronilor emiși și de compensare manifestîndu-se de la început și determinînd un raport  $\gamma > 1$  descrescător, care tinde către aceeași limită ( $\gamma = 1$ ).

Un fascicul de electroni și mai rapizi, accelerați cu o energie  $W_a > W_2$  și o polarizare inițială  $V_{mi}$  a suprafeței dielectricului sensibil superioară potențialului  $V_c$ , determină un raport (aparent)  $\gamma < 1$ , deoarece electronii secundari nu pot părăsi zona bombardată decît într-un număr inferior celor incidenți ( $n_s < n_p$ ). Are loc astfel o compensare intensă a sarcinilor pozitive și  $V_m$  descrește, favorizînd mărirea raportului de emisie subunitar. Variațiile



în sensurile menționate continuă până la aceleași valori limită ca în cazul precedent:

$$\gamma = 1 \text{ și } V_m \text{ apropiat de } V_c.$$

Din cele relatate, se poate trasa curba din figura 4.42, reprezentând variația potențialului  $V_m$  al suprafeței de memorare în funcție de raportul de emisie  $\gamma$ .

Punctele  $P_0$ ,  $P_1$  și  $P_2$  în care curba intersectează dreapta  $\gamma = 1$  delimitează, asemănător ca pentru caracteristica din figura 4.41, zone de evoluție diferită a potențialului  $V_m$ .  $P_1$  este un punct de instabilitate, orice variație de potențial față de  $V_{m1}$  conduce la depărtarea ireversibilă de acest punct.  $P_0$  și  $P_2$  sînt puncte de stabilitate, valorile  $V_{m0}$  și  $V_{m2}$  fiind cele către care evoluează  $V_m$  după zona în care se situează potențialul inițial  $V_{mi}$ .

Din combinarea dependențelor exprimate de curbele trasate în figurile 4.41 și 4.42 se poate deduce că în condițiile unor fascicule de electroni întreținute, prin polarizări  $V_{mi}$  adecvate potențialul suprafeței de memorare tinde către două valori stabile:  $V_{m0}$  pentru fascicule cu  $W_a < W_1$  și  $V_{m2}$  pentru  $W_a > W_2$ .

Pornind de la observația de mai sus, memorarea se poate efectua aducînd întreaga suprafață a dielectricului la un potențial  $V_m \leq V_{m0}$  caracterizînd starea „neînscrișă” și „înscriind” imaginea prin trecerea anumitor părți ale acesteia la un potențial  $V_{m+} \geq 0$  sub acțiunea unui fascicol de electroni rapizi cu  $W_a > W_1$ . Menținerea polarizărilor diferite care apar după înscriere, în condițiile întreruperii acțiunii fascicolului de electroni, este posibilă datorită rezistivității deosebit de mari a dielectricului depus pe GM, care face ca migrarea sarcinilor pe suprafața sa să fie foarte lentă.

#### 4.6.3. Regimurile de funcționare ale tubului catodic: memorare, afișare, ștergere, persistență variabilă

Trecînd acum la funcționarea concretă a tubului din figura 4.40, este necesar să se precizeze polarizările principalilor electrozi. Luînd ca referință potențialul catodilor  $K'_2$  și  $K''_2$ ,  $V_{K2} = 0$ , valori uzuale pot fi următoarele:  $V_{K1} = -1,5$  kV,  $V_{A1} = +60$  V,  $V_{A2} = +20$  V,  $V_c = +150$  V,  $V_{PM} = +3$  V (tensiunea la care este conectată plasa metalică a GM) și  $V_{APA} = +5$  kV. Pentru dielectric potențialul de blocare este  $V_{m0} = -5$  V, cel corespunzător intersecției  $P_1$  este  $V_{m1} = +40$  V, iar în urma operației de ștergere întreaga suprafață se află la  $V_{m-} = -10$  V care blochează sigur  $FEL'$  și  $FEL''$ , care au energia  $W_{a2} < W_1$ .

În condițiile menționate, atîta timp cît suprafața de memorare este neînscrișă, fasciculele difuze nu au nici un efect asupra ecranului, care rămîne neluminat. Fascicolul de electroni rapizi FER nu apare decît în momentul declanșării bazei de timp și pe durata acesteia. Fiind puternic accelerat ajunge pe suprafața de memorare, descriind o traiectorie ce reprezintă imaginea semnalului de vizualizat. Deși prin focalizare acest fascicol are o secțiune transver-

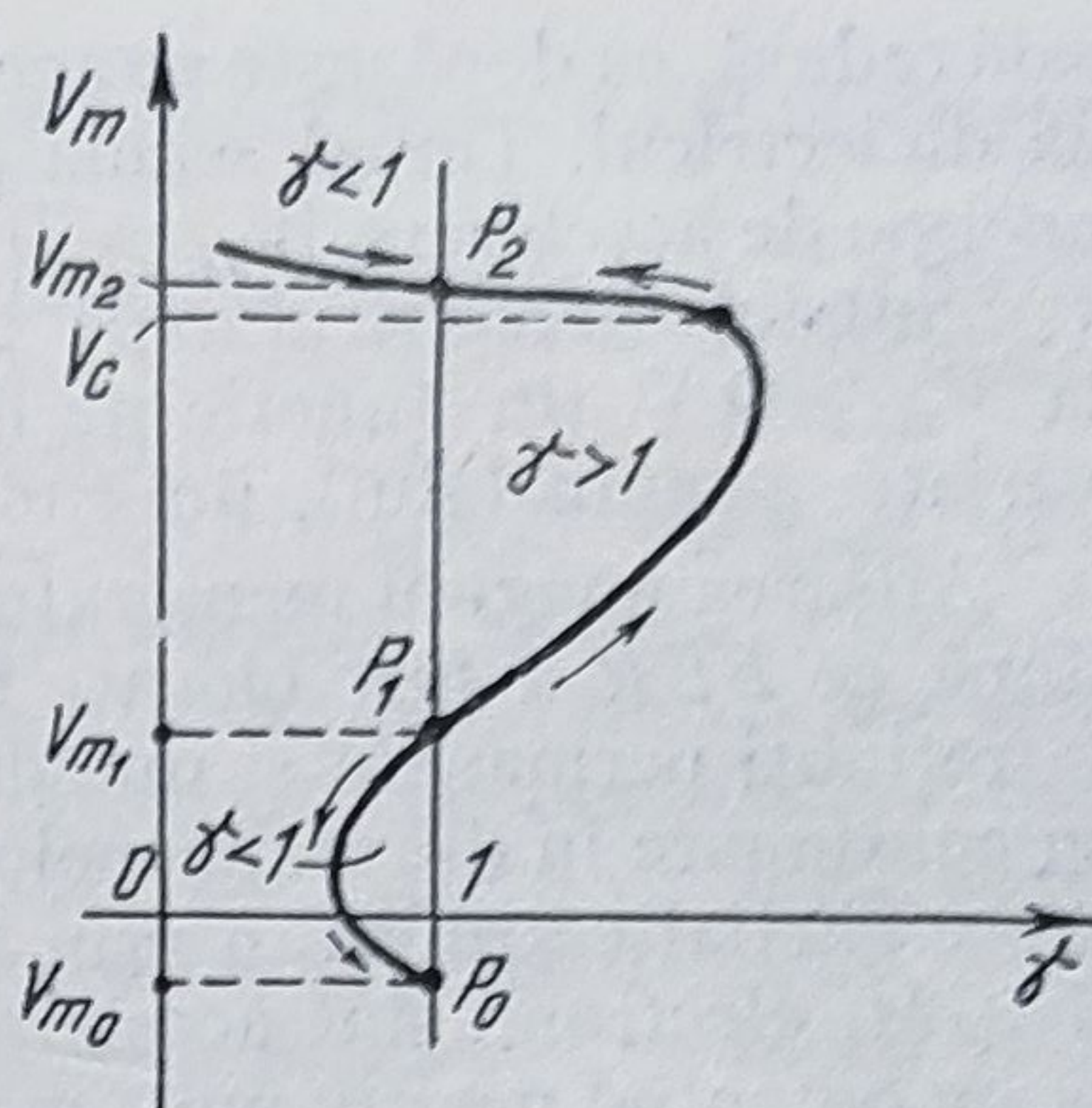


Fig. 4.42. Dependenta potențialului  $V_m$  al suprafeței dielectricului de raportul de emisie secundară  $\gamma$ .



sală redusă, ea depășește pe aceea a spațiilor transparente ale  $GM$  și bombardează dielectricul. Ținând seama de polarizarea puternic negativă  $V_{K1}$  rezultă o energie de accelerare  $W_{a1} > W_1$ , care determină o emisie secundară cu  $\gamma > 1$ . Potențialul dielectricului pe traiectoria baleiată crește de la  $V_{m-} = -10$  V la  $V_{m+} \geq 0$  V (în funcție de durata acțiunii  $FER$ , dependentă de viteza de variație a semnalului), imprimând astfel imaginea pe suprafața de memorare.

Afișarea imaginii memorate pe ecran se face cu ajutorul fasciculelor difuze, după ce  $FER$  a fost blocat. Electronii aparținând  $FEL'$  și  $FEL''$ , care sînt întreținuți permanent și inundă întreaga suprafață de memorare, sînt blocați în continuare în dreptul zonelor neînscrise aflate la  $V_{m-} = -10$  V, dar ei pot trece parțial către ecran prin zonele înscrise cu  $V_{m+} \geq 0$ . După ce au trecut de  $GM$ , electronii sînt accelerați de anodul de postaccelerare  $APA$ , conectat la un potențial pozitiv mult mai ridicat și imaginea memorată este transferată sub formă luminoasă pe ecran.

Modurile în care acționează fasciculele de electroni rapizi și lenti asupra grilei de memorare și ecranului sînt redată în figura 4.43.

Memorarea imaginii pe suprafața dielectricului, în situația în care fasciculele de electroni difuze sînt oprite (nu are loc afișarea), se poate menține

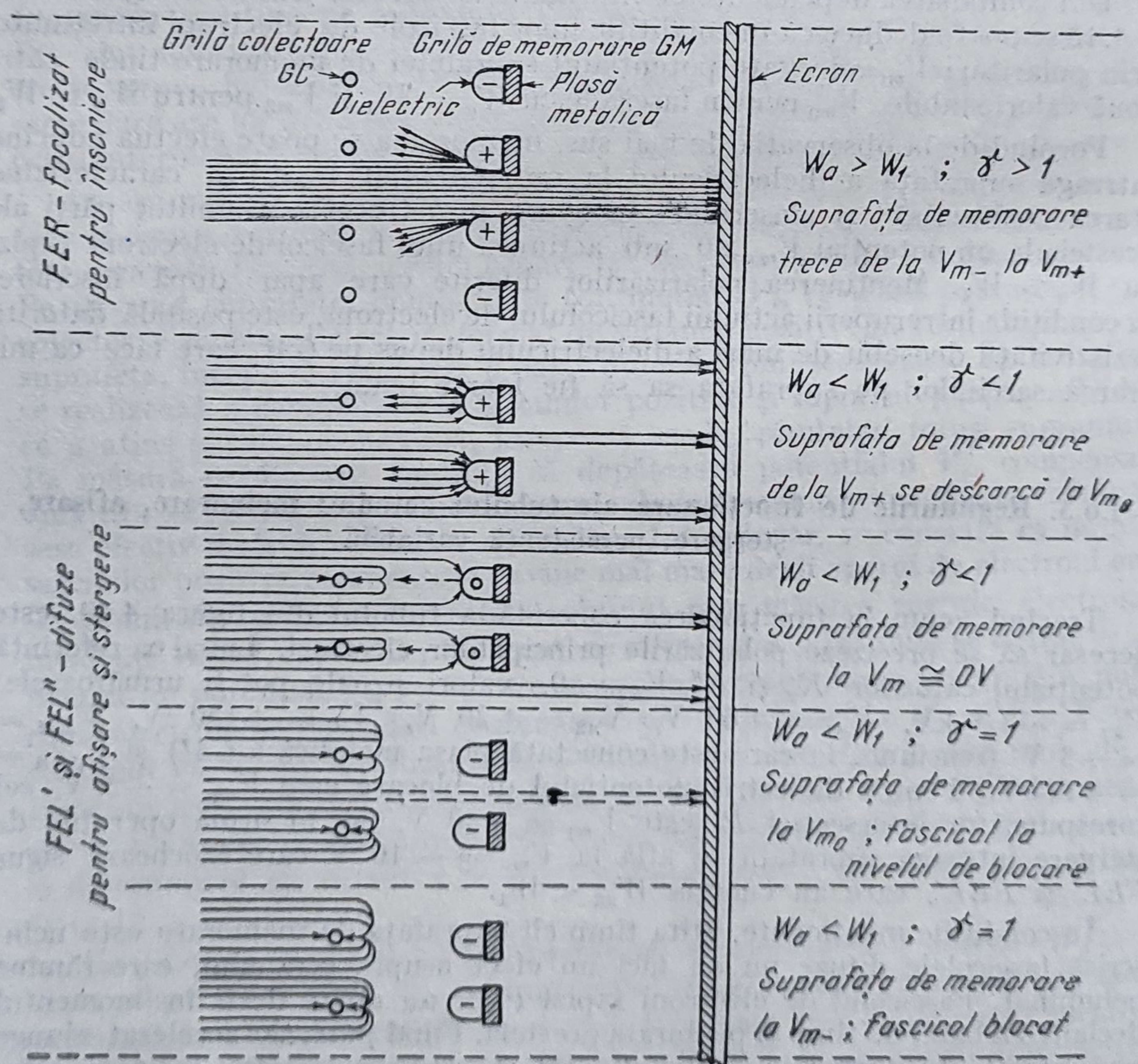


Fig. 4.43. Reprezentarea schematică a acțiunii fasciculelor de electroni asupra suprafeței de memorare.



un timp îndelungat (zeci de ore pînă la cîteva zile), chiar cu tubul catodic nealimentat.

Afişarea imaginii pe ecran cu o intensitate luminoasă şi un contrast maxime durează 1 ... 3 minute. Prin reducerea intensităţii luminoase şi a contrastului durata afişării poate fi mărită pînă la o oră.

Limitarea timpului de afişare se datorează degradării imaginii, prin micşorarea strălucirii acesteia şi prin apariţia unei iluminări de fond a ecranului care creşte în intensitate. Reducerea strălucirii este determinată de existenţa unei slabe emisii secundare cu  $\gamma < 1$ , provocată de fasciculele difuze pe zonele înscrise şi care tinde să le negativeze. Iluminarea de fond apare din cauza ionizării moleculelor de gaz din interiorul tubului de către *FEL'* şi *FEL''*. Ionii astfel formaţi sînt atraşi pe zonele neînscrise şi încep să le pozitiveze, permiţînd trecerea electronilor către ecran. Pentru a diminua acest ultim efect, anumite tuburi sînt prevăzute cu un electrod special colector de ioni.

Creşterea duratei de afişare, prin diminuarea fenomenului de descărcare a zonelor înscrise de către electronii fasciculelor difuze, se poate obţine controlînd densitatea acestora cu ajutorul unui tren de impulsuri cu factor de umplere variabil, aplicat pe grilele  $G'_2$  şi  $G''_2$ . Modificarea factorului de umplere (cu un potenţiometru durată — luminozitate aflat pe panou) în sensul scăderii va conduce la reducerea densităţii electronilor, micşorînd luminozitatea şi prelungind durata. Mărirea factorului de umplere are efectul invers.

Pentru vizualizarea unui nou semnal, fără a aştepta dispariţia celui memorat anterior, este prevăzută posibilitatea de ştergere a imaginii memorate printr-o comandă exterioară. În acest scop, prin intermediul unui buton situat pe panou, se aplică o tensiune pe partea metalică a grilei de memorare, care o aduce la acelaşi potenţial cu grila colectoare ( $V_{Pm} = +150$  V). Prin cuplaj capacitiv, pe toată suprafaţa de memorare se transferă un potenţial  $V_m > V_{m1}$ . Electronii fasciculelor difuze sînt acceleraţi către suprafaţa de memorare pe care o bombardează acum cu energie  $W_m > W_1$ , suficientă pentru a produce emisia secundară cu  $\gamma > 1$ . Rezultă astfel încărcarea rapidă a acestei suprafeţe cu sarcini pozitive şi ridicarea potenţialului  $V_m$  către  $V_c \cong V_{m2}$  corespunzător punctului de stabilitate  $P_2$  din figura 4.42. În această situaţie, potenţialele se egalizează pe întreaga suprafaţă a dielectricului, indiferent dacă anterior unele porţiuni au fost la 0 V (acolo unde a fost înscrisă imaginea) sau la  $-10$  V (zonele neînscrise rămase cu polarizarea iniţială).

În momentul în care se eliberează butonul de ştergere, potenţialul plasei metalice a lui GM revine la  $+3$  V şi ca urmare şi cel al suprafeţei de memorare scade la valoarea  $V_m < V_{m1}$ , readucînd punctul de funcţionare în zona cu  $\gamma < 1$ . Prin circuite electronice adecvate acest nivel este păstrat un timp  $t_1$  (circa 100 ms), suficient pentru ca prin captarea de electroni să se ajungă la  $V_m = V_{m0}$  corespunzător punctului de stabilitate  $P_0$  de pe curba din figura 4.42. Apoi potenţialul plasei metalice a lui GM este ridicat la  $+13$  V. Prin cuplaj capacitiv creşte la început şi potenţialul suprafeţei de memorare pînă la circa  $+10$  V, dar rămînînd sub  $V_{m1}$ , emisia secundară cu  $\gamma < 1$  continuă şi potenţialul descreşte din nou către  $V_{m0}$  într-un timp  $t_2$  (circa 200 ms). După acest interval plasa metalică a lui GM este readusă la  $+3$  V şi funcţionînd din nou cuplajul capacitiv potenţialul suprafeţei de memorare scade corespunzător la  $-10$  V. Potenţialul  $V_m = -10$  V este inferior nivelului de blocare a fasciculelor difuze şi electronii lenţi nu mai pot ajunge pe suprafaţa de memorare, fiind respinşi către GC. Fenomenul de emisie



secundară încetează și potențialul suprafeței de memorare nu poate scădea sub  $-10$  V. În această stare, în care toate punctele suprafeței de memorare ajung la potențialul de  $-10$  V, imaginea a fost ștearsă și tubul este pregătit pentru o nouă memorare.

Diagrama potențialelor aplicate pe plasa metalică a lui GM și a celor care rezultă pe suprafața de memorare în cadrul operației de ștergere este prezentată în figura 4.44.

Se remarcă faptul că fasciculele de electroni rapizi, pentru a putea permite reținerea imaginii pe suprafața de memorare, trebuie să aibă timp suficient pentru a o încărca cu sarcini pozitive ( $\gamma > 1$ ) la un nivel  $V_m$  care, în faza de afișare, să asigure trecerea electronilor lenți către ecran. Pentru tubul considerat, potențialul  $V_m$  trebuie să crească de la  $-10$  V la  $0$  V. Timpul necesar obținerii acestei variații de potențial în cursul unei singure baleieri constituie o măsură a ceea ce se numește „viteza de înscriere”, performanță care condiționează banda de frecvență a semnalului de memorat.

Notînd cu  $j_R$  densitatea de electroni primari a FER pe suprafața de memorare, cu  $\Delta V_m$  variația de potențial necesară pentru înscriere și cu  $C_{om}$  capacitatea pe unitatea de suprafață, rezultă:

$$\Delta V_m C_{om} = j_R (\gamma - 1) T_i, \quad (4.36)$$

unde  $T_i$  este timpul necesar pentru înscriere. Inversul acestui timp reprezintă viteza de înscriere sau de memorare  $v_i$

$$v_i = \frac{1}{T_i} = \frac{j_R (\gamma - 1)}{\Delta V_m C_{om}}. \quad (4.37)$$

În afară de mărirea densității de electroni rapizi și a accelerării sporite a acestora pentru a crește raportul  $\gamma$ , limitate din considerente constructive, o altă soluție o constituie micșorarea variației  $\Delta V_m$ . Astfel, luînd  $V_{m-} = -6$  V, care se află încă sub potențialul de blocare de  $-5$  V, se obține  $\Delta V_m = 6$  V în loc de  $10$  V, ceea ce poate conduce aproape la dublarea  $v_i$ . Admițînd și valori  $V_{m+}$  mai reduse, rezultă posibilitatea unor creșteri apreciabile ale vitezei de memorare. În acest scop, este prevăzut pe panou un dispozitiv de variere a vitezei de înscriere, care deplasează potențialul plasei metalice a lui GM la diverse valori, permițînd mărirea vitezei de

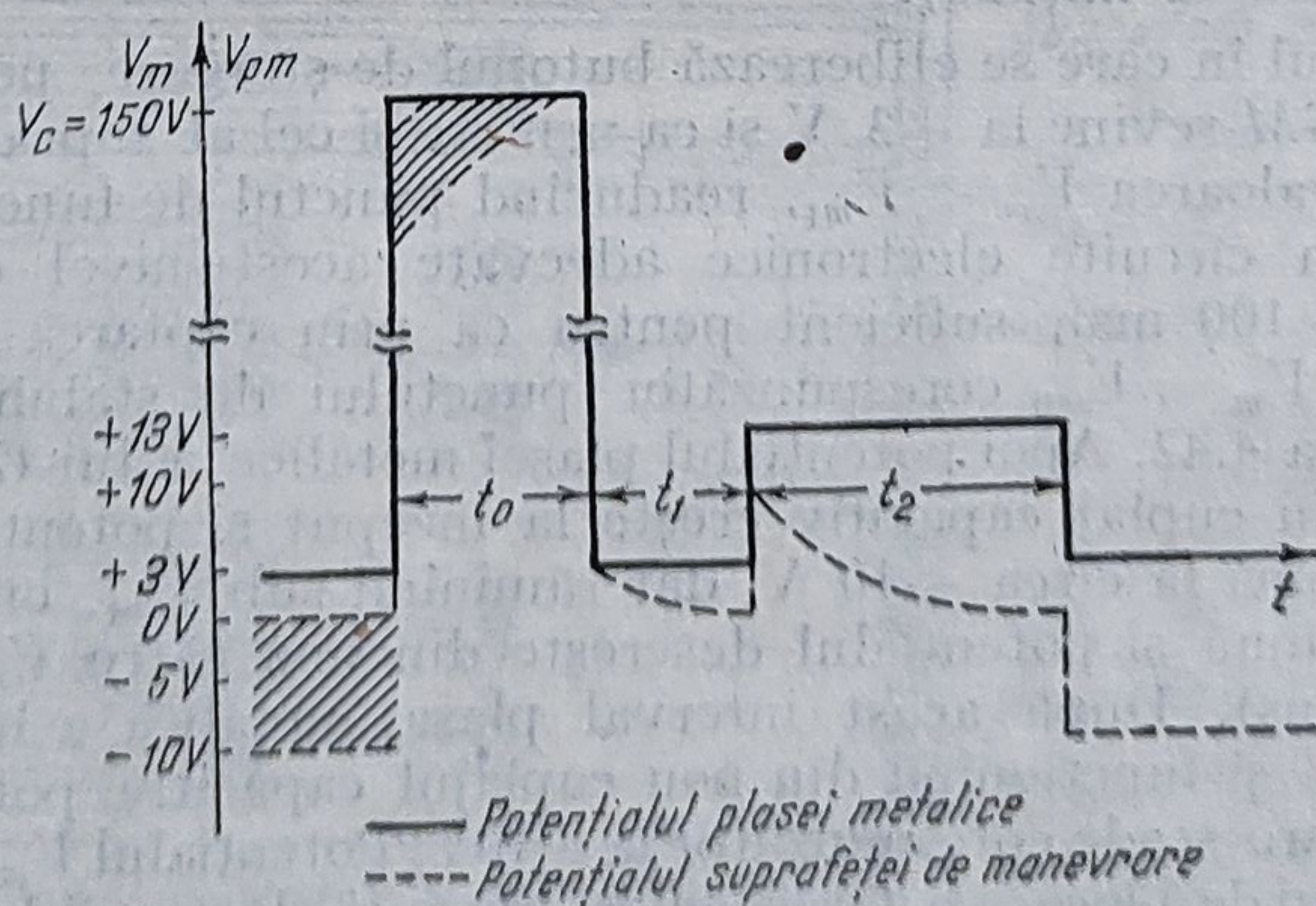


Fig. 4.44. Variația potențialelor pe grila de memorare în cadrul operației de ștergere.



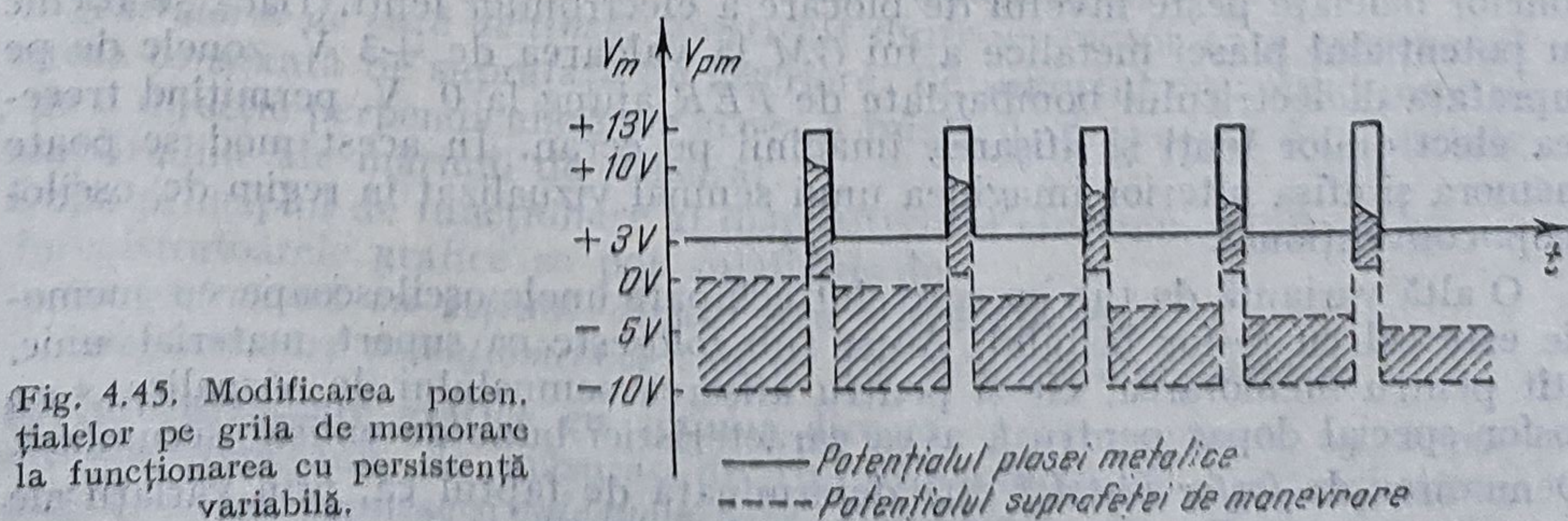
memorare de la 20 div/ms la 1 div/ $\mu$ s. Apar însă și dezavantaje care constau în principal în reducerea duratei afișării, micșorarea contrastului și apariția unor zone cu luminozitate neuniformă pe ecran, întrucât potențialele pe suprafața neînregistrată pot să se deplaseze peste nivelul de blocare. Între viteza de memorare și durata afișării există un raport invers: cu cât viteza este mai ridicată, cu atât se contează pe o durată de afișare mai redusă.

În ultimii ani au fost realizate tuburi catodice cu memorie electrostatică, avînd viteze de înscriere mult mai mari (peste 1 000 cm/ $\mu$ s), ceea ce permite memorarea și vizualizarea unor semnale foarte rapide, avînd banda de frecvență  $f_B \geq 100$  MHz. Una din tehnicile utilizate constă în prevederea unei grile de memorare de dimensiuni sensibil mai mici decît ale ecranului, urmată de un sistem de lentile electronice, care mărește și proiectează pe ecran imaginea memorată [53]. Micșorarea suprafeței de memorare implică reducerea vitezei de baleiere necesară, determinînd o creștere a densității de electroni și deci o încărcare mult mai rapidă. O altă tehnică se bazează pe dotarea tubului cu două grile de memorare, una avînd caracteristicile de viteză de înscriere menționate, iar cea de a doua, denumită *rapidă*, fiind prevăzută cu dielectric și polarizări care fac posibilă o viteză de înscriere mult mai ridicată [54]. Deoarece grila de memorare rapidă nu poate asigura și o durată convenabilă de afișare, ea servește numai pentru înscriere, după care imaginea este transferată pe cealaltă grilă în vederea vizualizării pe ecran.

Tubul catodic descris oferă și posibilitatea afișării, în condițiile unei bune stabilități a imaginii, a unor semnale periodice de frecvență joasă și foarte joasă, care pe ecranul unui osciloscop obișnuit produc o imagine pîlpîitoare, sau nu permit observarea variațiilor anterioare momentului curent de observare. În acest scop tubul este comandat să funcționeze în regimul cu „persistență variabilă”, prin aplicarea unui tren de impulsuri pozitive pe plasa metalică a grilei de memorare. Variațiile potențialelor pe suprafața de memorare, ca urmare a impulsurilor menționate, sînt reprezentate în figura 4.45.

Regimul cu persistență variabilă constă în ștergerea imaginii memorate cu o viteză care poate fi selectată de către operator. În acest regim, imaginea pe ecran rezultă în condițiile funcționării concomitente atît a tunului principal cît și a celor auxiliare.

Presupunînd că semnalul de vizualizat este de foarte joasă frecvență, FER se va deplasa lent pe suprafața de memorare și pe traiectoria respectivă se va obține încărcarea cu sarcini pozitive pînă la 0 V, restul rămî-nînd la -10 V (potențialul după ștergere). În absența impulsurilor pozitive





pe plasa metalică a lui  $GM$ , fasciculele de electroni lenți vor afișa imaginea memorată, așa cum s-a arătat anterior. La apariția primului impuls pozitiv, prin cuplaj capacitiv, are loc și o deplasare a potențialelor de pe suprafața dielectricului, după cum se vede pe figura 4.45; zonele neînscrise aflate la  $-10$  V ajung la  $0$  V, iar cele înscrise la valori cuprinse între  $0$  V și tensiunea de vîrf a impulsului. Amplitudinea impulsurilor este aleasă astfel ca potențialele pe suprafața de memorare să nu depășească în nici un caz  $V_{m1}$ . Ca urmare a polarizării întregii suprafețe de memorare la  $V_m \geq 0$  V, tot ecranul va fi inundat de electronii lenți ai fasciculelor difuze. Pe durata impulsului poate apărea astfel o iluminare de fond. Imaginea semnalului se vede, deoarece un anumit contrast se menține datorită zonelor înscrise mai pozitive. Totodată, în acest interval fasciculele de electroni lenți tind să descarce suprafața încărcată pozitiv către  $V_{m0}$ . Din cauza duratei reduse a impulsului, descărcarea nu se face decît parțial. În timpul pauzei, potențialele suprafeței de memorare revin la o stare apropiată celei inițiale conducînd la afișarea normală a imaginii, dar cu o reducere a intensității luminoase din cauza descărcării menționate.

Prin aplicarea succesivă a impulsurilor, descărcarea continuă, tinzînd ca după fiecare impuls potențialele zonelor înscrise și neînscrise să se apropie. Din ce în ce mai puțini electroni lenți ajung pe ecran pînă cînd, la  $V_m = -10$  V peste tot, fasciculele difuze sînt complet blocate. Imaginea afișată scade treptat în intensitate și în final se șterge complet. Viteza de ștergere poate fi variată, modificînd factorul de umplere al impulsurilor. Printr-o ajustare convenabilă a lățimii impulsurilor se poate realiza un regim de ștergere, corelat cu viteza de deplasare a spotului ( $FER$ ), astfel încît să rezulte o afișare sub forma unei imagini stabile, cuprinzînd una sau mai multe perioade ale semnalului de vizualizat. Cu alte cuvinte, se poate regla persistența pînă la apariția din nou a spotului și reîmprospătarea imaginii prin repetare.

Funcționarea cu persistență variabilă este utilă și pentru semnale lente neperiodice, atunci cînd în afara variației la momentul curent se dorește și afișarea evoluției anterioare pe un interval de timp nu prea îndelungat.

Osciloscopul cu tub cu memorie electrostatică poate să funcționeze și în regim fără memorare, ca un osciloscop obișnuit cu persistență medie sau redusă. Aplicîndu-se pe plasa metalică a lui  $GM$  un potențial scăzut la  $-25$  V, acesta se transferă și pe suprafața de memorare, blocînd trecerea electronilor lenți către ecran.  $FER$  generat de tunul principal nu este influențat de această polarizare, trece prin zonele transparente ale lui  $GM$  și apoi, accelerat de  $APA$ , afișează imaginea pe ecran. El generează sarcini pozitive pe suprafața de memorare, dar acestea nu pot crește potențialul zonelor baleiate peste nivelul de blocare a electronilor lenți. Dacă se revine cu potențialul plasei metalice a lui  $GM$  la valoarea de  $+3$  V, zonele de pe suprafața dielectricului bombardate de  $FER$  ajung la  $0$  V, permițînd trecerea electronilor lenți și afișarea imaginii pe ecran. În acest mod se poate memora și afișa ulterior imaginea unui semnal vizualizat în regim de osciloscop convențional.

O altă variantă de tub cu care sînt echipate unele osciloscoape cu memorie este cel cu fosfor bistabil. Acest tub folosește ca suport material unic, atît pentru memorarea, cît și pentru afișarea semnalului de vizualizat, un fosfor special dopat pentru a avea caracteristici bune de emisie secundară. Denumirea de *fosfor bistabil* este determinată de faptul că, prin variații ale



polarizării, el poate fi adus numai în două stări stabile: una în care, memorînd imaginea prin emisie secundară, permite afișarea ei și alta în care blochează orice iluminare a ecranului [43].

#### 4.7. APARATE ÎNREGISTRATOARE ANALOGICE

Aparatele de măsurat din această categorie dispun de capacitatea de a memora, prin imprimare pe un anumit suport, valorile unor curenți și tensiuni electrice variabile în timp.

Există o mare varietate de tipuri, diversificate atît din punctul de vedere al principiilor de funcționare, cît și al performanțelor: impedanță de intrare, sensibilitate, precizie, bandă de frecvență, număr de canale, înregistrare continuă sau prin eșantionare etc.

O primă clasificare, avînd drept criteriu general modul în care se efectuează memorarea, permite să se distingă două grupe mari:

- **înregistratoare grafice**, la care afișarea și memorarea se confundă într-o singură operație, rezultatul fiind imaginea grafică a mărimii variabile, trasată pe un suport observabil (hîrtie obișnuită sau cu proprietăți speciale);

- **înregistratoare magnetice**, caracterizate prin aceea că într-o primă etapă se face memorarea prin imprimare pe o bandă magnetică, iar imaginea se obține într-o etapă ulterioară folosind un dispozitiv de afișare separat.

Înregistratoarele grafice, prezentînd avantajul afișării imediate cît și un cost mai scăzut, sînt cele mai răspîndite. Cele magnetice, deși au performanțe superioare din punctul de vedere al benzii de frecvență și al numărului de canale, fiind mai scumpe și necesitînd echipamente speciale de afișare, sînt folosite mai ales în cadrul unor sisteme complexe de măsurare.

##### 4.7.1. Înregistratoare grafice

Aparatele înregistratoare aparținînd acestei grupe cuprind următoarele elemente principale:

- *dispozitivul electromecanic de măsurat*, care determină o deplasare dependentă de valoarea curentului sau tensiunii de înregistrat;

- *ansamblul de imprimare a imaginii grafice*, constînd dintr-un organ inscriptor și o suprafață de înscriere;

- *cuplajul mecanic*, prin intermediul căruia deplasarea echipajului mobil al dispozitivului de măsurat este transmisă organului inscriptor;

- *generatorul de bază de timp*, constituit dintr-un motor care antrenează cu viteză constantă fie suprafața de înscriere, fie suportul organului inscriptor, pe o direcție perpendiculară pe aceea a mișcării, provocate de variațiile de amplitudine ale mărimii de măsurat.

După principiul de funcționare al dispozitivului electromecanic de măsurat înregistratoarele grafice se pot subdivide în:

- *înregistratoare cu acțiune directă sau galvanometrice*;

- *înregistratoare potențiometrice sau de tip compensator automat*.

● **Înregistratoare grafice cu acțiune directă.** Aceste aparate au dispozitivul electromecanic de măsurat de tip magnetoelectric, justificîndu-se astfel de ce se mai numesc și *galvanometrice*. Denumirea „cu acțiune directă”



provine din faptul că mărimea de măsurat este convertită nemijlocit în deplasarea care se transmite organului inscriptor.

În funcție de destinație și performanțe (în special de sensibilitate și banda de frecvență), dispozitivul magnetoelectric poate fi cu suspensie pe lagăre sau pe benzi de torsiune.

Pentru aplicațiile la care cerințele privind sensibilitatea și banda de frecvență sînt mai reduse, cum sînt cele industriale în care intervin procese lente, se utilizează suspensia pe lagăre; pentru cele de laborator, în care intervine necesitatea înregistrării unor variații mai fine și mai rapide, se recurge la suspensia pe bandă.

Diferențieri constructive apar și în funcție de modul de afișare: cu linie continuă, sau prin puncte.

**Înregistratoare cu linie continuă.** În figura 4.46 sînt prezentate principalele subansambluri constructive ale unui înregistrator cu acțiune directă, avînd dispozitivul de măsurare cu suspensie pe lagăre și care trasează imaginea grafică cu linie continuă, folosind ca inscriptor o peniță cu cerneală 6 și ca suprafață de înscriere o bandă de hîrtie 7 care se deplasează cu viteză constantă.

Avînd în vedere caracterul variabil al mărimei de înregistrat, analiza funcționării dispozitivului magnetoelectric, reprezentat simbolic pe figură prin bobina 1, se efectuează pe baza ecuației de regim dinamic (3.54) și a indicatorilor de performanță prezentați în paragraful 3.1.2. Variațiile fiind de regulă aleatoare, sub aspect dinamic modul cel mai simplu de reprezentare îl constituie spectrul de frecvență, ceea ce face ca indicatorii de performanță specificați, de asemenea, în domeniul frecvenței să fie cei mai comod de utilizat.

Se reamintește că pentru a realiza înregistrări fără distorsiuni este necesar ca  $f_{max} < f_B$ , unde  $f_{max}$  este frecvența maximă cuprinsă în spectrul

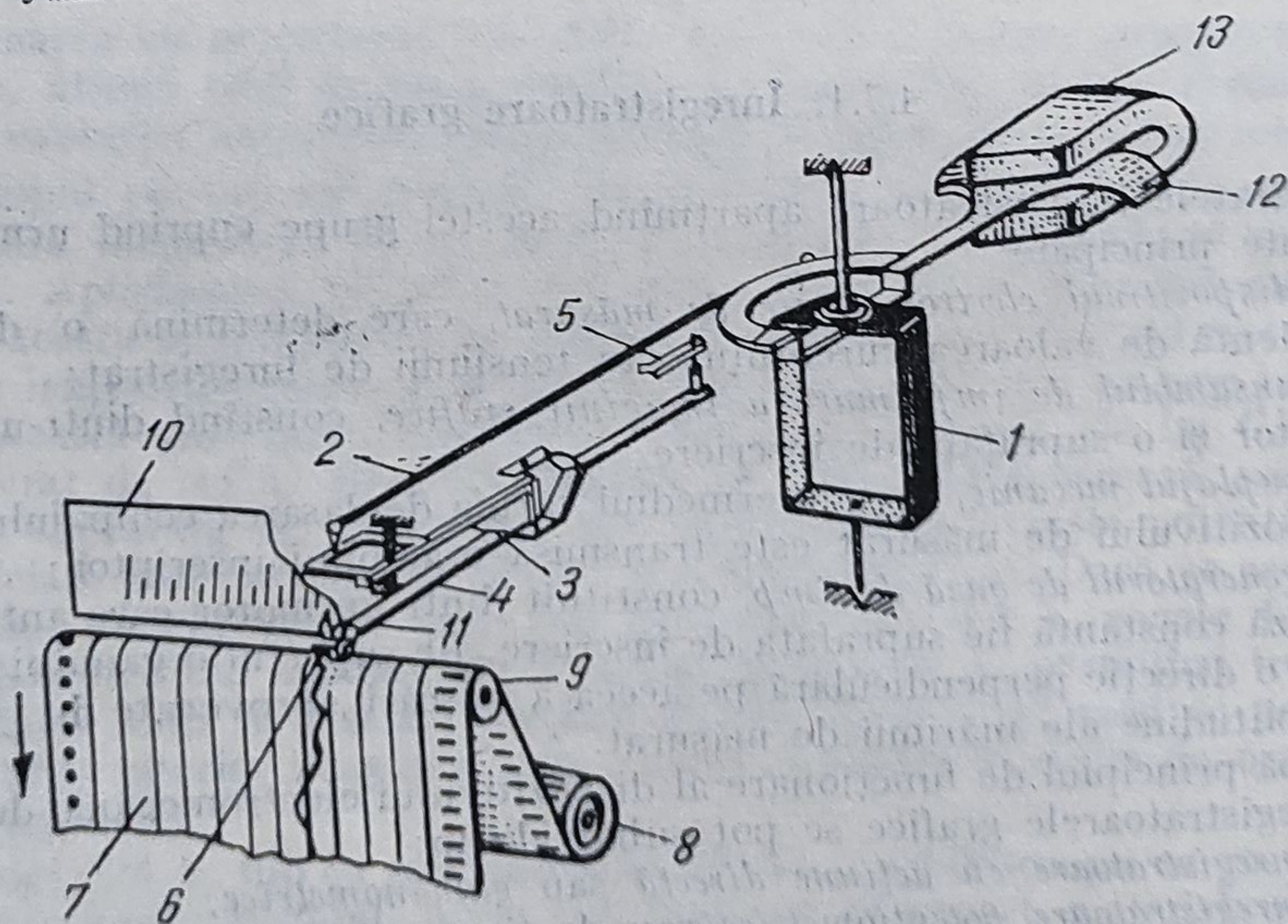


Fig. 4.46. Înregistrator cu linie continuă:

- 1 — bobina dispozitivului de măsurat; 2, 3, 4, 5 — mecanisme de cuplare; 6 — penița;  
7 — banda de hîrtie; 8 — rola de alimentare cu hîrtie; 9 — tamburul de antrenare;  
10 — scara gradată; 11 — vârful indicator;



semnalului, iar  $f_B$  banda de frecvență a dispozitivului magnetoelectric care, conform cu (2.203), are expresia:

$$f_B = f_n \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}},$$

unde  $f_n$  este frecvența proprie de oscilație a echipajului mobil, iar  $\xi$  este factorul de amortizare proporțional cu viteza. Conform relațiilor (3.54), pentru echipajul menționat  $f_n$  și  $\xi$  pot fi exprimate în funcție de momentul de inerție polar  $J$ , de constanta elastică a resoartelor  $K_r$  și de coeficientul de amortizare  $F$ :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_r}{J}} \quad \text{și} \quad \xi = \frac{F}{2\sqrt{K_r J}}.$$

Este evident că se dorește o bandă de frecvență  $f_B$  cât mai mare, ceea ce înseamnă o frecvență proprie  $f_n$  ridicată, întrucît  $\xi < 1$  nu poate fi micșorat prea mult din cauza creșterii supraurmăririi  $\sigma$  la variații bruște ale mărimii aplicate și a unui regim tranzitoriu prelungit.

Pe de altă parte, la deplasarea peniței pe hîrtia de înregistrat apare o forță de frecare importantă (depășește sensibil frecarea în lagăre), ceea ce impune necesitatea unui cuplu activ  $M_a = \Phi_0 i(t)$ , mult mai ridicat, deci o bobină cu dimensiuni și număr de spire mai mare decît în cazul aparateelor indicatoare. Din acest motiv, cît și datorită faptului că penița și mecanismul de cuplare sînt sensibil mai grele decît acul indicator, momentul de inerție polar  $J$  devine la rîndul său mult mai mare. În mod corespunzător, pentru a păstra pentru  $f_n$  o valoare acceptabilă semărește constanta elastică  $K_r$ , folosind resoarte spirale mai puternice. Creșterea valorilor pentru  $J$  și  $K_r$  are un efect nefavorabil asupra amortizării, astfel că pentru menținerea unui factor  $\xi = 0,7 \dots 0,8$  dispozitivele magnetoelectrice pentru înregistratoare sînt prevăzute cu elemente amortizoare suplimentare. Această amortizare se realizează pe principiul curenților induși în piesa 12 (dintr-un material neferomagnetic), care se mișcă între polii magnetului permanent 13. Pentru creșterea factorului de amortizare la valori mai mari se pot atașa și amortizoare hidraulice, constînd dintr-o paletă introdusă într-un rezervor cu ulei.

Frecvența proprie de oscilație  $f_n$  pentru înregistratoarele industriale este de circa  $2 \dots 3$  Hz, iar pentru cele de laborator poate ajunge la  $150 \dots 200$  Hz, asigurînd o bandă de frecvență  $f_B$  de  $1 \dots 2$  Hz, suficientă pentru mărimile lent variabile cărora le sînt destinate cele din prima categorie și de  $100 \dots 150$  Hz pentru celelalte care trebuie să fie considerabil mai rapide.

Performanțele de regim dinamic sînt uneori specificate și în domeniul timpului, prin intermediul valorilor minime posibile pentru timpul de creștere sau prin durată corespunzătoare unei deplasări a peniței egală cu lățimea utilă a benzii de hîrtie (de exemplu  $0,2 \dots 4$  s pentru înregistratoare lente). Sensibilitățile de tensiune și de curent pot varia în limite largi, în funcție de rezistențele adiționale și șunturile utilizate, domenii uzuale fiind de la  $100$  mV la  $600$  V c.c., respectiv de la  $1$  mA la  $15$  A. Înregistratoarele de laborator sînt prevăzute cu amplificatoare speciale care, pe lîngă creșterea sensibilității la valori ce permit măsurări în domeniile  $\mu$ V și mV, permit să se asigure o bandă de frecvență egală sau chiar superioară frecvenței proprii a dispozitivelor magnetoelectrice uzuale, păstrînd și o amortizare convenabilă [43].



Clasa de precizie este de 0,25 ... 1 pentru cele de laborator și de 1 ... 2,5 la cele industriale.

Prin prevederea de convertoare de valori medii, de valori de vîrf, sau de valori efective se poate extinde utilizarea și pentru înregistrarea variațiilor parametrilor ce caracterizează tensiuni și curenți alternativi cu frecvențe superioare benzii de trecere.

În ceea ce privește ansamblul de imprimare a imaginii grafice, varianta cu peniță și cerneală, deși cea mai veche, este încă cea mai răspîndită. Penița este construită sub forma unui capilar din sticlă sau dintr-un metal dur, grosimea liniei pe care o poate trasa fiind de 0,1 ... 0,6 mm. Cerneala este conținută într-un rezervor care, în cazul unor dimensiuni reduse corespunzător utilizărilor pentru înregistrări de scurtă durată, este atașat peniței și se mișcă o dată cu aceasta. În cazul înregistrărilor de lungă durată este prevăzut un rezervor imobil conectat cu penița printr-un tub capilar flexibil, așa cum se arată în figura 4.47.

Rezervorul 3 din figură are două camere, 5 și 6, și este astfel montat încît vîrfurile peniței și suprafața cernelei în camera 5 să se afle la același nivel. Scurgerea către peniță se bazează pe principiul capilarității și al vaselor comunicante, rolul celor două camere fiind acela de a asigura o presiune constantă a cernelei la ieșirea din peniță.

Cerneala trebuie să se usuce rapid pe hîrtie, dar să-și păstreze fluiditatea în rezervor.

Hîrtia de înregistrare trebuie să aibă o suprafață foarte netedă, care să asigure un coeficient mic de frecare cu penița. În același timp trebuie să fie capabilă de a absorbi cerneala, astfel ca să evite împrăștierea și să se reducă timpul de uscare.

Pe suprafața hîrtiei este trasată o rețea în coordonate rectangulare, care permite evaluarea valorilor de amplitudine și de timp pe graficul înregistrat. Pentru stabilirea unei etalonări de amplitudine, se poate folosi scara indicatoare 10, în fața căreia se deplasează acul indicator 11 solidar cu penița. Etalonarea de timp se face în funcție de viteza de înaintare pe care o determină generatorul de bază de timp.

Din cauza dificultăților de uscare a cernelei, în ultimii ani au apărut organe inscriptoare care folosesc în locul peniței tocuri de tipul celor cu pastă sau cu fibre de nylon. Pentru a soluționa problema frecării cu hîrtia și a înlătura limitările de performanțe ce decurg din aceasta sînt utilizate și alte procedee de înscriere, de exemplu prin efect termic pe o hîrtie termosensibilă, sau prin arc electric pe o hîrtie metalizată.

Înscrierea prin efect termic se bazează pe înlocuirea peniței cu un vîrf metalic încălzit electric cu o termorezistență. Acesta se deplasează, fără a

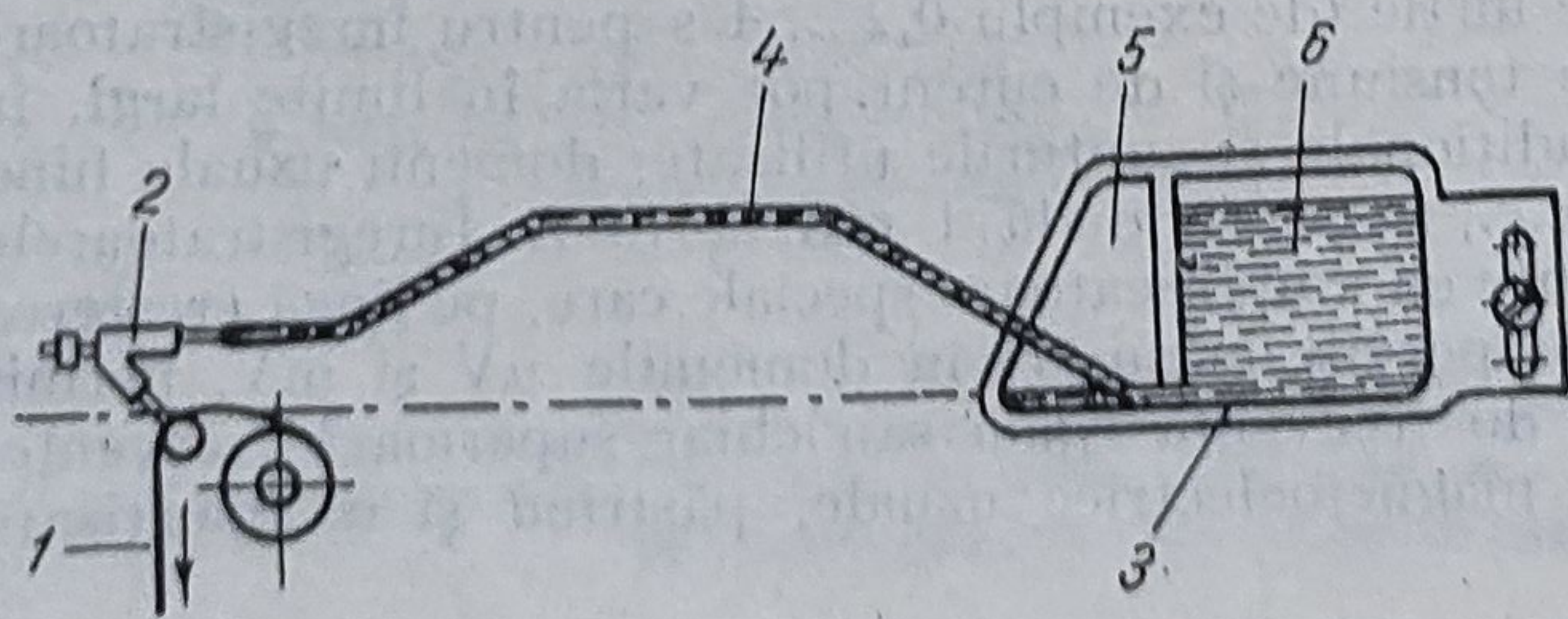


Fig. 4.47. Rezervorul de cerneală și legătura cu penița:

1 — banda de hîrtie; 2 — penița; 3 — rezervorul de cerneală; 4 — conducta de legătură; 5 — camera de nivel constant; 6 — rezervorul propriu-zis.



veni în contact, pe suprafața unei hîrtii acoperită cu un preparat chimic special și prin căldura degajată determină o schimbare de culoare.

La *înscrierea prin arc electric*, în locul peniței este prevăzut un electrod metalic din wolfram, care este legat la borna pozitivă a unei surse de 30 ... 50 Vc.c., cea negativă fiind conectată la hîrtia de înregistrare a cărei suprafață este metalizată prin depunerea unui strat subțire de cadmiu-zinc. Între electrod și suprafața metalizată a hîrtiei se află o distanță determinată astfel ca, la aplicarea tensiunii menționate, să se formeze un arc electric care evaporează pelicula de metal.

Aceste ultime procedee de înscriere sînt folosite cu precădere la înregistratoarele grafice cu banda de frecvență mai extinsă.

Deoarece bobina mobilă execută o mișcare de rotație, transmisia acesteia către penița inscriptoare se face printr-un cuplaj mecanic, constînd din tija 2, brațul de legătură 3, brațul de scriere 4 și culisa 5, care transformă deviația unghiulară într-o deplasare rectilinie proporțională.

Pentru a obține reprezentarea grafică în funcție de timp a mărimii de înregistrat, baza de timp este realizată prin deplasarea cu viteză constantă a hîrtiei. În acest scop, hîrtia, sub formă de bandă cu lățimea variînd între 40 ... 160 mm, este derulată de pe un sul de alimentare pe unul de colectare. Mișcarea de avans se face cu ajutorul unui tambur, avînd proeminențe care pătrund în niște perforații prevăzute pe ambele margini ale benzii. Antrenarea tamburului se efectuează fie cu ajutorul unui mecanism de ceasornic, fie cu motoare electrice sincrone sau pas cu pas. Între motorul de acționare și tambur se intercalează un reductor de viteză cu roți dințate, prin schimbarea cărora se pot obține diverse rapoarte de transmisie, respectiv diverse viteze de avans. Viteza de avans a hîrtiei trebuie să fie corelată cu viteza de variație a mărimii de înregistrat, pentru a obține un grafic comod de interpretat și o utilizare rațională a hîrtiei.

În aplicațiile industriale, unde variațiile sînt lente și înregistrările de lungă durată, vitezele sînt reduse, fiind cuprinse între 2 ... 7 200 mm/h, iar la cele de laborator ele pot fi mult mai mari (2 ... 7 200 mm/min). De regulă, fiecare înregistrator este echipat pentru obținerea a 3 sau 6 trepte de viteză, alegerea celei necesare putînd să se efectueze prin schimbarea manuală a roților sau cu dispozitive de comutare electromagnetice comandate prin butoane locale sau de la distanță (telecomandă), fără întreruperea funcționării. Eroarea maximă de viteză este de 1 ... 5%.

Antrenarea cu mecanism de ceasornic se folosește numai la viteze joase (2 ... 600 mm/h). Remontarea resortului se poate face manual ori automat, prin intermediul unui motor sincron, atunci cînd forța de acționare a scăzut sub o anumită valoare.

Motoarele sincrone monofazate sînt de tipul *cu spiră în scurtcircuit*, pentru a avea cuplu de pornire. În asociere cu reductoarele menționate, ele au utilizarea cea mai largă pentru întreaga gamă de viteze. Problema care se ridică este aceea a erorilor care pot apărea la variații de frecvență ale rețelei, viteza lor de rotație fiind direct proporțională cu aceasta. Ele oferă multiple posibilități de comandă automată a pornirii, opririi și schimbării treptelor de viteză.

Unele tipuri de înregistratoare mai moderne folosesc pentru antrenare motoare pas cu pas, la care reglarea vitezei se poate face în limite largi prin modificarea frecvenței impulsurilor de comandă [55], eliminîndu-se reductorul cu roți dințate. Prin obținerea impulsurilor menționate de la un oscilator cu cuarț (cu formatoare și divizoare de frecvență) se poate obține



o precizie foarte ridicată de reglare a vitezei, eroarea maximă fiind de 0,1 ... 0,2%. Prin modularea frecvenței impulsurilor de către o mărime externă se poate obține o dependență a vitezei de avans de mărimea respectivă.

Pentru scopuri de supraveghere, de alarmare sau de comandă automată, unele înregistratoare industriale sînt prevăzute cu contacte reglabile pentru valori maxime și minime. Aceste contacte sînt acționate la atingerea de către mărimea de măsurat a respectivelor valori limită.

Se construiesc înregistratoare cu acțiune directă, care permit trasarea graficelor de variație simultan pentru mai multe mărimi (2, 3 sau 4). Acestea sînt prevăzute cu un număr corespunzător de dispozitive de măsurat și organe inscriptoare, pe banda de hîrtie de înregistrat fiindu-le alocate zone distincte de 40 ... 60 mm lățime. Motorul de antrenare a benzii este unic, astfel încît înregistrările tuturor mărimilor se fac în raport cu aceeași bază de timp.

**Înregistratoare prin puncte.** Un procedeu mai economic pentru trasarea pe aceeași diagramă a graficelor mai multor mărimi îl constituie *înregistrarea prin puncte*. La aparatele bazate pe acest procedeu, în locul unei linii continue pe hîrtie apare o succesiune de puncte reprezentînd valorile mărimii de înregistrat la momente discrete de timp (valori eșantionate).

Principiul de funcționare este ilustrat în figura 4.48.

De bobina mobilă 1 este fixat rigid, ca element de transmitere a deviației, atît pentru citire pe scara gradată 3, cît și pentru înregistrare pe banda de hîrtie 4, acul indicator 2. Între acul indicator și banda de hîrtie se află interpusă o panglică 5 impregnată cu tuș. Rama 6, acționată de cama 7 la intervale de timp determinate de viteza cu care este rotită, cade peste acul indicator (suficient de elastic), care se îndoaie și prin apăsarea panglicii pe hîrtie imprimă un punct poziționat în funcție de valoarea mărimii de măsurat la momentul de timp respectiv. După imprimare, cama 7 ridică rama căzătoare 6 și eliberează acul 2 care se poate deplasa corespunzător unei alte valori a mărimii de măsurat. Pentru înregistrarea mai multor mărimi există mai multe panglici colorate în mod diferit (în exemplul din figură

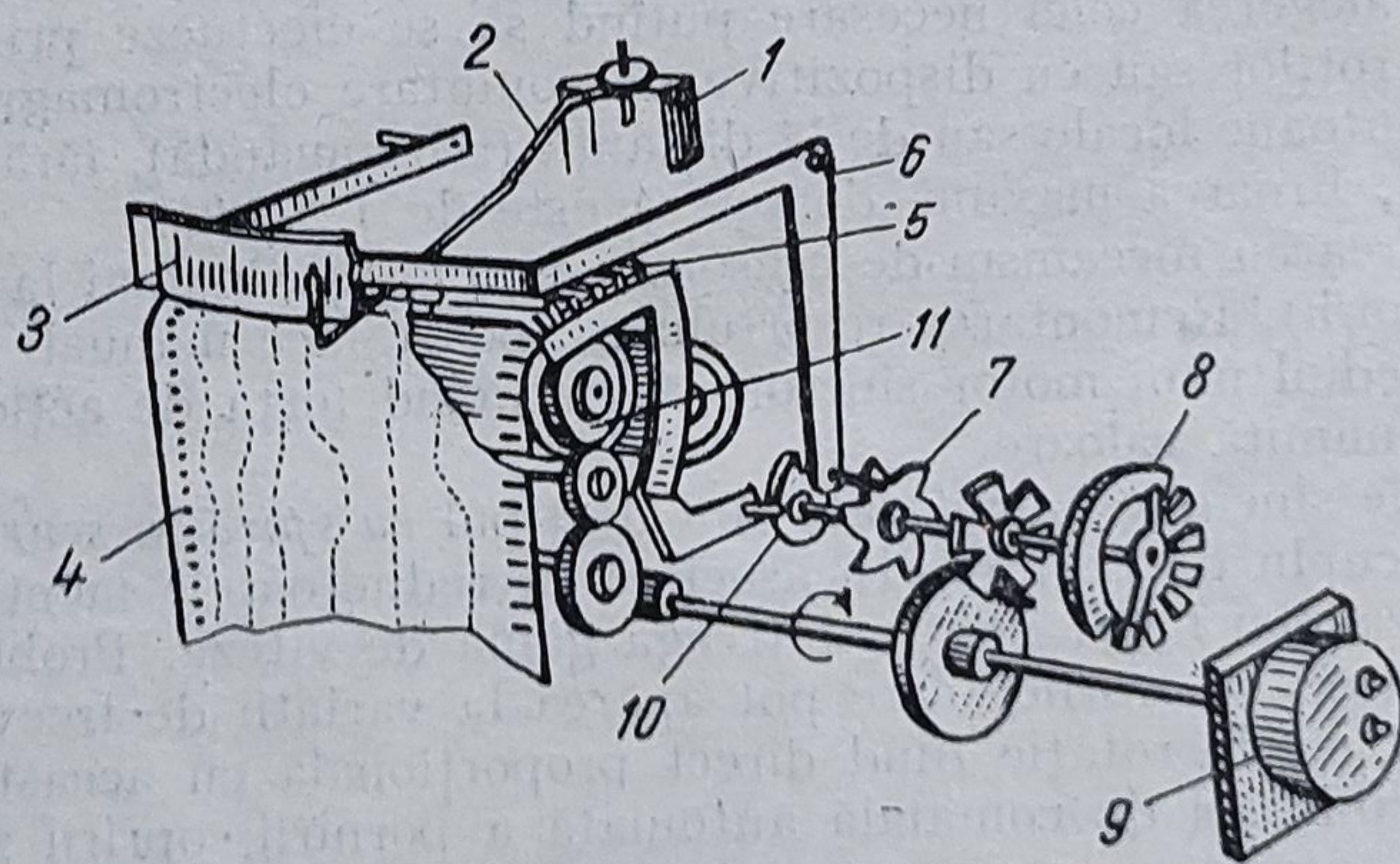


Fig. 4.48. Înregistrator prin puncte:

- 1 — bobina mobilă; 2 — acul indicator; 3 — scara gradată; 4 — banda de hîrtie; 5 — panglica pentru imprimare; 6 — rama căzătoare; 7 — cama de acționare a ramei; 8 — comutatorul; 9 — motorul sincron; 10 — cama de schimbare a panglicilor; 11 — tamburul de antrenare a hîrtiei.



sînt șase). Pe axul mecanismului cu came, acționat de motorul sincron 9, se află și un comutator 8 care conectează succesiv bobina mobilă la cele șase mărimi de înregistrat și, totodată, prin intermediul camei 10 deplasează panglica, astfel încît fiecare mărime să fie înregistrată cu o anumită culoare.

Procesul menționat are un caracter ciclic și astfel, pe banda de hîrtie care avansează cu viteză constantă la fel ca la înregistratoarele cu linie continuă, apar succesiuni de puncte redînd valorile eșantionate ale mărimilor de înregistrat, fiecare cu o altă culoare. Prin alegerea convenabilă a vitezei motorului de antrenare 9, corelată cu viteza de avans a hîrtiei, punctele imprimate pot fi suficient de apropiate pentru a permite nu numai evaluarea valorilor momentane ale mărimilor respective, dar și o observare de ansamblu a variației acestora.

Procedeul de înregistrare prin puncte are avantajul că elimină frecarea dintre peniță și hîrtie, acul indicator mișcîndu-se liber pînă în momentul imprimării. Datorită acestui fapt, dispozitivul de măsurare nu mai trebuie să dezvolte un cuplu activ deosebit de puternic, ceea ce permite realizarea de aparate cu o sensibilitate mai ridicată și un consum energetic mai redus, fiind posibilă și utilizarea de suspensii pe benzi tensionate. În schimb, necesitînd un anumit timp pentru înscrierea a două puncte succesive (cu atît mai lung, cu cît sînt mai multe mărimi), ele nu pot fi utilizate decît pentru înregistrarea de variații lente. De asemenea, prin faptul că traiectoriile înscrise se pot intersecta, interpretarea înregistrărilor este mai dificilă.

Printre principalele caracteristici ale înregistratoarelor prin puncte se pot menționa:

- domenii (fără amplificator): de la 10 mV, respectiv 50  $\mu$ A;
- clasa de precizie: 1,5; 2,5;
- număr de mărimi înregistrate: 1; 2; 3; 6;
- intervalul de succesiune a punctelor: 1 ... 60 s (dependent de numărul de canale);
- viteza de avans a hîrtiei: 2 ... 600 mm/h;
- banda de frecvență a mărimilor de înregistrat:  $f_B < 0,5$  Hz.

Înregistratoarele prin puncte se construiesc în principal ca aparate de panou pentru utilizări industriale.

**Înregistratoare cu inscriptor optic.** Pentru înregistrarea unor mărimi variabile avînd frecvențe maxime pînă la 10 kHz, în scopul eliminării forțelor de frecare ale inscriptorului cu hîrtia și a celor în lagărele de susținere ale echipajului mobil, se folosesc dispozitive magnetoelectrice miniaturizate cu suspensie pe bandă și a căror deviație este transmisă prin intermediul unui fascicul luminos pe o hîrtie fotosensibilă.

Principiul de funcționare al acestor înregistratoare, asemănător cu cel al galvanometrelor cu indicator optic descrise în paragraful 3.1.2, se deduce din figura 4.49.

Datorită suspensiei pe benzile tensionate 9, 9', cuplul de torsiune rezistent și, corespunzător, cuplul activ necesar vor fi mult inferioare celor din cazurile precedente. Ca urmare, bobina mobilă 10 poate fi executată cu un număr redus de spire și de mici dimensiuni, astfel încît, împreună cu oglinda 4, masa totală aflată în mișcare nu depășește 10 mg. Momentul de inerție polar  $J$  și constanta elastică  $K$ , care rezultă conduc la frecvențe pro-



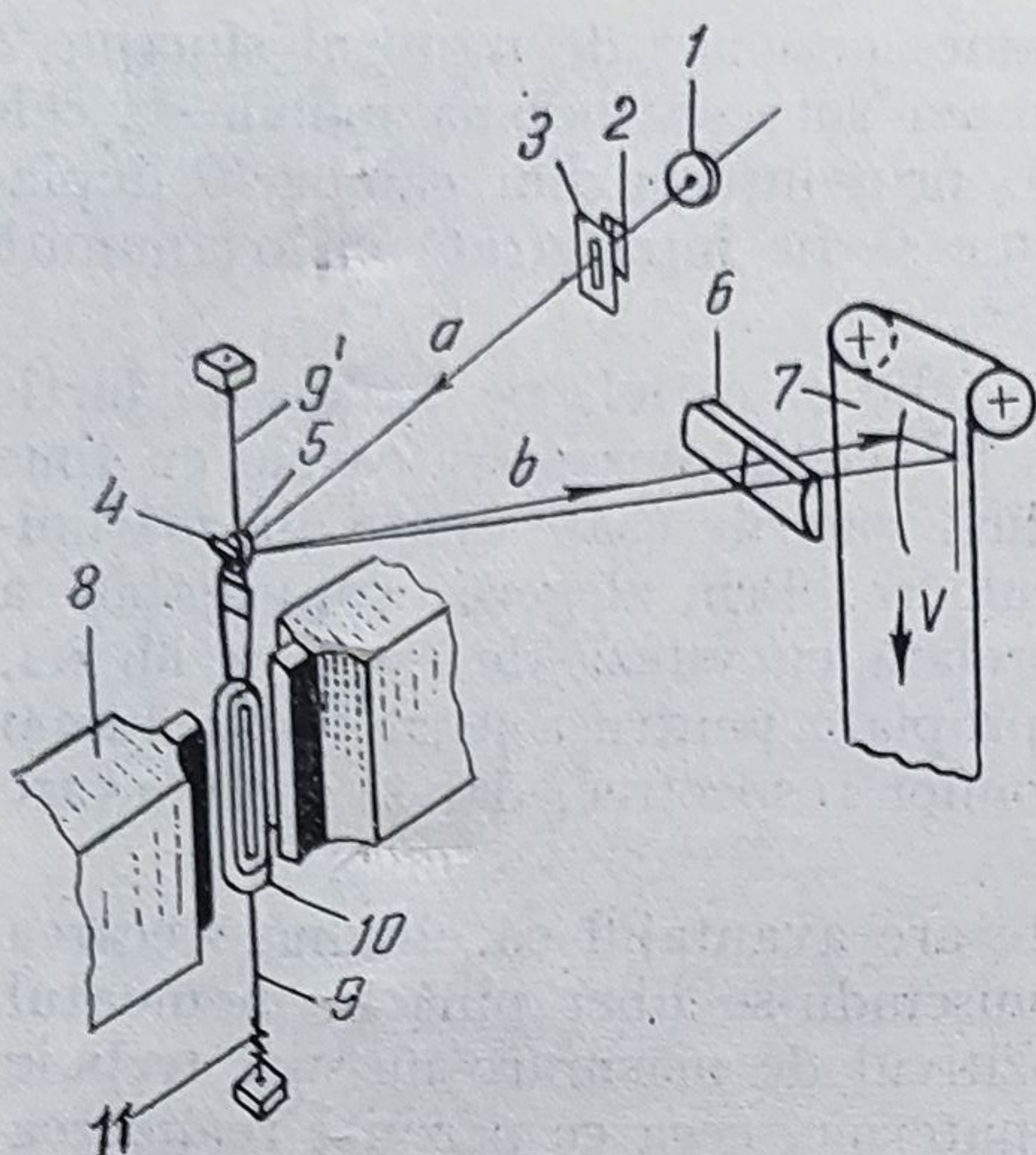


Fig. 4.49. Înregistrator cu inscriptor optic:  
1 — sursa de lumină; 2, 5, 6 — lentilele de formare a spotului; 3 — fanta; 4 — oglinda; 7 — hîrtia fotosensibilă; 8 — magnetul permanent; 9, 9' — benzile de susținere; 10 — bobina mobilă; 11 — resortul de tensionare.

cîmpului magnetic uniform produs de magnetul permanent 8. Distanța parcursă de fasciculul reflectat condiționează sensibilitatea de măsurare, după cum rezultă din relația (3.46). Ținînd seama și de particularitățile constructive ale dispozitivului magnetoelectric, se poate ajunge la sensibilități de ordinul  $0,1 \mu\text{A}/\text{mm}$ .

Din punctul de vedere al înregistrării propriu-zise se disting două variante: cu fascicul luminos (în spectrul vizibil) și hîrtie fotografică uzuală, sau cu fascicul de raze ultraviolete și hîrtie fotosensibilă specială. În primul caz, sursa de lumină este o lampă cu incandescență de mare intensitate (100 W cu halogen), iar în cel de-al doilea o lampă cu vapori de mercur, al cărui spectru se situează în principal în domeniul ultraviolet. Înregistrarea cu raze ultraviolete este în prezent cea mai frecvent utilizată, datorită faptului că nu necesită operații de dezvoltare. Zonele baleiate de fasciculul ultraviolet apar mai întunecate prin simpla expunere la lumina zilei (sau la o lampă cu radiație în spectrul vizibil), în timp ce restul suprafeței rămîne ca un fond mai deschis. Calitatea și stabilitatea imaginii sînt influențate de viteza de deplasare a spotului (de regulă scad pentru viteze peste  $2 \text{ m/s}$ ).

Înregistratoarele cu inscriptor optic se construiesc pentru trasarea de aceeași diagramă a 6, 12, 24 sau 48 de mărimi variabile. Ele cuprind un bloc magnetic comun, prevăzut cu un număr corespunzător de orificii în care se introduc echipajele mobile ale dispozitivelor magnetoelectrice, realizate sub forma unor fișe denumite și *bucle galvanometrice*. În figura 4.50 este reprezentată structura unei astfel de bucle.

Buclele galvanometrice se execută cu o gamă largă de sensibilități și frecvențe proprii de oscilație și, fiind interșanjabile, există posibilitatea alegerii lor corespunzător cu domeniile și vitezele de variație ale mărimilor care urmează a fi înregistrate simultan și care pot fi foarte variate.

prii  $f_n$  care pot ajunge pînă la 20 kHz.

Pentru obținerea unei sensibilități de măsurare ridicată și a unei intensități puternice a fasciculului luminos pe suprafața de înregistrare se folosește sistemul optic format din lentila 2 care determină o imagine intermediară a fantei 3 pe oglinda 4, după care fasciculul reflectat este concentrat sub o formă punctiformă pe banda de hîrtie 7 de către ansamblul de lentile 5 și 6. La o deplasare unghiulară  $\alpha$  a bobinei mobile și deci a oglinzii 4 solidară cu aceasta, fasciculul reflectat este deviat cu  $2\alpha$ , determinînd pe planul de înregistrare o deflexie liniară  $y$ . Pentru unghiuri mici de deviație se poate admite o relație de proporționalitate între  $y$  și  $\alpha$  conform cu (3.45), (3.46). Unghiurile mici de deviație sînt necesare și pentru a elimina neliniaritatea cuplului activ 1 care are expresia (3.47), din cauza



Domeniile mărimilor care pot fi înregistrate prin utilizarea directă a diverselor tipuri de bucle galvanometrice încep pentru curenți de la ordinul  $\mu\text{A}$ , pentru tensiuni de la câțiva milivolți și, prin combinații de șunturi și rezistențe adiționale (prevăzute sub formă de accesorii), se pot extinde la ordinul amperilor, respectiv al sutelor de volți. De o deosebită importanță, atât pentru domeniul de amplitudine cât și pentru cel de frecvență, este rezistența externă pe care se închide circuitul buclei, întrucât aceasta determină amortizarea produsă prin curenții induși la deplasarea bobinei în câmpul magnetic. Rezistența proprie a bobinelor variază între  $20\ \Omega$  și  $100\ \Omega$  și în funcție de valoarea acesteia se specifică rezistența critică exterioară ( $\xi = 1$ ) de ordinul  $100 \dots 300\ \Omega$ . Amortizarea prin curenți induși se aplică buclelor cu frecvențe proprii  $f_n \leq 1\ 000\ \text{Hz}$ . Pentru frecvențe proprii mai mari se prevede o amortizare hidraulică prin umplerea cu ulei a spațiului din interiorul corpului în care mișcă bobina mobilă (fig. 4.50). În acest caz, influența rezistenței circuitului exterior asupra amortizării devine neglijabilă, amortizarea hidraulică fiind predominantă.

În cazul măsurării unor mărimi provenind de la surse cu rezistență de ieșire ridicată și de mică putere, din cauza rezistenței reduse a buclei conectarea se face prin intermediul unor amplificatoare de măsurare. Aceste amplificatoare de măsurare se construiesc sub forma de sertare interșanjabile ce pot fi incluse în aceeași carcasă cu celelalte elemente componente ale înregistratorului. Ele permit intrări față de masă sau diferențiale cu impedanță de intrare de  $1\ \text{M}\Omega$ , bandă de frecvență  $20\ \text{kHz}$ , domenii multiple de curent și tensiune, deplasarea poziției de zero, filtrarea zgomotelor etc.

Antrenarea hîrtiei de înregistrare se face similar ca la înregistratoarele anterioare, folosind motoare electrice sincrone sau motoare de c.c., cu deosebirea că vitezele de avans sînt mult mai mari, putînd ajunge pînă la  $5\ 000\ \text{mm/s}$ .

Pentru utilizarea rațională a hîrtiei la viteze așa de mari, aparatele sînt prevăzute cu dispozitive prin care se fixează automat lungimea (sau durata) înregistrării. În scopul unei interpretări ușoare a graficelor trasate, un sistem optic auxiliar funcționînd pe principiul blitz-ului din tehnica fotografică trasează pe hîrtia fotosensibilă, transversal pe direcția de avans, linii de marcă a timpului. Prin comutarea în decade a unui oscilator, în funcție de viteza de avans, aceste linii pot fi situate la intervale de  $0,01 \dots 100\ \text{s}$ . Pentru măsurarea amplitudinilor este imprimată o rețea de linii longitudinale, care poate fi gradată pentru fiecare canal în parte în funcție de sensibilitatea acestuia. În sfîrșit, în vederea identificării graficelor aparținînd diferitelor canale, cu atât mai dificilă cu cît canalele sînt mai numeroase și curbele au intersecții multiple, fiecare canal are un număr de ordine care se regăsește sub formă de întreruperi grupate ale graficului aferent; sincronizat cu aceste întreruperi pe marginea diagramei este înscris numărul canalului.

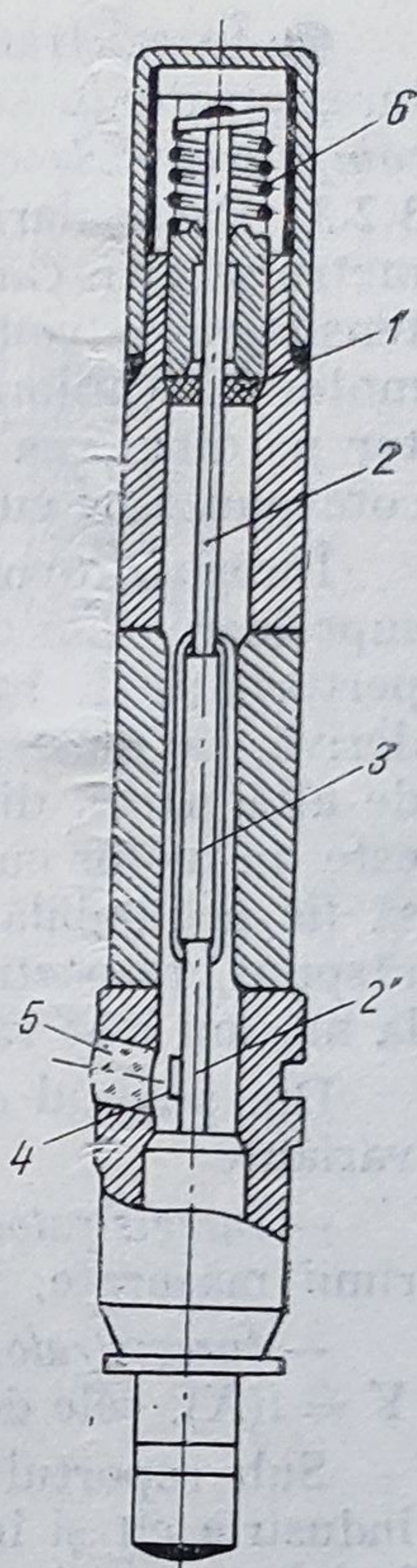


Fig. 4.50. Construcția unei bucle galvanometrice:

- 1 — carcasa; 2, 2' — benzile de susținere;
- 3 — bobina mobilă;
- 4 — oglinda; 5 — fanta cu lentilă;
- 6 — resortul de tensionare.



● **Înregistratoare de tip compensator automat.** Funcționarea acestor înregistratoare se bazează pe utilizarea unei scheme de măsurare de tipul *compensator de curent continuu în montaj Poggendorf* descris în paragraful 3.2.3. Particularitatea constă în aceea că deplasarea cursorului potențiometrului prin care se obține compensarea tensiunii de măsurat  $U_x$  de către tensiunea de comparație  $U_r$  se efectuează automat cu ajutorul unui servomotor de echilibrare. Acest servomotor poziționează totodată organul inscriptor pe diagrama de înregistrare și acul indicator în fața unei scări gradate corespunzător cu valoarea tensiunii de măsurat  $U_x$ .

Înregistratoarele din această categorie permit obținerea unor performanțe superioare celor anterioare în ceea ce privește precizia, sensibilitatea, rejectia perturbațiilor, reproductibilitatea, lățimea diagramei. Calitățile menționate derivă, pe de o parte, din însuși principiul metodei de compensare, iar, pe de altă parte, din faptul că dispozitivul care antrenează organul inscriptor este un motor cu un cuplu suficient de ridicat pentru ca influența frecărilor să fie neglijabilă. Ele implică și unele dezavantaje, printre care viteza de răspuns, respectiv banda de frecvență redusă, care le limitează aplicațiile la mărimi lent variabile și complexitatea constructivă, deci cost mai ridicat.

Din punctul de vedere al regimurilor de funcționare, se deosebesc două variante:

— *înregistratoare  $Y-t$* , care trasează graficul variațiilor în timp al mărimii măsurate, în condiții asemănătoare celorlalte tipuri descrise;

— *înregistratoare  $X-Y$* , care permit să se reprezinte grafic dependența  $Y = f(X)$ , cele două mărimi fiind variabile în timp.

Sub raportul aplicațiilor, cele din prima variantă sînt folosite atît în industrie cît și în laborator, cele din cea de-a doua sînt utilizate mai ales în laborator, în conexiune cu diverse tipuri de traductoare sau echipamente complexe de măsurare, de simulare, inclusiv calculatoare analogice.

**Înregistratoare  $Y-t$ .** În figura 4.51 este reprezentată schema unui înregistrator cu linie continuă, funcționînd pe principiul compensatorului automat, iar în figura 4.52 se prezintă detaliile de antrenare a cursorului potențiometrului, peniței de înscriere și acului indicator de către servomotorul de echilibrare.

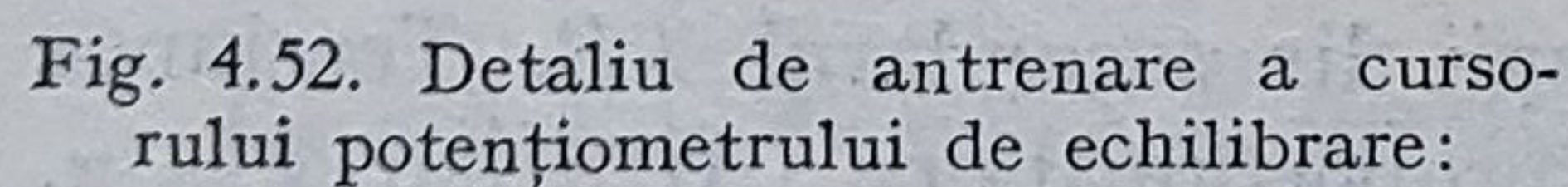
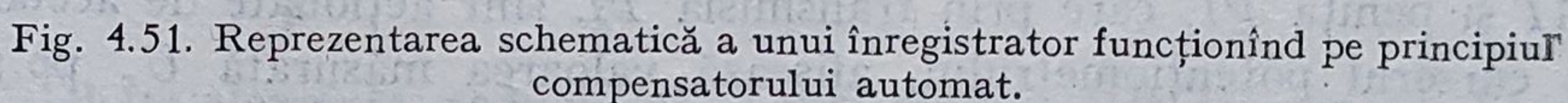
Potențiometrul  $P$  constituie unul din elementele esențiale pentru asigurarea performanțelor de măsurare. El trebuie să cuprindă un număr suficient de mare de spire, de diametru redus, pentru a permite o bună rezoluție și prin bobinare îngrijită se poate obține reducerea erorii de neliniaritate la 0,1 ... 0,2%. Una dintre problemele constructive importante este aceea a rezistenței de contact între cursorul mobil și spire, deoarece prin uzura suprafețelor această rezistență crește în timp. Prin utilizarea de amplificatoare cu rezistență de intrare mare, influența variației rezistenței de contact poate să devină neglijabilă.

Alimentarea circuitului potențiometrului se face de la un stabilizator de tensiune cu diode Zener, care limitează abaterile tensiunii, respectiv curentului, în condițiile de echilibrare, la 0,1%.

Rezistența  $R_F$  și capacitatea  $C_F$  din intrare alcătuiesc un filtru trece-jos, care evită transmiterea de zgomote perturbatoare sau variații bruște nedorite, prin micșorarea benzii de frecvență.

Tensiunea de dezechilibru  $\Delta U$  este amplificată de amplificatorul de tensiune, de tipul cu cuplaj direct sau cu modulare-demodulare. Pentru o





P — potențiometrul de echilibrare; M<sub>1</sub> — servomotorul; DR — reductorul cu roți dințate; TL — transmisia pentru deplasarea liniară a peniței; AI — acul indicator; PI — penița inscriptoare; RC — rezervorul cu cerneală.

bună echilibrare trebuie un prag de sensibilitate cît mai redus, ceea ce impune un amplificator cu tensiune de decalare și derivă termică foarte mici. Pentru a putea realiza comanda servomotorului, în ieșire este prevăzut un etaj de putere constituit din tranzistoarele  $T_1$ ,  $T_2$ .



Servomotorul  $M_1$  este, de cele mai multe ori, un motor asincron bifazat (monofazat cu fază auxiliară) cu rotorul în formă de colivie, sau în formă de pahar (tip *Ferraris*). Există și tipuri care utilizează servomotoare de c.c.

Cuplul de pornire al servomotorului asincron bifazat este de forma:

$$M_p = KU_{ex}U_c \cos \alpha, \quad (4.38)$$

în care  $U_{ex}$  și  $U_c$  sînt valorile efective ale tensiunilor de excitație și de comandă, iar  $\alpha$  este unghiul cu care ar trebui rotit fazorul  $U_c$  pentru a fi în cuadratură cu  $U_{ex}$ . Ca urmare, comanda servomotorului se efectuează prin variația amplitudinii și defazajului tensiunii  $u_c(t)$ , față de  $u_{ex}(t)$  de amplitudine și fază constante. Condensatorul  $C$  din circuitul de excitație asigură condiția de cuadratură între cei doi fazori, unghiul  $\alpha$  luînd numai valorile 0 sau  $\pi$  în funcție de polaritatea tensiunii de dezechilibru. Rezultă astfel caracterul reversibil al servomotorului, sensul de rotație depinzînd de cel al tensiunii  $\Delta U$  și fiind astfel dirijat ca să o anuleze.

Elementele componente care realizează înregistrarea propriu-zisă (penița, hîrtia, mecanismul de avans) sînt întru totul asemănătoare cu cele ale înregistratoarelor cu acțiune directă.

Analiza funcționării și a performanțelor acestui tip de înregistrator se efectuează ținînd seama că el reprezintă un sistem automat (de urmărire), avînd schema funcțională din figura 4.53.

În regim echilibrat  $U_x = U_r$ , ceea ce face ca diferența  $\Delta U$ , care constituie eroarea sistemului, să fie nulă; tensiunea la ieșirea amplificatorului de tensiune este de asemenea nulă și tranzistoarele  $T_1$ ,  $T_2$  ale amplificatorului de putere sînt blocate, determinînd  $U_c = 0$ . Servomotorul  $M_1$  rămîne în repaos pe poziția în care cursorul potențiometrului asigură compensarea. Acul indicator  $AI$  și penița  $PI$ , care prin transmisia  $TL$  sînt acționate de același ax ca și cursorul potențiometrului, afișează valoarea măsurată  $U_x$  pe scara gradată și, respectiv, o înregistrează pe diagramă. Dacă  $U_x$  a variat, apare o diferență de tensiune  $\Delta U$  care, după amplificare, aduce în conducție numai unul din cele două tranzistoare, în funcție de polaritate (de exemplu, pentru  $\Delta U > 0$  conduce  $T_1$  și  $T_2$  se menține blocat). În aceste condiții se va deschide numai dioda  $D_1$  în semialternanța tensiunii din secundarul  $TR$ , care o polarizează direct. Admițînd o funcționare liniară și ținînd cont de sensurile de pe figură, se deduce că înfășurării de comandă i se aplică o tensiune  $u_c(t)$ , de amplitudine proporțională cu  $|\Delta U|$  și pentru care  $\alpha = 0$ . Dacă  $\Delta U < 0$ , va rezulta  $T_1$  blocat,  $T_2$  va conduce și dioda  $D_2$  se va deschide în cealaltă semialternanță a tensiunii din secundarul  $TR$ . Tensiunea  $u_c(t)$  va fi și în acest caz de amplitudine proporțională cu  $|\Delta U|$ , dar  $\alpha = \pi$ . În acest mod sînt asigurate sensurile de deplasare necesare pentru echilibrare.

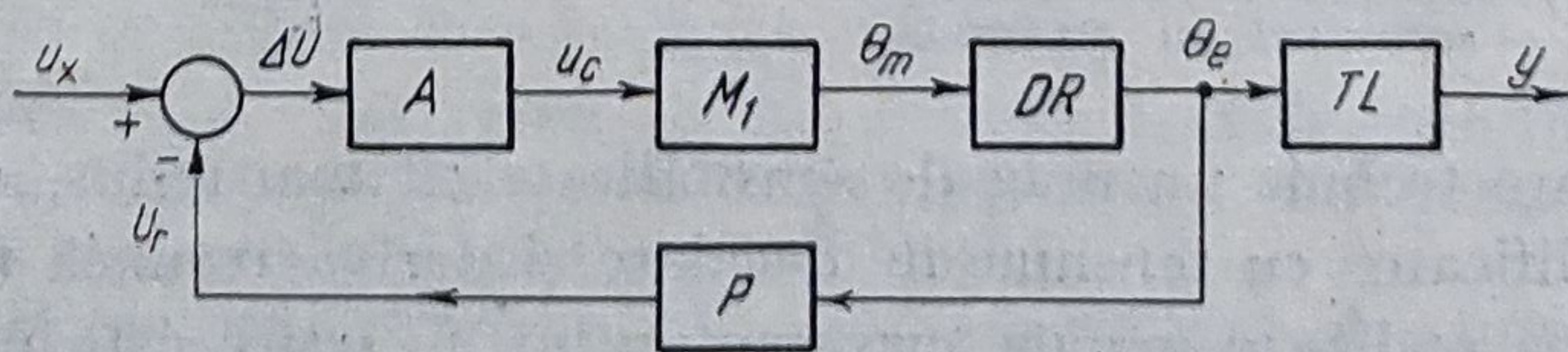


Fig. 4.53. Schema funcțională a sistemului care realizează compensarea automată.



Atribuind convențional semnele  $+$ ,  $-$  tensiunii  $U_c$  corespunzător valorilor  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = \pi$  (respectiv sensurilor de rotație directă și inversă), pentru întreg blocul amplificator se poate scrie:

$$U_c = K_A \Delta U, \text{ cu funcția de transfer } H_A(s) = K_A. \quad (4.39)$$

Pentru servomotor, neglijînd procesul tranzitoriu electromagnetic cu constantă de timp redusă în raport cu procesul tranzitoriu electromecanic a cărui constantă de timp este sensibil mai mare, neglijînd de asemenea cuplul rezistent al forțelor de frecare și considerînd că sarcina este numai inerțială, ecuația de regim dinamic este de forma:

$$M_p - F\Omega = J \frac{d\Omega}{dt}, \quad (4.40)$$

unde  $\Omega$  este viteza de rotație,  $J$  — momentul de inerție polar,  $F$  — cuplul specific de amortizare.

Întrucît, pe linia celor menționate mai sus  $M_p = K'_m U_c$ , se deduce:

$$J \frac{d\Omega}{dt} + F\Omega = K'_m U_c. \quad (4.41)$$

Ținînd seama că  $\Omega = \frac{d\theta_m}{dt}$ , se deduce funcția de transfer a servomotorului:

$$H_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{U_c(s)} = \frac{K'_m}{s(Js + F)} = \frac{K_m}{s(T_ms + 1)}, \quad (4.42)$$

în care  $K_m = \frac{K'_m}{F}$  și  $T_m = \frac{J}{F}$ .

Celelalte elemente, reductorul cu roți dințate  $DR$ , transmisia  $TL$  pentru deplasarea liniară a peniței și potențiometrul  $P$  sînt elemente pur proporționale:

$$H_{DR}(s) = \frac{\theta_e(s)}{\theta_m(s)} = K_{DR}; \quad (4.43)$$

$$H_r(s) = \frac{Y(s)}{\theta_e(s)} = K_{TL}; \quad (4.44)$$

$$H_p(s) = \frac{U_r(s)}{\theta_e(s)} = K_P. \quad (4.45)$$

Cu notațiile de mai sus, funcția de transfer cu circuit închis este:

$$H_0(s) = \frac{Y(s)}{U_x(s)} = \frac{K_0}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}, \quad (4.46)$$

unde:

$$K_0 = \frac{K_{TL}}{K_P}; \quad T_2^2 = \frac{T_m}{K_A K_m K_{DR} K_P}; \quad T_1 = \frac{1}{K_A K_m K_{DR} K_P}.$$

Se observă că dinamica înregistratorului este aceea a unui element de întârziere de ordinul II. Cunoscînd caracteristicile blocurilor componente,







similar cu cel de echilibrare și acționat de către servomotor, simultan cu acesta.

Înregistratoare de acest tip se fabrică la noi în țară de către Întreprinderea de Elemente de Automatizare (IEA).

Dintre performanțele specifice înregistratoarelor cu compensare automată sînt de subliniat precizii ridicate (clase 0,2 ... 0,5), fiind uzuale și pentru cele destinate aplicațiilor industriale, sensibilități care permit domenii de la ordinul mV și consumuri energetice practic neglijabile datorită echilibrării. Performanțele de regim dinamic ale dispozitivului de măsurare, dimensiunile și viteza de avans a hîrtiei, intervalele de timp pentru comutarea canalelor la cele cu înregistrare prin puncte etc., toate acestea sînt similare celor menționate la înregistratoarele cu acțiune directă pentru mărimi lent variabile.

Principalul neajuns al înregistratoarelor cu compensare automată îl prezintă contactul alunecător al cursorului pe spirele potențiometrului. În vederea eliminării acestui dezavantaj, au fost realizate *dispozitive de compensare fără contact*, care în locul potențiometrului de echilibrare folosesc un condensator variabil cu armătură mobilă, inclus într-o schemă de c.a. [56].

**Înregistratoare X—Y.** Aceste aparate permit trasarea în coordonatele carteziene X—Y a graficului care exprimă dependența funcțională a două tensiuni variabile în timp  $U_Y(t)$ ,  $U_X(t)$  sub forma  $U_Y = f(U_X)$ . Ele sînt constituite din două sisteme de urmărire care realizează compensarea automată a variațiilor celor două tensiuni și în același timp determină deplasări ale organului incriptor în ambele direcții, suprafața de înregistrare rămînînd nemișcată.

În figura 4.56 este reprezentat schematic un înregistrator X—Y, evidențiindu-se blocurile funcționale care alcătuiesc sistemele de urmărire și organele mobile asupra cărora acționează servomotoarele de echilibrare

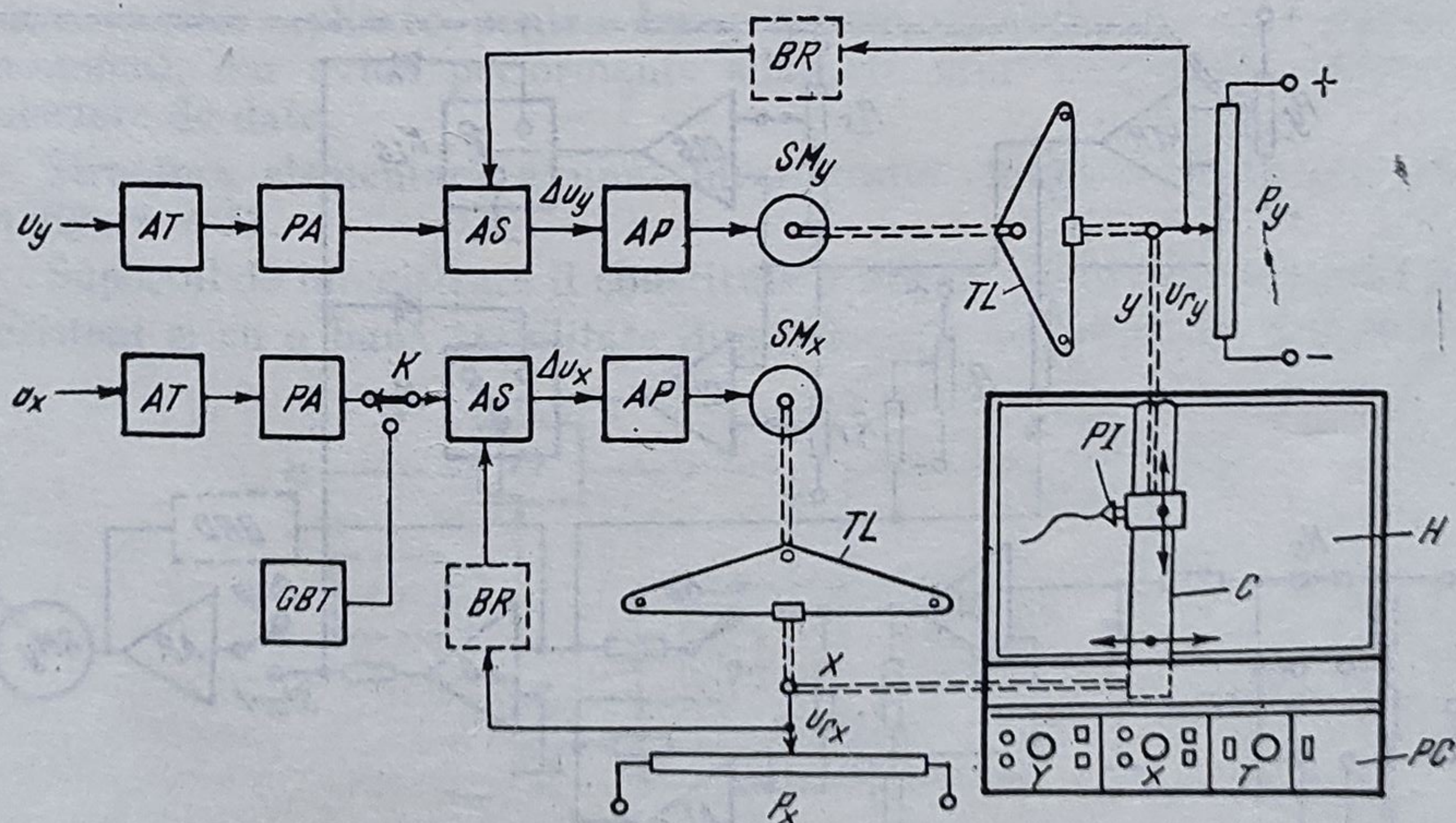


Fig. 4.56. Reprezentarea schematică a unui înregistrator X—Y:

AT — atenuator; PA — preamplificator; AS — amplificator sumator; AP — amplificator de putere; SM — servomotor; TL — transmisie liniară; P — potențiomtru de echilibrare; PI — peniță incriptoare; C — caretă mobilă; H — hîrtie de înregistrare; PC — panou de comandă; BR — bloc de reacție; GBT — generator de bază de timp.



Sistemul de urmărire avînd la intrare pe  $U_Y$  acţionează asupra peniţei  $PI$  pe care o deplasează pe direcţia verticală  $Y$  prin culisare în lungul caretei mobile  $C$  care o susţine. Simultan, careta  $C$  este deplasată pe direcţia orizontală sub acţiunea celui de-al doilea sistem de urmărire căruia i se aplică la intrare  $U_X$ . Suprafaţa de înregistrare este o foaie de hîrtie  $H$ , de format  $A_3$  sau  $A_4$ , care este fixată pe un suport plan (masa aparatului) printr-un procedeu electrostatic sau vacuumatic.

Comparaţia tensiunilor  $U_Y$ ,  $U_X$  cu cele de compensare  $U_{rY}$ ,  $U_{rX}$  culese pe cursoarele potenţiometrelor  $P_Y$  şi  $P_X$  se face prin amplificatoarele sumatoare  $AS$ . La ieşirea acestora rezultă tensiunile de diferenţă  $\Delta U_Y$  şi  $\Delta U_X$  care comandă amplificatoarele de putere  $AP$  şi prin intermediul lor servomotoarele de c.c.  $SM_Y$ ,  $SM_X$ . Detalierea blocurilor din schema funcţională pentru unul din sistemele de urmărire ( $Y$ ) este redată în figura 4.57.

În vederea realizării unor facilităţi care să permită obţinerea unui grafic uşor de interpretat sînt prevăzute o serie de dispozitive auxiliare: potenţiometrul  $P_0$  pentru reglarea poziţiei de zero, comutatorul  $K_P$  pentru inversarea polarităţii tensiunii  $U_Y$ , precum şi ansamblul de potenţiometre, comparatoare de nivel şi comutatoare de fixare a limitei superioare  $P_{LS}$ ,  $C_{LS}$ ,  $K_{LS}$ , respectiv a limitei inferioare  $P_{LI}$ ,  $C_{LI}$ ,  $K_{LI}$ , prin care se evită deplasări accidentale în afara unui anumit format. Se mai pot menţiona de asemenea dispozitive electromagnetice pentru ridicarea şi coborîrea peniţei, blocuri electronice programate pentru trasarea automată a axelor de coordonate, a marginilor, de înscriere cu linie întreruptă etc.

În scopul asigurării unei bune stabilităţi a sistemelor de urmărire, se introduc reacţii locale cuprinzînd circuite de corecţie, de exemplu de la ieşirea din  $AP$  prin blocul de reacţie derivativă  $BRD$  (fig. 4.57), sau de la axul servomotorului cu un tahogenerator, care dă o tensiune proporţională cu viteza de deplasare.

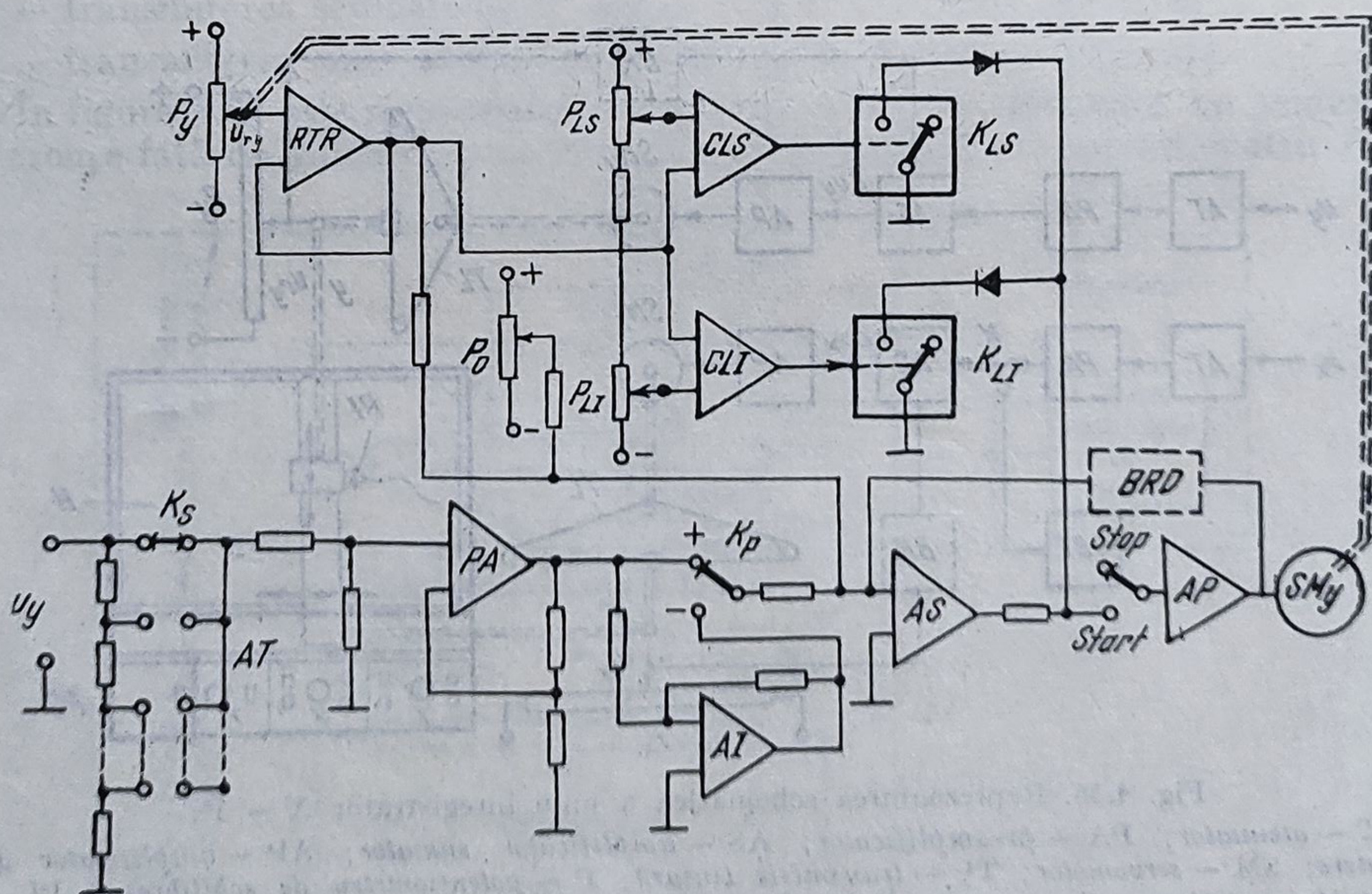


Fig. 4.57. Schema de principiu a sistemului de urmărire pentru un canal ( $Y$ ).



Sistemul de urmărire pentru deplasarea pe direcția  $X$  poate fi conectat printr-un comutator  $K$  (fig. 4.56) la un generator intern de bază de timp (tensiune liniar variabilă) și astfel înregistratorul devine de tipul  $Y-t$ . Dimensiunile hîrtiei limitează utilizarea la înregistrări de scurtă durată.

Performanțele de măsurare deosebit de bune (sensibilități începînd de la 0,1 mV/cm, rezistențe de intrare  $R_i \geq 1 \text{ M}\Omega$ , clase de precizie 0,1 ... 0,25, 1 — 12 intervale de măsurare) determină o largă utilizare a înregistratoarelor  $X-Y$  în aplicații care necesită reprezentarea grafică a relației  $Y = f(X)$  între oricare două mărimi convertite în tensiuni sau curenți. Din punct de vedere dinamic, mărimile respective trebuie să varieze relativ lent, vitezele maxime de înscriere nedepășind 100 ... 150 cm/s. Adesea caracteristicile dinamice sînt date prin raportare la un semnal sinusoidal (ca la osciloscop), între amplitudinea  $Y_{max}$ , frecvența  $f$  și viteza  $v$  existînd relația  $v = 2\pi f Y_{max}$ . Se deduce că pentru  $Y_{max} = 10 \text{ cm}$ , la o viteză  $v = 120 \text{ cm/s}$  frecvența nu poate depăși 2 Hz.

Tendențele de perfecționare, la fel ca și la înregistratoarele  $Y-t$ , pe lîngă creșterea performanțelor dinamice vizează sporirea fiabilității pe partea mecanică (servomotor și transmisii), precum și eliminarea variațiilor de rezistență ale contactului alunecător între cursor și spirele potențiometrului. Sînt de relevat în acest sens unele variante noi, care folosesc motoare liniare pentru deplasarea penitei și traductoare de poziție speciale (de tip transformator cu factor de cuplaj variabil) pentru generarea tensiunii de compensare [57], [58].

#### 4.7.2. Înregistratoare magnetice

Aceste aparate realizează memorarea valorilor unui semnal electric variabil în timp prin imprimarea pe o bandă magnetică folosind tehnici asemănătoare celor aplicate pentru înregistrările acustice (de tip magnetofon, casetofon), dar avînd performanțe adaptate unor scopuri de măsurare și colectare de date.

Structura elementară a unui înregistrator magnetic este reprezentată în figura 4.58.

Suportul de înregistrare îl constituie o bandă subțire de material plastic rezistent și cu o bună stabilitate dimensională, acoperită cu o pulbere fină

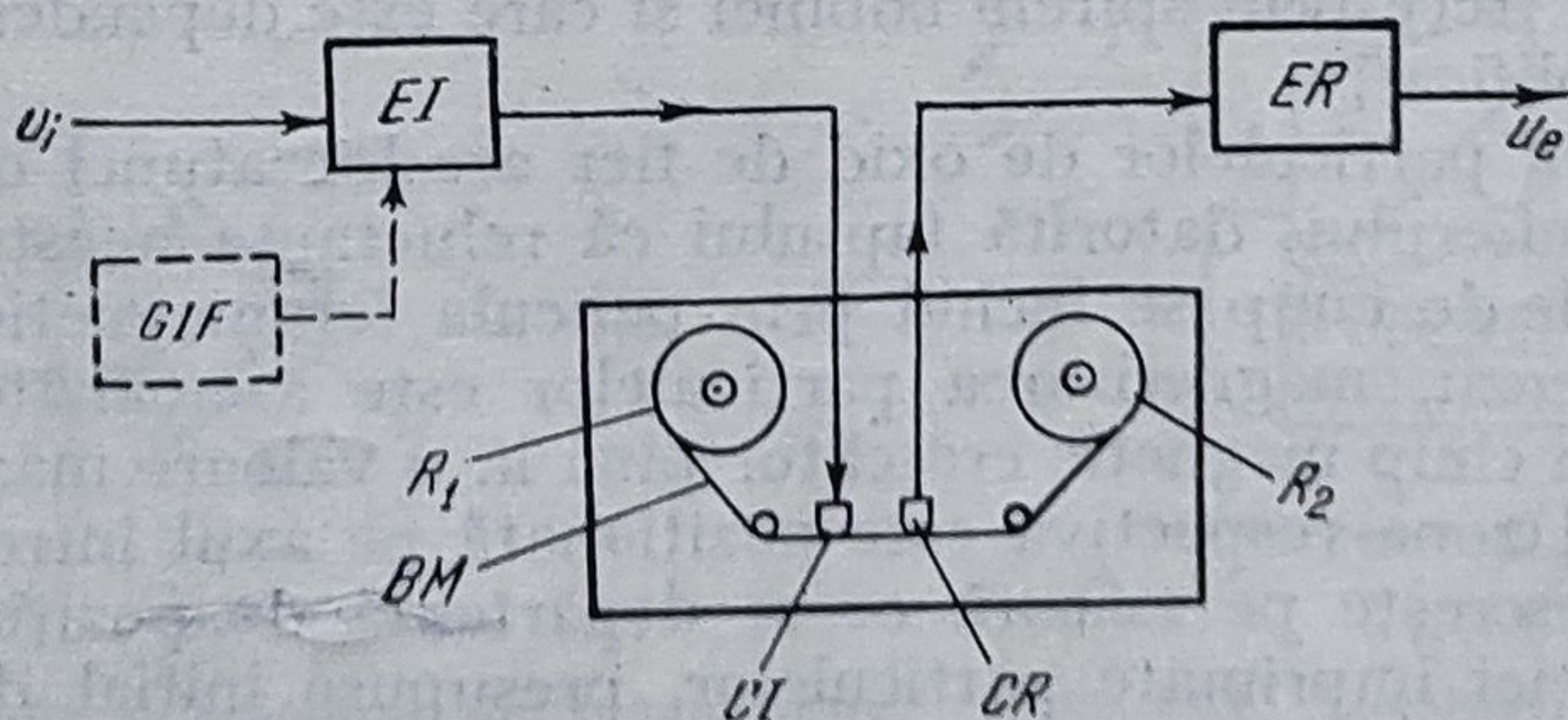


Fig. 4.58. Structura elementară a unui înregistrator magnetic:  
EI — electronică de înregistrare; ER — electronică de redare; CI — cap de înregistrare; CR — cap de redare;  $R_1, R_2$  — role; BM — bandă magnetică; GIF — generator de înaltă frecvență.



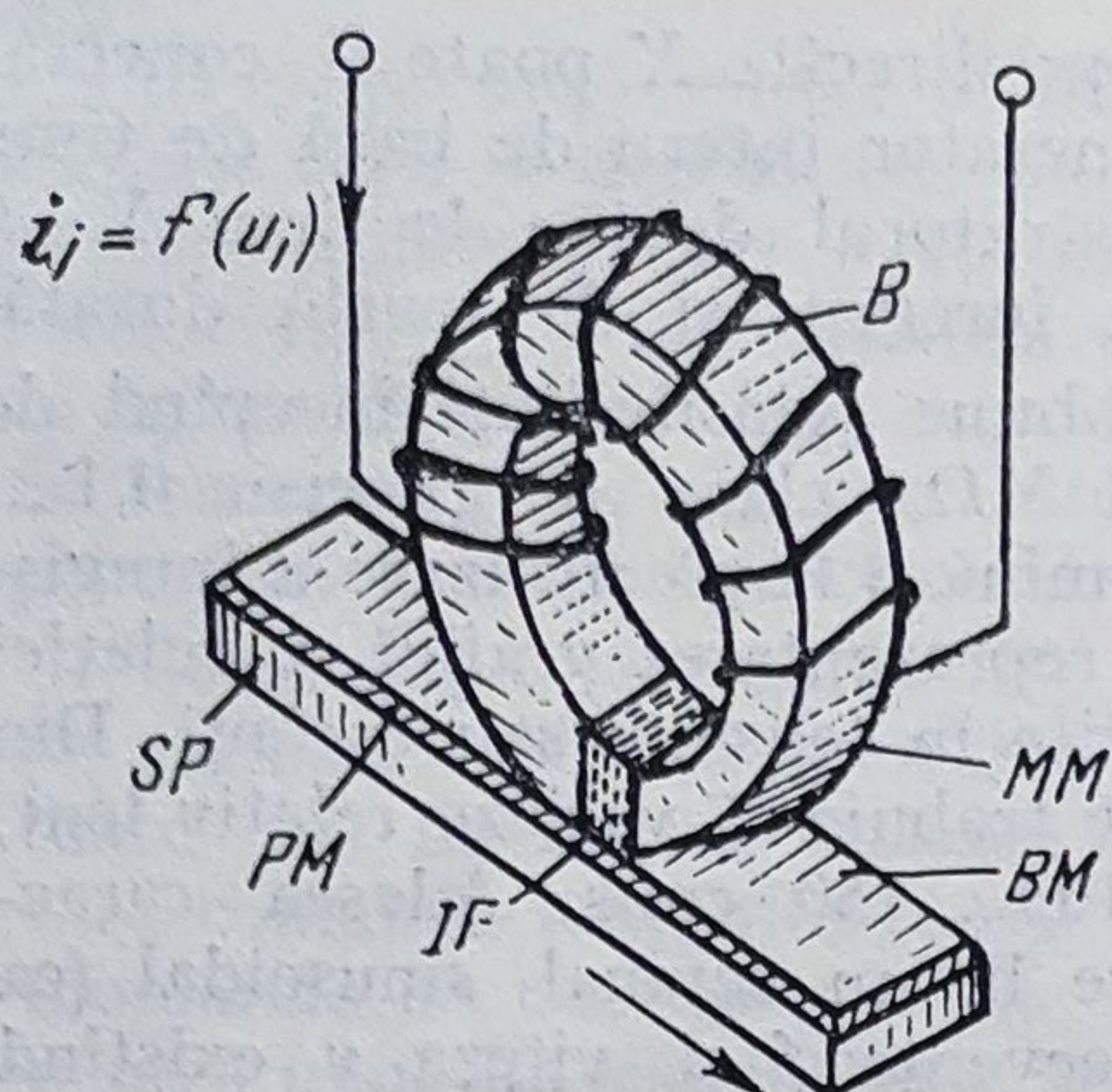


Fig. 4.59. Construcția capului de înregistrare:

BM — bandă magnetică alcătuită din  
 SP — suport de plastic și PM — peliculă  
 din  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ; MM — miezul feromagnetic;  
 B — bobină; IF — întrefier.

dintr-o substanță feromagnetică, înglobată într-un liant. De regulă, ca material plastic se folosește policlorura de vinil, dar mai ales polietilena cunoscută sub denumirea mylar, iar ca substanță feromagnetică oxidul de fier ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ). Lățimea benzii este de 12,7 mm sau 25,4 mm ( $1/2''$  sau  $1''$ ) în cazul folosirii de role deschise, sau 3,81 mm pentru casete, iar grosimea de 0,0254 mm. Pelicula de oxid de fier constă din particule sub formă de ac, de lungime  $0,6 \mu\text{m}$  și diametru  $0,1 \mu\text{m}$ , orientate cu axele longitudinale în lungul benzii. Din punctul de vedere al performanțelor înregistrării, se impune utilizarea de substanțe feromagnetice cu valori ridicate în ceea ce privește inducția remanentă și câmpul coercitiv. Rezultate superioare în acest sens se obțin prin folosirea de straturi subțiri de metale feromagnetice.

La derularea benzii de pe o rolă pe cealaltă, aceasta trece prin fața capului de înregistrare, a cărui construcție este arătată schematic în figura 4.59.

Miezul magnetic al capului de înregistrare este confecționat din tole de material feromagnetic de mare permeabilitate (aliaje de tip permalloy pentru utilizări la frecvențe joase, sau ferite pentru frecvențe înalte). Acest miez este prevăzut cu un întrefier îngust, cu lățimea  $a$  aproximativ de două ori grosimea  $\delta$  peliculei feromagnetice de pe bandă, care prezintă însă o reluctanță apreciabilă. Pe miezul magnetic se află un bobinaj cu un număr suficient de spire ca, la valorile de curent relativ reduse pe care le poate da la ieșire etajul final din electronica de înregistrare, să se obțină câmpuri până la ordinul  $10^4 \text{ A/m}$  (sute de oersted). Pe lângă valoare este important să se obțină și un anumit profil al câmpului: un palier în zona centrală a întrefierului și pante cât mai abrupte la extremități. Un astfel de profil este condiționat și de distanța  $y$  de la bandă la piesele polare ale miezului, situația optimă fiind asigurată pentru  $y = 0,5 a$ .

Procesul de înregistrare constă în magnetizarea peliculei feromagnetice de către câmpul magnetic generat de capul de înregistrare, sub acțiunea curentului care trece prin spirele bobinei și care este dependent de semnalul de intrare amplificat.

Magnetizarea particulelor de oxid de fier are loc atunci când ele sosesc în dreptul întrefierului, datorită faptului că reluctanța acestuia fiind mult mai mare, liniile de câmp se închid prin pelicula feromagnetică. Ca urmare a deplasării benzii, magnetizarea particulelor este asemănătoare cu aceea efectuată de un câmp magnetic crescător până la o valoare maximă, în intervalul până când zona respectivă este poziționată pe axul întrefierului, după care câmpul descrește pe măsură ce se depărtează de poziția menționată. Variația inducției imprimate particulelor, presupuse inițial demagnetizate, corespunde descrierii unei porțiuni dintr-un ciclu de histerezis, după care ele păstrează o inducție remanentă.

Inducția remanentă este dependentă de caracteristica de magnetizare a materialului depus pe bandă și de valoarea maximă a câmpului (în zona între-



fierului). Ținând seama că valoarea cîmpului  $h_i$  variază în timp în funcție de semnalul de înregistrat  $u_i$ , rezultă că pe bandă, care se deplasează cu o viteză constantă corespunzătoare asigurării bazei de timp, se va obține o succesiune de zone ale căror magnetizări memorează variațiile acestui semnal.

Principiul procesului de magnetizare descris este ilustrat în figura 4.60.

Reproducerea valorilor înregistrate se face tot sub forma unui semnal electric obținut prin intermediul capului de redare (a cărui structură este asemănătoare cu cea a capului de înregistrare) și este reprezentată în figura 4.61.

Miezul magnetic cu reluctanță redusă, ale cărui piese polare cu un grad înaintat de finisare vin în contact cu banda magnetică, scurtcircuitează fluxul extern generat de particulele magnetizate care se închide astfel prin miez. Notînd cu  $\Phi_t$  fluxul extern total,  $\Phi_u$  fluxul util prin miez,  $\mathcal{R}_a$  reluctanța căilor de flux care se închid prin aer,  $\mathcal{R}_m$  reluctanța miezului, rezultă:

$$\Phi_u = \frac{\mathcal{R}_a}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_m} \Phi_t. \quad (4.47)$$

Pentru a avea un flux util important  $\mathcal{R}_a$  se menține la valori ridicate, prin forma pieselor polare care determină un întrefier cu adîncime redusă, lățimea sa fiind fixată în funcție de viteza benzii și așa-numita *lungime de undă a înregistrării*.

Modul general folosit pentru evaluarea fluxului util al capului de redare  $\Phi_u$  se face prin raportarea la înregistrarea unui semnal sinusoidal și consi-

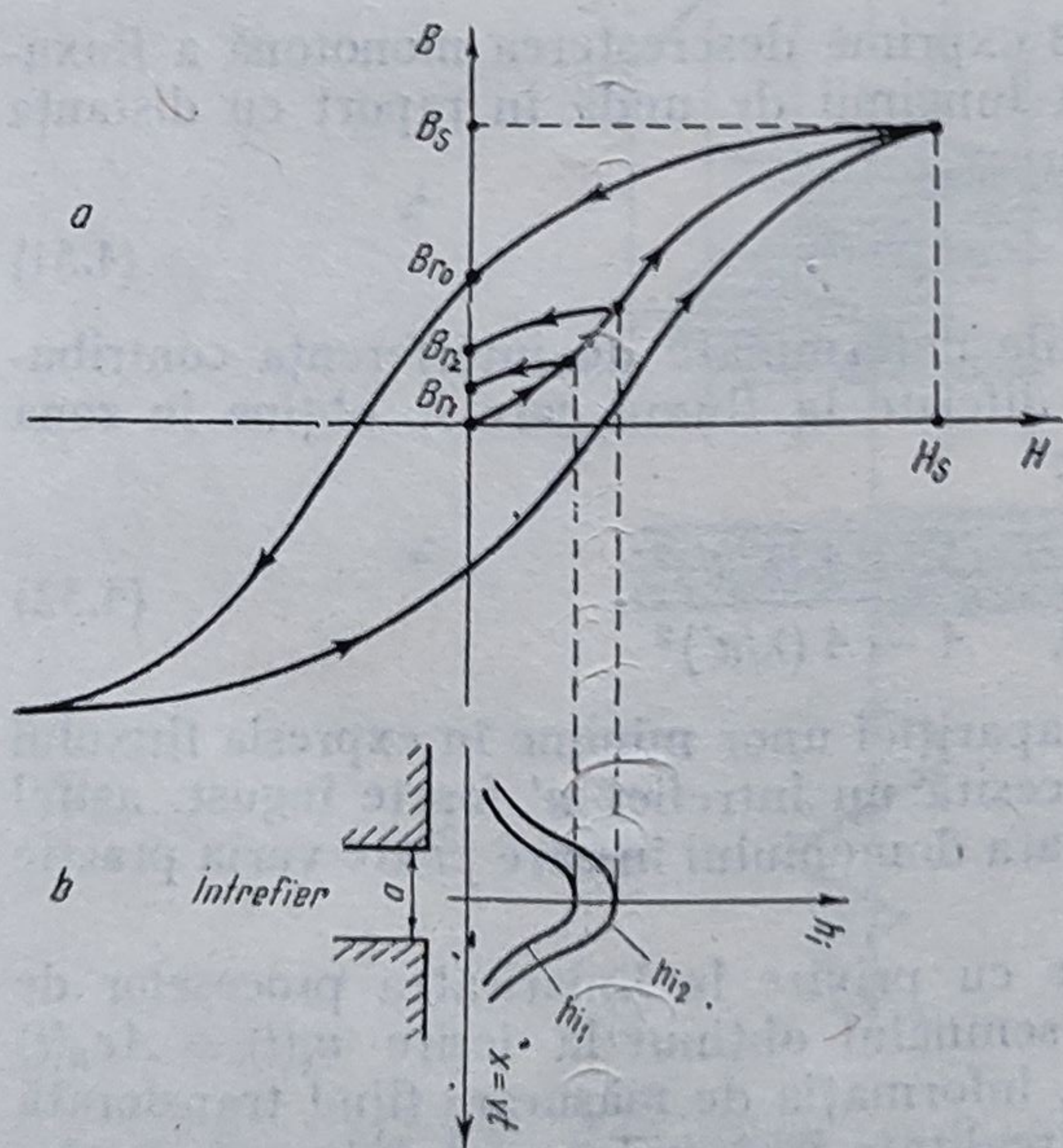


Fig. 4.60. Ilustrarea principiului de magnetizare directă a benzii:

a — curba de magnetizare și ciclul de histeresis al peliculei feromagnetice; b — cîmpul magnetic  $h_i$  generat în întrefierul CI (X direcția de deplasare a benzii).

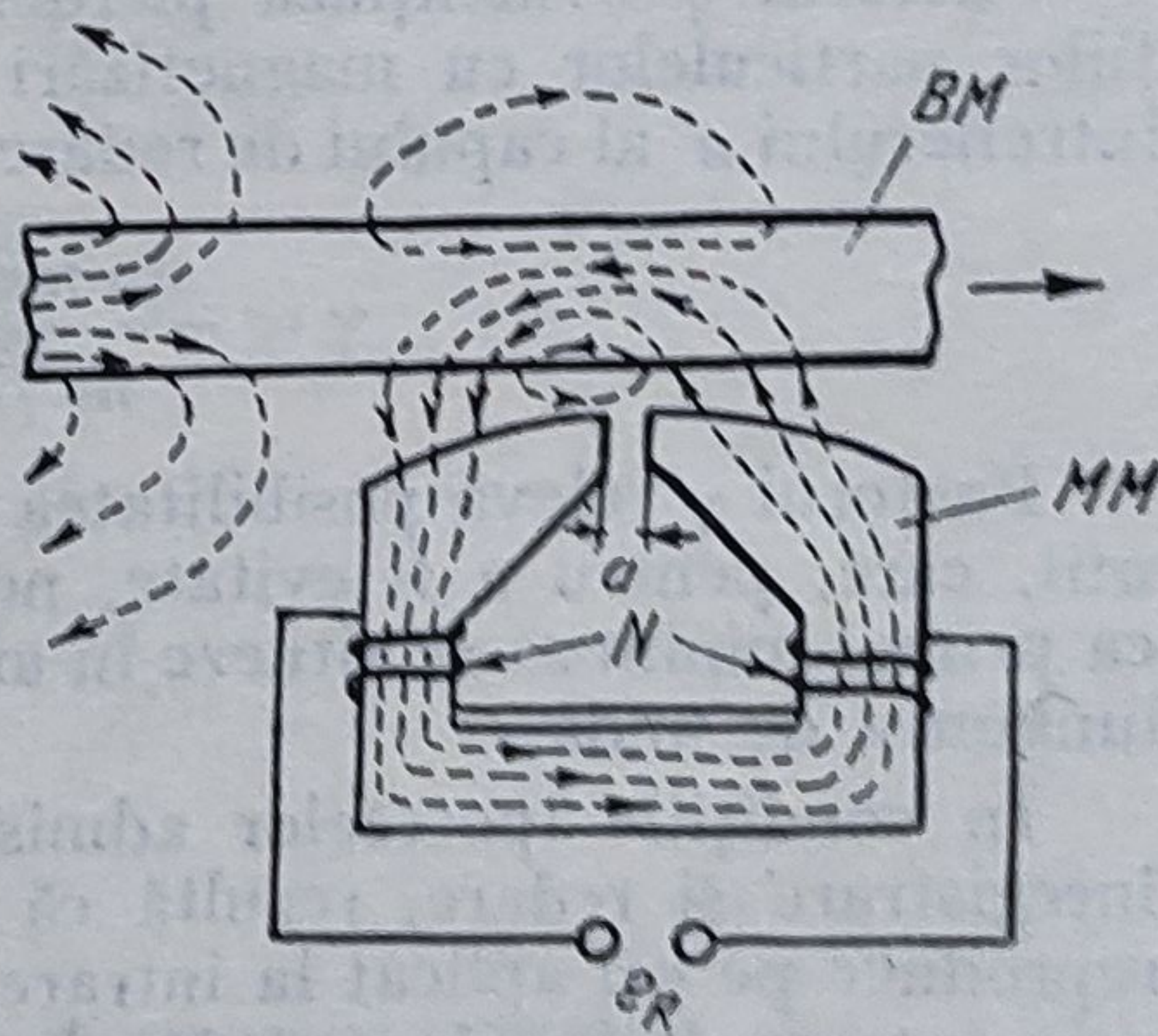


Fig. 4.61. Construcția capului de redare:

BM — banda magnetizată; MM — miezul magnetic; N — spirele bobinei.



derarea ambelor procese (de înregistrare și de redare) ca fiind liniare. Ținând seama de cele susmenționate, în [43] se dă următoarea relație:

$$\Phi_u = K_m \delta B_{r \max} \alpha \beta \gamma \cos \frac{2\pi v t}{\lambda}, \quad (4.48)$$

unde  $K_m$  este o constantă de proporționalitate,  $\delta$  grosimea peliculei feromagnetice,  $B_{r \max}$  inducția remanentă corespunzătoare valorii maxime a semnalului sinusoidal,  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  sînt niște factori de pierdere,  $v$  — viteza benzii, iar  $\lambda$  lungimea de undă a înregistrării.

Semnalul la ieșirea capului de redare rezultă pe baza legii inducției, din expresia fluxului  $\Phi_u$  variabil în timp:

$$e_R(t) = -N \frac{d\Phi_u(t)}{dt} = NK_m \delta B_{r \max} \alpha \beta \gamma \frac{2\pi v}{\lambda} \sin \frac{2\pi v t}{\lambda}. \quad (4.49)$$

Se observă că, făcînd abstracție de pierderi, sensibilitatea redării este dependentă de  $v/\lambda$  și devine cu atît mai mare cu cît viteza benzii este mai ridicată și lungimea de undă mai redusă. În schimb, factorii de pierdere iau valori care micșorează sensibilitatea pe măsură ce lungimea de undă scade.

Factorul  $\alpha$  se referă la pierderile „de grosime”, adică exprimă atenuarea fluxului util pe măsură ce lungimea de undă devine mai mică decît grosimea peliculei feromagnetice:

$$\alpha = \frac{1 - e^{-2\pi\delta/\lambda}}{2\pi\delta/\lambda}. \quad (4.50)$$

În mod asemănător, factorul  $\beta$  exprimă descreșterea monotonă a fluxului  $\Phi_u$  în funcție de descreșterea lungimii de undă în raport cu distanța  $y'$  a benzii față de capul de redare

$$\beta = e^{-2\pi y'/\lambda}. \quad (4.51)$$

Factorul  $\gamma$  evidențiază pierderile determinate de interferența contribuțiilor particulelor cu magnetizări diferite la fluxul care se obține în zona întrefierului  $a'$  al capului de redare:

$$\gamma = \frac{\sin \pi a'/\lambda}{\pi a'/\lambda} \frac{5 - 4 (\lambda/a')^2}{4 - 4 (\lambda/a')^2}. \quad (4.52)$$

Factorul  $\gamma$  relevă posibilitatea apariției unor minime în expresia fluxului util, care, pentru a fi evitate, necesită un întrefier  $a'$  foarte îngust, astfel ca primul minim să se situeze în afara domeniului în care poate varia practic lungimea de undă.

În condițiile ipotezelor admise cu privire la liniaritatea proceselor de înregistrare și redare, rezultă că semnalul obținut la ieșire  $u_e(t) = Ae_R(t)$  reproduce pe cel aplicat la intrare, informația de măsurare fiind transferată prin intermediul inducției  $B_r$ . În realitate însă inducția remanentă nu depinde liniar de cîmpul magnetic al capului de înregistrare, ceea ce poate conduce la erori importante. Pentru asigurarea unei bune liniarități a înregistrării, unul dintre procedeele utilizate constă în aplicarea în același timp cu semnalul util a unei tensiuni de înaltă frecvență. Amplitudinea acestei tensiuni trebuie să fie suficientă ca să producă un cîmp alternativ,



care la vîrf să aducă la saturație miezul magnetic al capului de înregistrare. Astfel, în întrefier apare un cîmp alternativ de înaltă frecvență, modulat în amplitudine de semnalul de înregistrat de frecvență sensibil mai joasă. Procesul de înregistrare a benzii este în acest caz mult mai complicat și se află descris în [59], [60].

Prin aplicarea unui cîmp alternativ, suficient să satureze miezul, împreună cu un cîmp continuu (lent variabil) se obține o magnetizare ideală fără (histerezis) și care variază liniar cu componenta continuă pînă la valori ale acestora care nu depășesc jumătate din nivelul de saturație. Ilustrarea schematică a acestui principiu, pentru un semnal de intrare sinusoidal, este redată în figura 4.62.

Prin suprapunerea cîmpului alternativ de frecvență înaltă, deși se ameliorează liniaritatea, precizia înregistrărilor nu este deosebit de ridicată, erorile ajungînd la 5 ... 10%. Un alt dezavantaj al procedurii de înregistrare descris, denumit și *înregistrare analogică directă cu sau fără premagnetizare de înaltă frecvență*, îl constituie faptul că semnale continue ( $u_i = ct$ ) nu pot fi redade, întrucît nu produc un flux util variabil prin capul de redare. Din

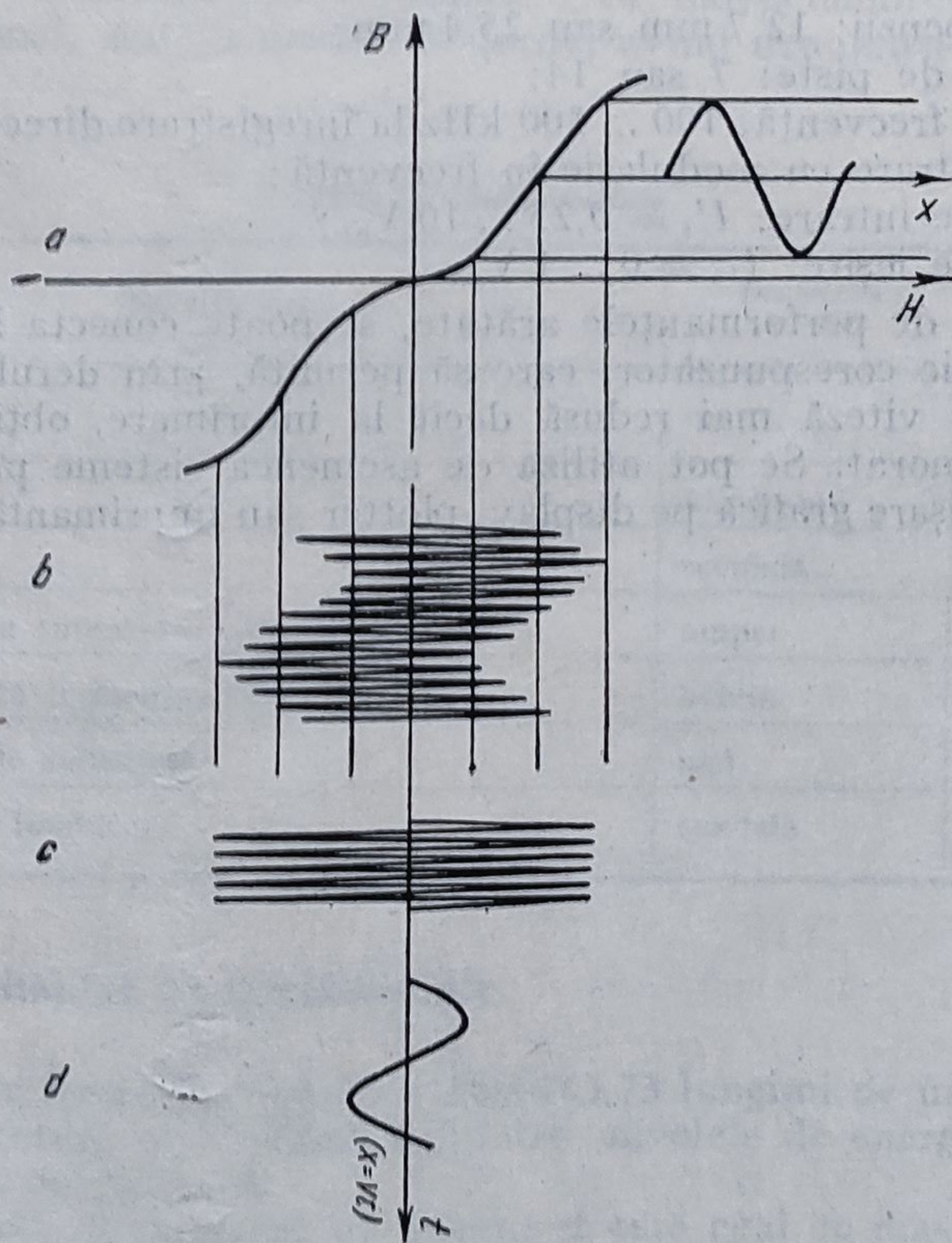


Fig. 4.62. Magnetizarea benzii prin suprapunerea unui semnal de înaltă frecvență:

a — curba de magnetizare ideală (fără histerezis); b — cîmpul rezultat din suprapunerea semnalului de înaltă frecvență peste cel generat de tensiunea de intrare  $H_t = h_i + h_f$ ; c — cîmpul de înaltă frecvență  $h_f$ ; d — cîmpul de joasă frecvență  $h_i$  determinat de  $u_i$ .



acest motiv, domeniul de frecvență al semnalelor care pot fi înregistrate este de la  $10^2$  Hz la  $10^5 \dots 10^6$  Hz, limita superioară fiind determinată de viteza benzii  $v$  și de lungimea de undă  $\lambda$ , corelată cu dimensiunile constructive ( $\delta$ ,  $a'$ ,  $y'$ ) ca să mențină factorii de pierdere la valori convenabile.

Performanțe superioare în ceea ce privește precizia se realizează folosind *procedeul de înregistrare prin modulație în frecvență* [60]. Prin conversia în frecvență variabilă, dependentă de valorile semnalului de înregistrat, memorarea se face prin schimbarea de sens a magnetizării la trecerile prin zero. Se elimină astfel neliniaritățile și influențele celorlalți factori perturbatori, erorile maxime nedepășind 1%. Totodată există și posibilitatea redării unor semnale de intrare continue, care sînt convertite într-o frecvență constantă. În schimb, banda de frecvență a semnalului care poate fi înregistrat este mai redusă [ $0 \dots (10^4 \dots 10^5)$  Hz] și electronica, atît la înregistrare cît și la redare, este mai complexă.

Pentru exemplificare, se dau principalele caracteristici ale unor înregistratoare magnetice analogice produse în mod curent:

- viteza benzii: 1,9 cm/s ... 381 cm/s, ajustabilă în 10 trepte cu o eroare maximă de 0,25%;
- lățimea benzii: 12,7 mm sau 25,4 mm;
- numărul de piste: 7 sau 14;
- banda de frecvență: 100 ... 300 kHz la înregistrare directă; 0 ... 40 kHz la înregistrare cu modulație în frecvență;
- semnal de intrare:  $U_i = 0,25 \dots 10 V_{ef}$ ;
- semnal de ieșire:  $U_e = 0 \dots 1 V_{ef}$ .

Ținînd cont de performanțele arătate, se poate conecta la ieșire un înregistrator grafic corespunzător, care să permită, prin derularea benzii înregistrate cu o viteză mai redusă decît la imprimare, obținerea imaginii semnalului memorat. Se pot utiliza de asemenea sisteme programabile de prelucrare și afișare grafică pe display, plotter sau imprimantă.



## SISTEMUL INTERNAȚIONAL DE UNITĂȚI DE MĂSURĂ (SI)

Sistemul Internațional de Unități (SI) cuprinde trei categorii de unități de măsură: *unități fundamentale*, *unități derivate* și *unități suplimentare*.

● **Unitățile fundamentale**, considerate ca independente din punct de vedere dimensional, sînt în număr de șapte, avînd denumirile și simbolurile din tabelul 1A.

Tabelul 1A

Unități SI fundamentale

Nr. crt.	Mărimea fizică	Denumirea unității	Simbolul
1	Lungime	metru	m
2	Masă	kilogram	kg
3	Timp	secundă	s
4	Intensitatea curentului electric	amper	A
5	Temperatură termodinamică	kelvin	K
6	Cantitate de substanță	mol	mol
7	Intensitate luminoasă	candelă	cd

## Definițiile unităților SI fundamentale

1) **Metru** este lungimea egală cu 1650763,73 lungimi de undă în vid ale radiației care corespunde tranziției între nivelele de energie  $2p_{10}$  și  $5d_5$  ale atomului de kripton 86.

2) **Kilogramul** este unitatea de masă; el este egal cu masa prototipului internațional al kilogramului. Acest prototip internațional din platină iridiată se păstrează la Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți cu sediul la Sèvres — Paris, în condițiile stabilite de Conferința Generală de Măsuri și Greutăți din 1889.

3) **Secunda** este durata a 9192631770 perioade ale radiației care corespunde tranziției între cele două nivele de energie hiperfine ale stării fundamentale a atomului de cesiu 133.



4) **Amperul** este intensitatea unui curent electric constant, care, menținut în două conductoare paralele, rectilinii, cu lungimea infinită și cu secțiunea circulară neglijabilă, așezate în vid la o distanță de 1 metru unul de altul, ar produce între aceste conductoare o forță de  $2 \times 10^{-7}$  newtoni pe o lungime de 1 metru.

5) **Kelvinul**, unitate de temperatură termodinamică, este fracțiunea  $1/273,16$  din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei. *Observație.* În afară de temperatura termodinamică (simbol  $T$ ), exprimată în kelvini, se folosește și temperatura Celsius (simbol  $t$ ) exprimată prin ecuația:

$$t = T - T_0,$$

unde  $T_0 = 273,15$  K, prin definiție. Unitatea „grad Celsius” este egală cu unitatea „kelvin”, dar „grad Celsius” este o denumire specială folosită în loc de „kelvin” pentru exprimarea temperaturii Celsius. Un interval sau o diferență de temperatură Celsius pot fi exprimate atât în grade Celsius cât și în kelvini.

6) **Molul** este cantitatea de substanță a unui sistem care conține atâtea entități elementare câți atomi există în 0,012 kilograme de carbon 12. De câte ori se întrebuintează molul, entitățile elementare trebuie specificate, ele putând fi atomi, molecule, ioni, electroni, alte particule sau grupuri specificate de asemenea particule.

7) **Candela** este intensitatea luminoasă, în direcția normalei, a unei suprafețe cu aria de  $1/600000$  metri pătrați a unui corp negru, la temperatura de solidificare a platinei, la presiunea de 101325 newtoni pe metru pătrat.

● **Unitățile SI derivate** sînt unități de măsură definite în funcție de unitățile SI fundamentale prin intermediul unor expresii algebrice care utilizează simbolurile matematice de înmulțire și împărțire. Unele din unitățile derivate au primit denumiri speciale și simboluri proprii, ele fiind folosite la rîndul lor pentru exprimarea altor unități derivate mai simplu decît pe baza unităților fundamentale.

Exemple de tipuri de unități SI derivate sînt date în tabelele 2A, 3A, 4A.

Tabelul 2A

Exemple de unități SI derivate, exprimate în funcție de unitățile fundamentale

Nr. crt.	Mărimea fizică	Unitatea SI	
		Denumire	Simbol
1	Arie	metru pătrat	m <sup>2</sup>
2	Volum	metru cub	m <sup>3</sup>
3	Viteză	metru pe secundă	m/s
4	Accelerație	metru pe secundă la pătrat	m/s <sup>2</sup>
5	Număr de undă	1 pe metru	m <sup>-1</sup>
6	Masă volumică	kilogram pe metru cub	kg/m <sup>3</sup>
7	Densitate de curent	amper pe metru pătrat	A/m <sup>2</sup>
8	Cîmp magnetic	amper pe metru	A/m
9	Concentrație (a cantității de substanță)	mol pe metru cub	mol/m <sup>3</sup>
10	Volum masic	metru cub pe kilogram	m <sup>3</sup> /kg
11	Luminanță	candelă pe metru pătrat	cd/m <sup>2</sup>



Tabelul 3A

## Exemple de unități SI derivate cu denumiri speciale

Nr. crt.	Mărimea fizică	Unitatea SI			
		Denumire	Simbol	Expresia în alte unități SI	Expresia în unități SI fundamentale
1	Frecvență	hertz	Hz		$s^{-1}$
2	Forță	newton	N		$mkgs^{-2}$
3	Presiune, tensiune mecanică	pascal	Pa	$N/m^2$	$m^{-1}kgs^{-2}$
4	Energie, lucru mecanic, cantitate de căldură	joule	J	$N\ m$	$m^2kgs^{-2}$
5	Putere, flux energetic	watt	W	$J/s$	$m^2kgs^{-3}$
6	Cantitate de electricitate, sarcină electrică	coulomb	C		$sA$
7	Potențial electric, tensiune electrică, tensiune electromotoare	volt	V	$W/A$	$m^2kgs^{-3}A^{-1}$
8	Capacitate electrică	farad	F	$C/V$	$m^{-2}kg^{-1}s^4A^2$
9	Rezistență electrică	ohm	$\Omega$	$V/A$	$m^2kgs^{-3}A^{-2}$
10	Conductanță	siemens	S	$A/V$	$m^{-2}kg^{-1}s^3A^2$
11	Fluxul inducției magnetice	weber	Wb	$Vs$	$m^2kgs^{-2}A^{-1}$
12	Inducție magnetică	tesla	T	$Wb/m^2$	$kgs^{-2}A^{-1}$
13	Inductanță	henry	H	$Wb/A$	$m^2kgs^{-2}A^{-2}$
14	Temperatură Celsius	grad Celsius	$^{\circ}C$		K
15	Flux luminos	lumen	lm		$cdr^{(a)}$
16	Iluminare	lux	lx	$lm/m^2$	$m^{-2}cdr^{(a)}$
17	Activitate (a unui radio-nuclid)	becquerel	Bq		$s^{-1}$
18	Doză absorbită, energie comunicată masică, kerma, indice de doză absorbită	gray	Gy	$J/kg$	$m^2s^{-2}$

(a) În expresiile respective, steradianul (sr) este considerat unitate fundamentală.

Tabelul 4A

## Exemple de unități SI derivate care se exprimă folosindu-se denumiri speciale

Nr. crt.	Mărimea fizică	Unitatea SI		
		Denumire	Simbol	Expresia în unități SI fundamentale
1	2	3	4	5
1	Viscozitate dinamică	pascal · secundă	Pa s	$m^{-1}kg\ s^{-1}$
2	Momentul unei forțe	metru · newton	N m	$m^2\ kg\ s^{-2}$
3	Tensiune superficială	newton pe metru	N/m	$kg\ s^{-2}$



Tabelul 4A (continuare)

1	2	3	4	5
4	Densitate de flux termic, iluminare energetică	watt pe metru patrat	$W/m^2$	$kg\ s^{-3}$
5	Capacitate termică, entropie	joule pe kelvin	$J/K$	$m^3\ kg\ s^{-2}\ K^{-1}$
6	Capacitate termică masică, entropie masică	joule pe kilogram kelvin	$J/(kgK)$	$m^2\ s^{-2}\ K^{-1}$
7	Energie masică	joule pe kilogram	$J/kg$	$m^2\ s^{-2}$
8	Conductivitate termică	watt pe metru · kelvin	$W/(m\ K)$	$m\ kg\ s^{-3}\ K^{-1}$
9	Energie volumică	joule pe metru cub	$J/m^3$	$m^{-1}\ kg\ s^{-2}$
10	Cîmp electric	volt pe metru	$V/m$	$m\ kg\ s^{-3}\ A^{-1}$
11	Sarcină (electrică) volumică	coulomb pe metru cub	$C/m^3$	$m^{-3}\ s\ A$
12	Deplasare electrică	coulomb pe metru pătrat	$C/m^2$	$m^{-2}s\ A$
13	Permitivitate	farad pe metru	$F/m$	$m^{-3}\ kg^{-1}\ s^4\ A^2$
14	Permeabilitate	henry pe metru	$H/m$	$m\ kg\ s^{-2}\ A^{-2}$
15	Energie molară	joule pe mol	$J/mol$	$m^2\ kg\ s^{-2}\ mol^{-1}$
16	Entropie molară, capacitate termică molară	joule pe mol · kelvin	$J/(molK)$	$m^2\ kg\ s^{-2}\ K^{-1}mol^{-1}$
17	Expunere ( $\alpha$ -radiațiilor $X$ și $\gamma$ )	coulomb pe kilogram	$C/kg$	$kg^{-1}\ s\ A$
18	Debit de doză absorbită	gray pe secundă	$Gy/s$	$m^2\ s^{-3}$

Pentru diferențierea mărimilor care au aceeași dimensiune se pot folosi combinații de denumiri ale unităților fundamentale și denumiri speciale ale unităților derivate. De exemplu, pentru frecvență se folosește în mod curent unitatea hertz, în loc de secundă la puterea minus unu, pentru momentul unei forțe unitatea metru-newton și nu unitatea joule.

Valorile anumitor mărimi, zise fără dimensiuni, ca de exemplu permeabilitatea relativă, indicele de refracție etc., se exprimă prin numere pure. Unitatea *SI* corespunzătoare este în acest caz raportul a două unități *SI* egale și poate fi exprimată prin numărul 1.

● **Unitățile SI suplimentare** alcătuiesc o clasă aparte, pentru care Conferința Generală de Măsuri și Greutăți nu a decis încă dacă ele trebuie incluse în categoria unităților fundamentale sau a celor derivate. În prezent, această clasă nu cuprinde decît două unități de mărimi geometrice specificate în tabelul 5A.



## Unități SI suplimentare

Nr. crt.	Mărimea fizică	Unitatea SI	
		Denumirea	Simbol
1	Unghi plan	Radian	rad
2	Unghi solid	Steradian	sr

## Definițiile unităților SI suplimentare

1) **Radianul** este unghiul plan cuprins între două raze care interceptează pe circumferința unui cerc un arc de lungime egală cu cea a razei.

2) **Steradianul** este unghiul solid care, avînd vîrfurile în centrul unei sfere, delimitează pe suprafața acestei sfere o arie egală cu cea a unui pătrat a cărui latură este egală cu raza sferei.

Unitățile suplimentare se folosesc și pentru a obține unități derivate de exemplu pentru viteză unghiulară unitatea este radian pe secundă, cu simbolul rad/s.

● **Formarea multiplilor și cu submultiplilor zecimali ai unităților SI.** Multiplii și submultiplii unităților Sistemului Internațional se formează pe baza principiului zecimal, prin înmulțire cu factorii cuprinși în tabelul 6A. În același tabel sînt cuprinse simbolurile și prefixele cu ajutorul cărora se alcătuiește denumirea multiplilor și submultiplilor respectivi.

Tabelul 6A

## Factori de multiplicare și prefixe SI

Factorul de multiplicare	Prefixul	Simbolul	Factorul de multiplicare	Prefixul	Simbolul
$10^{18}$	exa	E	$10^{-1}$	deci	d
$10^{15}$	peta	P	$10^{-2}$	centi	c
$10^{12}$	tera	T	$10^{-3}$	mili	m
$10^9$	giga	G	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^6$	mega	M	$10^{-9}$	nano	n
$10^3$	kilo	k	$10^{-12}$	pico	p
$10^2$	hecto	h	$10^{-15}$	femto	f
$10^1$	deca	da	$10^{-18}$	atto	a

La denumirea multiplilor și submultiplilor unităților Sistemului Internațional se folosește un singur prefix. De exemplu, se spune nanometru (simbol nm) și nu milimicrometru (simbol mm).

Multiplii și submultiplii reprezentați printr-un produs sau raport de unități se formează, de regulă, adăugînd prefixul numai la prima parte a produsului, respectiv la prima unitate de la numărătorul raportului. Se preferă astfel folosirea submultiplului microfarad pe metru (simbol  $\mu\text{F/m}$ ) în locul submultiplului farad pe megametru (simbol F/Mm).



## Anexa 2

### INTERPRETAREA INFORMAȚIONALĂ A ERORILOR DE MĂSURARE

**Informația**, în accepțiunea cea mai largă a noțiunii, reprezintă *cunoștințele obținute sub forma de mesaje prin care se înlătură sau se reduce incertitudinea cu privire la realizarea unui eveniment aleator, reprezentând fenomene din natură sau societate.*

**Teoria informației**, fundamentată de Claude E. Shannon, se ocupă cu studierea legilor și proprietăților caracteristice obținerii, transmisiei, stocării și prelucrării informației, în vederea utilizării ei.

Un **sistem informațional** cuprinde *sursa de informație, emițătorul, canalul de transmisie, receptorul și destinatarul.* Informația generată de sursă este codificată de către emițător în semnale, în scopul de a fi transmisă. În receptor, semnalele sînt decodificate pentru a putea fi folosite de destinatar.

Dat fiind atît caracterul aleator al mesajului generat de sursă cît și al perturbațiilor care acționează asupra acestuia în cadrul diverselor componente ale sistemelor informaționale, caracterizarea cantitativă a informației se poate face numai în sens probabilist, utilizînd metode statistice.

Cu toate că teoria informației a fost dezvoltată inițial pentru sistemele de comunicații, este ea mult mai generală, ceea ce permite aplicarea și în domeniul proceselor de măsurare, care, în esența lor, sînt de natură informațională. Se poate observa că orice sistem de măsurare este constituit din elemente similare cu ale celor de comunicație. Astfel, elementul sensibil sau traductorul reprezintă emițătorul, elementele de legătură și transmisie — canalul de comunicație, adaptorul cu dispozitivele de afișare și înregistrare — receptorul.

Pe de altă parte, rezultatul măsurării, reprezentînd valoarea mărimii măsurate, cu o anumită incertitudine datorită erorilor aleatoare, implică o informație de măsurare asemănătoare cu aceea asociată semnalelor transmise pe canalele de comunicație afectate de perturbații.

Pe baza considerentelor susmenționate, rezultă posibilitatea utilizării unor noțiuni din teoria informației în evaluarea erorilor de măsurare.

Fie  $X$  o mărime aleatoare care poate lua valorile  $X_1, X_2, \dots, X_m$ . Fiecareia dintre aceste valori  $i$  se poate asocia o probabilitate de apariție  $P(X_i)$ , independentă de procesul de măsurare (probabilitate apriori), astfel încît

$$\sum_{j=1}^m P(X_j) = 1.$$

Măsura incertitudinii cu privire la realizarea unei valori  $X$ , este o funcție de probabilitate apriori și se notează  $U(X_i)$ .



Dacă  $X_j$  se realizează în condițiile în care nu intervin perturbații, atunci incertitudinea este înlăturată, obținându-se informația  $I(X_j)$  cu privire la valoarea respectivă:

$$I(X_j) = U(X_j) = F[P(X_j)]. \quad (1 A_2)$$

În consecință, dacă măsurarea s-ar efectua în lipsa oricăror perturbații generatoare de erori, cantitatea de informație obținută printr-un rezultat  $V = X_j$  este determinată dacă se cunoaște  $F(P(X_j))$ .

Impunând condiția de aditivitate și ținând cont de proprietățile probabilităților în cazul evenimentelor independente, în [18], [19] se demonstrează că:

$$I(X_j) = -\lambda \log P(X_j), \quad (2 A_2)$$

unde  $\lambda$  este o constantă care se poate elimina prin alegerea adecvată a unității de măsură a cantității de informație, respectiv a bazei logaritmului (de exemplu, alegînd ca unitate aceea care se obține în cazul a două evenimente echiprobabile  $\log_2 \frac{1}{2} = -1$ ,  $\lambda = 1$  și unitatea se numește bit).

Pentru simplificare, în continuare se va considera că sînt întrunite condițiile pentru a admite  $\lambda = 1$ .

Informația  $I(X_j)$  avînd expresia (2A<sub>2</sub>) se numește *informație proprie*.

Prin definiție, informația proprie medie se numește *entropie*. Astfel, entropia informațională pentru mulțimea de realizări  $X_1, X_2, \dots, X_m$  este:

$$H(X) = \sum_{j=1}^m P(X_j) I(X_j) = - \sum_{j=1}^m P(X_j) \log P(X_j). \quad (3 A_2)$$

Dacă măsurările sînt afectate de erori aleatoare, pentru  $X_j$  se obține un șir de rezultate  $V_1, V_2, \dots, V_n$ . Fiecare dintre aceste rezultate constituie o informație cu privire la  $X_j$ , dar avînd o incertitudine dependentă de probabilitatea de apariție a erorilor  $\Delta_{ij} = V_i - X_j$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  sau, ceea ce este echivalent, dependentă de probabilitatea obținerii rezultatului  $V_i$ .

În acest caz, incertitudinea după cunoașterea rezultatului  $V_i$  este o funcție de probabilitatea realizării lui  $X_j$  condiționată de  $V_i$ :

$$U(X_j | V_i) = F[P(X_j | V_i)]. \quad (4 A_2)$$

Ținînd seama că  $U(X_j)$  este incertitudinea apriorică dependentă de  $P(X_j)$  și care este independentă de operația de măsurare, se deduce că informația asupra lui  $X_j$ , receptată prin valoarea măsurată  $V_i$ , poate fi exprimată prin relația:

$$I(X_j, V_i) = U(X_j) - U(X_j | V_i), \quad (5 A_2)$$

care reprezintă descreșterea incertitudinii obținută prin măsurare.

Informația obținută din (5 A<sub>2</sub>) se numește *informație mutuală* și, avînd în vedere proprietățile probabilităților condiționate, se poate aduce la forma:

$$I(X_j, V_i) = \log \frac{P(X_j | V_i)}{P(X_j)}. \quad (6 A_2)$$



Valoarea medie a informației mutuale este determinată de toate perechile posibile  $X_j, V_i$  împreună cu probabilitățile lor  $P(X_j, V_i)$ :

$$\begin{aligned} I(X, V) &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n I(X_j, V_i) P(X_j, V_i) = \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P(X_j, V_i) \log \frac{P(X_j, V_i)}{P(X_j) P(V_i)}. \end{aligned} \quad (7 A_2)$$

Deoarece  $\sum_{i=1}^n P(X_j, V_i) = P(X_j)$  și luînd în considerare (3 A<sub>2</sub>), relația precedentă devine:

$$I(X, V) = H(X) + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P(X_j, V_i) \log P(X_j | V_i). \quad (8 A_2)$$

Prin analogie cu (3 A<sub>2</sub>), cel de al doilea termen din (8 A<sub>2</sub>) reprezintă *entropia condiționată* denumită și *echivocație*, întrucît constituie o măsură a echivocului asupra valorilor  $X_1, X_2, \dots, X_m$  atunci cînd sînt cunoscute rezultatele  $V_1, V_2, \dots, V_n$ :

$$H(X | V) = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P(X_j, V_i) \log P(X_j | V_i). \quad (9 A_2)$$

Se deduce astfel:

$$I(X, V) = H(X) - H(X | V), \quad (10 A_2)$$

relație care exprimă *informația medie obținută prin măsurare*.

Considerînd că la măsurarea unei realizări  $X_j$  rezultatul obținut  $V_i$  este afectat de eroarea  $\Delta_{ij}$  se poate scrie

$$P(X_j | V_i) = P(V_i - X_j) = P(\Delta_{ij}) \quad (11 A_2)$$

și

$$H(X | V_i) = - \sum_{j=1}^m P(\Delta_{ij}) \log P(\Delta_{ij}) = H(\Delta_i). \quad (12 A_2)$$

Introducînd ultimele două relații în (9 A<sub>2</sub>) se obține

$$H(X | V) = - \sum_{i=1}^n P(V_i) H(\Delta_i) = H(\Delta), \quad (13 A_2)$$

iar *valoarea medie a informației mutuale* devine

$$I(X, \Delta) = H(X) - H(\Delta). \quad (14 A_2)$$

Relația (14 A<sub>2</sub>) se poate interpreta în sensul că informația recepționată prin măsurare din valorile  $V_1, V_2, \dots, V_n$  este egală cu diferența între entropia inițială (în absența măsurării)  $H(X)$  și cea condiționată de rezultatele obținute  $H(X | V)$ , care, fiind dependentă de erorile de măsurare, se exprimă prin  $H(\Delta)$ .

Dacă rezultatele nu ar fi afectate de erori, ele ar coincide cu valorile reale și luînd  $n = m$  ar însemna  $P(X_i | V_i) = 1$  pentru oricare dintre pere-



chile  $(X_i, V_i)$ . În acest caz  $H(\Delta) = 0$ , conducînd la o informație de măsurare maximă, egală cu cea emisă de sursa care generează  $X_1, X_2, \dots, X_m$ :

$$I(X, V)_{\max} = H(X) = H(V) = - \sum_{i=1}^n P(V_i) \log P(V_i). \quad (15 \text{ A}_2)$$

Pe de altă parte se demonstrează [18] că entropia  $H(V)$  devine maximă dacă rezultatele  $V_i$  sînt echiprobabile în şirul de  $n$  măsurări, adică  $P(V_i) = \frac{1}{n}$ . Se obține:

$$H(V)_{\max} = \log n, \quad (16 \text{ A}_2)$$

ceea ce arată că informația de măsurare este cu atît mai mare cu cît numărul de rezultate  $n$  este mai mare.

În cele expuse, noțiunile de *informație* și *entropie* au fost definite pentru cazul discret cînd  $X$  și  $Y$  se admite că pot lua un număr finit de valori distincte. În practica măsurărilor se operează adesea cu mărimi aleatoare și funcții de repartiție de probabilitate continue pe intervalul  $(-\infty, +\infty)$ , de exemplu repartiția normală. Extinzînd relația (3 A<sub>2</sub>) printr-un proces de trecere la limită se ajunge la o valoare infinită a entropiei  $H(X)$  în cazul continuu, ceea ce corespunde faptului că mărimea aleatoare poate lua o infinitate de valori. Este evident că în acest caz entropia nu mai poate avea semnificația unei informații medii. Ținînd seama de particularitățile funcțiilor de repartiție și de gruparea valorilor, în genere, pe un interval finit se admit următoarele expresii ale entropiei informaționale în cazul continuu:

$$H(X) = - \int_X p(X) \log p(X) dX, \quad (17 \text{ A}_2)$$

$$H(X | V) = - \int_X \int_V p(X, V) \log p(X | V) dX dV, \quad (18 \text{ A}_2)$$

unde  $p(X)$  și  $p(X | V)$  reprezintă densități ale repartiției de probabilitate.

Conceptul informațional privind precizia măsurărilor poate fi evidențiat aplicînd noțiunile precedente la un caz practic.

Presupunînd că mărimea  $X$  uniform repartizată în intervalul  $[X_a, X_b]$  se măsoară cu o eroare  $\Delta$ , de asemenea uniform repartizată pe  $[-\Delta_1, +\Delta_1]$ , atunci informația de măsurare se obține din (14 A<sub>2</sub>)

$$I(X, \Delta) = - \int_{X_a}^{X_b} p(X) \log p(X) dX + \int_{-\Delta_1}^{+\Delta_1} p(\Delta) \log p(\Delta) d\Delta. \quad (19 \text{ A}_2)$$

Densitățile de repartiție  $p(X)$  și  $p(\Delta)$  sînt de forma:

$$p(X) = \frac{1}{X_b - X_a}, \quad p(\Delta) = \frac{1}{2\Delta_1}. \quad (20 \text{ A}_2)$$

Înlocuind (20 A<sub>2</sub>) în (19 A<sub>2</sub>) se deduce

$$I(X, V) = \log \frac{X_b - X_a}{2\Delta_1}, \quad (21 \text{ A}_2)$$



din care rezultă că informația de măsurare este cu atât mai mare cu cât eroarea limită  $\Delta_l$  este mai redusă. Relația (21 A<sub>2</sub>) poate fi interpretată și în sensul că intervalul de măsurare  $[X_a, X_b]$  este împărțit într-un număr de benzi

$$n = \frac{X_b - X_a}{2\Delta_l} \text{ reprezentînd numărul de rezultate distincte care se obțin.}$$

Incertitudinea inițială potrivit căreia valoarea era neprecizată în întreg intervalul  $[X_a, X_b]$  prin măsurare se micșorează corespunzător intervalul mult mai redus  $[-\Delta_l, +\Delta_l]$ .

După cum s-a arătat în paragraful 2.3.1, pentru o categorie largă de aparate de măsurat la care eroarea tolerată absolută  $\Delta X_{ad}$  este constantă pe domeniu, clasa de precizie se exprimă prin:

$$c = \frac{\Delta X_{ad}}{X_{max} - X_{min}} \cdot 100.$$

Observînd posibilitatea de a echivala  $\Delta_l = \Delta X_{ad}$  și  $X_b - X_a = X_{max} - X_{min}$  informația de măsurare pe care o poate furniza un astfel de aparat este:

$$I(X, c) = \log \frac{100}{2c}. \quad (22 \text{ A}_2)$$

Relația (22 A<sub>2</sub>) relevă legătura directă dintre informația de măsurare și clasa de precizie.

Expresia deosebit de simplă a entropiei  $H(\Delta)$  în cazul repartiției uniforme a erorilor:

$$H(\Delta) = - \int_{-\Delta_l}^{+\Delta_l} \frac{1}{2\Delta_l} \log \frac{1}{2\Delta_l} d\Delta = \log 2\Delta_l \quad (23 \text{ A}_2)$$

a condus la introducerea noțiunii de *valoare entropială a erorii de măsurare* [19], dedusă din raportarea erorilor avînd diverse legi de repartiție la erori echivalente repartizate uniform.

Notînd cu  $H(\Delta)$  entropia erorilor cu alte tipuri de repartiții și cu  $H(\Delta_e)$  pe aceea corespunzătoare repartiției uniforme, eroarea entropică  $\Delta_e$  se deduce din:

$$H(\Delta) - H(\Delta_e) = - \int_{\Delta} p(\Delta) \log p(\Delta) d\Delta - \log 2\Delta_e = 0. \quad (24 \text{ A}_2)^1$$

Admițînd logaritmi naturali se obține

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \exp H(\Delta). \quad (25 \text{ A}_2)$$

Pentru erori normal repartizate, cu dispersia  $\sigma$ , se obține

$$H(\Delta) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \ln \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = \ln(\sqrt{2\pi} \sigma), \quad (26 \text{ A}_2)$$

<sup>1</sup> Prin luarea diferenței celor două entropii se elimină și posibilitatea unor valori infinite ale entropiilor continue.



Rezultă astfel eroarea entropială corespunzătoare repartiției normale:

$$\Delta_e = \frac{1}{2} \exp [\ln (\sqrt{2\pi e} \sigma)] = \sigma \sqrt{\frac{\pi e}{2}} \cong 2,07 \sigma. \quad (27 A_2)$$

Din (27 A<sub>2</sub>) se poate deduce

$$\Delta_e = k_e \sigma, \quad (28 A_2)$$

relație care exprimă sub o formă generalizată dependența dintre eroarea entropială și dispersie, respectiv legătura între tratarea informațională a erorilor și cea bazată pe teoria clasică.

Coeficientul  $k_e$  este denumit *coeficient entropial* și valoarea sa depinde de legile de repartiție de probabilitate admise. Pentru majoritatea cazurilor practice legile de repartiție ale erorilor se situează între repartiția uniformă pentru care  $k_e = \sqrt{3} = 1,73$  și cea normală avînd  $k_e = 2,07$ .

Printr-un procedeu similar cu cel utilizat la evaluarea preciziei măsurărilor (v. cap. 2) în sensul stabilirii unui interval în afara căruia probabilitatea de apariție a erorilor se consideră practic nulă, se poate defini o *eroare entropială limită*  $\Delta_{eo}$ , astfel încît diferența dintre valoarea entropiei  $H(\Delta)$  calculată pe întreg domeniul de existență a erorilor și  $H(\Delta_{eo})$  cea corespunzătoare intervalului  $[-\Delta_{eo}, +\Delta_{eo}]$  să fie inferioară sau cel mult egală cu o valoare admisibilă  $q_e$ :

$$\delta H(\Delta) = H(\Delta) - H(\Delta_{eo}) \leq q_e. \quad (29 A_2)$$

Se observă că în acest caz precizia este normată prin limitarea entropiei remanente  $\delta H(\Delta)$ . Pentru situația în care erorile sînt repartizate uniform pe intervalul  $[-\Delta_l, +\Delta_l]$ , entropia remanentă se poate evalua ușor

$$\delta H(\Delta) = \ln \Delta_l - \ln \Delta_{eo} = \ln \frac{\Delta_l}{\Delta_{eo}}. \quad (30 A_2)$$

În [13] se demonstrează că *entropia remanentă pentru erori normal repartizate de dispersie*  $\sigma$  se calculează cu relația

$$\delta H(k) = [\ln (\sqrt{2\pi e} \sigma)] \left[ 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^k e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right] + k p(k), \quad (31 A_2)$$

unde  $k = \frac{\Delta_{eo}}{\sigma}$  reprezintă *eroarea informațională limită normalizată prin raportare la dispersie*, iar  $p(k)$  este valoarea densității de repartiție normală.

Eroarea entropială limită  $\Delta_{eo}$  și entropia remanentă  $\delta H(\Delta)$  pot fi utilizate pentru aprecierea preciziei de o manieră similară cu intervalul de încredere și nivelul de încredere. Specificînd o valoare  $q_e \geq \delta H(\Delta)$  din (30 A<sub>2</sub>) sau (31 A<sub>2</sub>) se calculează  $\Delta_{eo}$  sau, invers, pentru o eroare entropială limită fixată se poate calcula entropia remanentă corespunzătoare dezinformării provocată de repartizarea erorilor în afara intervalului  $[-\Delta_{eo}, +\Delta_{eo}]$ .

Din relația (28 A<sub>2</sub>) se poate deduce rapid o valoare pentru  $\Delta_{eo}$  luînd  $k_e = 2$ . Justificarea rezidă în faptul că valoarea maximă pentru coeficientul entropial apare la repartiția normală și este  $k_e = 2,07$ . Pe de altă parte, se știe din paragraful 2.2.4 că pentru intervalul  $[-2\sigma, +2\sigma]$  nivelul de încredere este  $\eta = 0,95$ . Valoarea  $k_e = 2$  este acoperitoare, pentru oricare alt tip de repartiție rezultînd niveluri de încredere superioare.



Interpretarea informațională a erorilor de măsurare permite aprecierea preciziei măsurărilor și în cazul apariției simultane a mai multor categorii de erori, cu legi de repartiție diferite, prin calcularea relativ simplă a erorii entropiale totală (v. paragraful 2.2.7).

Considerînd  $N$  erori aleatoare independente pentru care, în raport de legile de repartiție aferente, se pot determina erorile entropiale  $\Delta_{e1}, \Delta_{e2}, \dots, \Delta_{eN}$  legate de dispersiile corespunzătoare prin relații de forma (28 A2), se deduce *eroarea entropială totală*:

$$\Delta_{eN} = k_{eN} \sqrt{\left(\frac{\Delta_{e1}}{k_{e1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta_{eN}}{k_{eN}}\right)^2} \quad (32 \text{ A}_2)$$

unde  $k_{eN}$ , este *coeficientul entropial global* (pentru ansamblul erorilor). Pentru un număr mare de componente, ținînd seama de teorema limitei centrale [13] repartiția rezultată va tinde către cea normală, astfel încît  $k_{eN} = 2$  reprezintă și în acest caz o valoare acoperitoare.

Tratarea informațională a erorilor de măsurare conduce, deși maniera de abordare este diferită, la concluzii similare cu cele obținute din teoria clasică în capitolul 2. În plus, ea prezintă unele avantaje în ceea ce privește fundamentarea logică a noțiunii de *precizie* și permite un grad de generalitate mai ridicat. Din aceste motive, alături de metodele tradiționale de evaluare și normare a erorilor, care sînt utilizate în mod curent, în practica măsurărilor metodele informaționale tind să capete o aplicabilitate din ce în ce mai largă.



## BIBLIOGRAFIE

1. Bassière M., Gaignebet E., *Métrologie générale. Théorie de la mesure, les instruments et leur emploi*. Ed. Dunod, Paris, 1966.
2. Pop E., Stoica V., Naforniță I., Petriu E., *Tehnici moderne de măsurare*. Ed. Facla, Timișoara, 1983.
3. Finkelstein L., *Fundamental concepts of measurement*. Report IMEKO VI, Dresda, R.D.G., 1973.
4. Sydenham P. H. (editor), *Handbook of Measurement Science*. John Wiley and Sons, 1982.
5. Patachi M., ș. a., *Memorator de măsurări electrice, vol. I și II*. Ed. Dacia, Cluj, 1973.
6. Sena L. A., *Units of physical quantities and their dimensions*. Mir Publishers, Moscow, 1972.
7. \*\*\* *Sistemul Internațional de unități (SI)*. Traducere din limba franceză, Ed. Didactică și Pedagogică, 1979.
8. Millea A., *Măsurări electrice. Principii și metode*. Ed. Tehnică, București, 1981.
9. Manolescu P., Ionescu Golovanov C., *Măsurări electrice și electronice*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1980.
10. Korn G. A., *Simularea și măsurarea proceselor aleatoare*. Traducere din limba engleză. Ed. Tehnică, București, 1969.
11. Bendat I. B., Piersol A. G., *Measurement and analysis of random data*. John Willey, New York, 1967.
12. Tiron M., *Teoria erorilor de măsurare și metoda celor mai mici pătrate*. Ed. Tehnică, București, 1972.
13. Tiron M., *Prelucrarea statistică și informatică a datelor de măsurare*. Ed. Tehnică, București, 1977.
14. Moffat R. J., *The measurement chain and validation of experimental measurements*. Comunicare la Congresul al VI-lea IMEKO.
15. Luppold D. S., *Precision d.c. measurements and standards*. Addison-Wesley Publishing Co. 1969.
16. Mihoc Gh., Ciucu G., Craiu V., *Teoria probabilităților și statistica matematică*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1970.
17. Ionescu G. și col. *Identificarea experimentală a proceselor automatizate*. Ed. Tehnică, București, 1971.
18. Spătaru Al., *Teoria transmisiunii informației*. Ed. Tehnică, București, 1966.
19. Novitski P. V., *Osnovi teorii informacii izmeritelnyh ustroystv*. Izd. Energhia, Leningrad, 1968.
20. Wiener U., *Determinarea cantității de informație recepționată de operatorul uman în procesul de măsurare*. Metrologia aplicată, vol. 12, nr. 8, 1965.
21. Ionescu G., *Măsurări tehnice și traductoare. Curs, partea I*. Tipografia IPB, 1974.



22. Considine M. D., *Encyclopedia of instrumentation and control*. Mc Graw Hill Book Co, New York, 1971.
23. Nicolau E. (coord.), *Manualul inginerului electronist, vol. I, Măsurări electronice*. Ed. Tehnică, București, 1979.
24. Cartianu Gh., *Analiza și sinteza circuitelor electrice*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1972.
25. Stanomir D., Stănășilă O., *Metode matematice în teoria semnalelor*. Ed. Tehnică, București, 1980.
26. Gârleșu St., *Prelucrarea în timp real a semnalelor fizice*. Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1978.
27. Coombs C. F. (ed), *Basic electronic instrument [handbook]*. Mc Graw Hill Book Co, New York, 1972.
28. Profos P. (ed), *Industriellen Messtechnik*. Vulkan-Verlag, Essen, 1974.
29. Norton H. N., *Handbook of transducers for electronic measuring systems*. Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs N. J., 1969.
30. Wiener U. E., *Aspectul contemporan al teoriei măsurării*. Simpozionul național de metrologie, București, oct. 1981.
31. Millea A., *O clasificare generală a metodelor de măsurare*. Simpozionul național de metrologie, București, oct. 1981.
32. Ionescu G., Droască B., Hohan I., Sgîrciu V., *Traductoare. Principii și metode de proiectare*. Tipografia IPB, 1980.
33. Mihoc Gh., Muja A., Diatcu E., *Bazele matematice ale teoriei fiabilității*. Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1976.
34. Gonella L., *Problems in theory of measurement today*. Acta IMEKO, 1979.
35. Ionescu Vl., *Teoria sistemelor*. (Curs predat la Fac. de Automatică, IPB)
36. Pop E. ș.a., *Măsurări în energetică*. Ed. Facla, Timișoara, 1981.
37. Karsa B. E. F., *Electrical measuring instruments and measurements*. Akademiai Kiado, Budapest, 1967.
38. Geyger W. A., *Dispozitive magnetice neliniare*. Ed. Tehnică, București, 1968.
39. Bulucea C., Vais M., Profeta H., *Circuite integrate liniare*. Ed. Tehnică, București, 1976.
40. Dănilă Th., Cupcea M., *Amplificatoare operaționale. Probleme*. Tipografia IPB, 1979.
41. Dănilă Th., *Amplificatoare elementare. Reacția*. Tipografia IPB, 1981.
42. Nicolau E., Beliş M., *Măsurări electrice și electronice*. Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1979.
43. Oliver M. B., Cage J. M., *Electronic measurements and instrumentation*. Mc. Graw Hill Book Co. 1972.
44. Sheingold D. H. (ed.), *Nonlinear circuits handbook*. Publ. Analog Devices, Norwood, 1976.
45. Graeme J. G., Tobey G. E., *Operational amplifiers. Design and application*. Mc. Graw Hill Book Co, 1971.
46. \*\*\* *Optoelectronics Designer's Catalog*. Hewlett Packard 1980.
47. Wong Ien Yu, Ott W. E., *Function Circuits. Design and Application*. Mc. Graw Hill Book Co, N. Y. 1976.
48. Bell R. A., *Principles of cathode-ray tubes, phosphors and highspeed oscillography*. H. P. Application note 115/1970.
49. \*\*\* *Oscilloscop universal E-0102. Oscilloscop de laborator E-0103*. Cărți tehnice IEMI, București, 1976.
50. Goldenberg L. M., *Teoria și calculul circuitelor de impulsuri*. Ed. Tehnică, București, 1972.
51. Zhigarev A., *Electron optics and electron-beam devices*. Mir Publishers, Moscova, 1975.



52. \* \* \* Storage oscilloscope Tektronix 465. *Oscillograf universalnii zapominaluscii*, S 8—13. Manuale de operare.
53. Oldfield D. J., Haley F. J., *Wide-band, fast writing oscilloscope solves difficult measurement problems*. H. P. Journal, aprilie 1982.
54. Rogers J., Hawken K., *A big step for direct-view storage*. Tekscope, vol. 9. nr. 1, 1977.
55. Fransua A. I. ș. a., *Mașini și sisteme de acționări electrice*. Ed. Tehnică, București, 1978.
56. \* \* \* *Înregistratoare*. Cataloage de firmă: Siemens, Philips, Hartman Braun, BBC — Goerz, Hewlett Packard.
57. Puschbau F., *Ein neuer Kompensationslinienschreiber mit Linearmotor*. BBC Nachrichten, Heft 8/9, 1977.
58. Watzin L., *Eine neue Schreibergeneration für Labor und Service*. BBC Nachrichten, Heft 10, 1977.
59. Mee C. D., *The physics of magnetic recording*. North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964.
60. Spratt H. C. M., *Magnetic tape recording*. Macmillan Company, New-York, 1964.
61. Geber T. ș. a., *Echipamente periferice*. Ed. Tehnică, București, 1981.
62. Fricke H. W., *Analog recorders*. Philips in Science and Industry, nr. 15/3.